

# Un algoritmo meta-euristico per la progettazione di reti stradali urbane di grandi dimensioni

Bruno Montella,

Dipartimento di Ingegneria dei Trasporti, Università di Napoli "Federico II"

[bruno.montella@unina.it](mailto:bruno.montella@unina.it)

Mariano Gallo,

Dipartimento di Ingegneria, Università del Sannio

[gallo@unisannio.it](mailto:gallo@unisannio.it)

Luca D'Acerno.

Dipartimento di Ingegneria dei Trasporti, Università di Napoli "Federico II"

[luca.dacerno@unina.it](mailto:luca.dacerno@unina.it)

**Abstract:** *In questa nota si propone un modello di ottimizzazione ed un algoritmo per la risoluzione del problema della progettazione delle reti stradali urbane. Tale problema consiste nell'ottimizzare la configurazione di una rete di trasporto urbana intervenendo solo sui sensi di marcia e sulle intersezioni, senza prevedere la possibilità di costruire nuove infrastrutture. Nella nota si formula un modello di ottimizzazione non lineare vincolata ed un algoritmo risolutivo basato sulla Scatter Search per la soluzione del problema. Modello ed algoritmo sono sperimentati su una rete di dimensione reale, fornendo tempi di calcolo ragionevoli nonostante la complessità del problema e la dimensione della rete test.*

**Keywords:** Progetto di rete, Algoritmi meta-euristici, Trasporti

## 1. Introduzione

Il problema di progetto di una rete stradale urbana consiste nell'ottimizzare le caratteristiche geometriche e funzionali delle infrastrutture stradali, senza la possibilità di costruirne di nuove; nelle pratiche applicazioni l'esigenza di una progettazione di questo tipo nasce nell'ambito della redazione dei Piani Urbani del Traffico (PUT) o di schemi di circolazione tesi al miglioramento delle condizioni di traffico e di congestione.

Questo tipo di progettazione deve necessariamente considerare come variabili decisionali sia i sensi di circolazione delle strade che i parametri semaforici alle intersezioni, essendo i punti di conflitto di queste ultime strettamente correlati ai sensi di marcia. Altre variabili che possono essere considerate in una progettazione di una rete stradale urbana sono le variabili di sosta (sosta consentita o meno sulle diverse strade) e le variabili tariffarie (*parking pricing* e/o *road pricing*).

In letteratura diversi autori hanno affrontato il problema della progettazione delle reti stradali, ma solo alcuni si sono occupati, in particolare, delle reti urbane.

Cantarella e Vitetta (2006) e Cantarella *et al.* (2006) hanno proposto e confrontato diversi algoritmi euristici e meta-euristici per la progettazione delle reti di trasporto urbano, tra cui gli algoritmi genetici, quelli di discesa rapida, *simulated annealing* e *tabu search*. Una prima proposta di applicazione al progetto di rete stradale urbana della *scatter search* è stata proposta da Gallo (2002), successivamente ampliata in Gallo *et al.* (2008).

Altri lavori relativi all'ambito urbano si riferiscono alla sola progettazione dei parametri di regolazione semaforica su rete; per uno studio della relativa bibliografia si rimanda al lavoro di Cascetta *et al.* (2006).

La maggior parte dei problemi di progetto di rete affrontati in bibliografia si riferiscono alla progettazione delle sole variabili topologiche, a volte trattate come continue altre volte come discrete. Per un recente stato dell'arte sull'argomento si rimanda al lavoro di Gallo *et al.* (2008).

## 2. Il modello di ottimizzazione

Il problema di progetto di una rete stradale urbana può essere formulato attraverso il seguente modello generale di ottimizzazione vincolata:

$$[\mathbf{y}^{\wedge}, \mathbf{g}^{\wedge}] = \text{Arg}_{\mathbf{y}, \mathbf{g}, \mathbf{f}^*} \min w(\mathbf{y}, \mathbf{g}, \mathbf{f}^*) \quad (1)$$

soggetto a:

$$\mathbf{y} \in Y \quad (2)$$

$$\mathbf{g} \in G \quad (3)$$

$$\mathbf{f}^* = \mathbf{f}^*(\mathbf{y}, \mathbf{g}) \quad (4)$$

dove  $\mathbf{y}$  è il vettore di variabili topologiche,  $\mathbf{g}$  è il vettore dei parametri di regolazione semaforica,  $\mathbf{y}^{\wedge}$  e  $\mathbf{g}^{\wedge}$  rappresentano i valori ottimali dei suddetti vettori,  $w(\cdot)$  rappresenta la funzione obiettivo,  $\mathbf{f}^*$  il vettore dei flussi di traffico all'equilibrio ed  $Y$  e  $G$  gli insiemi di ammissibilità per le variabili decisionali.

Il vincolo (4), detto vincolo di assegnazione, lega le variabili descrittive (flussi di traffico) alle variabili decisionali; tale relazione, considerato che è possibile dimostrare l'esistenza e l'unicità della soluzione di equilibrio, consiste nell'associare ad ogni configurazione dell'offerta di trasporto una ed un'unica configurazione dei flussi di traffico all'equilibrio, per cui è possibile includere all'interno della funzione obiettivo (1) il vincolo di assegnazione (4).

Considerata la disomogeneità delle variabili di progetto, alcune discrete ( $\mathbf{y}$ ) ed altre continue ( $\mathbf{g}$ ), i problemi di progettazione di questo tipo sono quasi sempre affrontati con un approccio bilivello, in cui al livello superiore si ottimizzano le variabili topologiche (discrete) ed al livello inferiore le variabili semaforiche (continue). L'ottimizzazione delle variabili semaforiche dovrà essere effettuata ad ogni iterazione di un algoritmo risolutivo del problema di ottimizzazione dei sensi di marcia, comportando dei tempi di calcolo non accettabili per la risoluzione del problema su reti di dimensione reale; per ovviare a tale problema, in questa nota si propone di formulare il problema di ottimizzazione dei parametri di regolazione semaforica con un modello di assegnazione asimmetrica che consente di calcolare congiuntamente i flussi di traffico all'equilibrio ed i parametri semaforici localmente ottimali con essi congruenti. Il modello e gli algoritmi di risoluzione di questo problema sono proposti in Cascetta *et al.* (2006). Operando in tale modo si trasformano le variabili di progetto  $\mathbf{g}$  in variabili descrittive ed il modello si semplifica come di seguito:

$$\mathbf{y}^{\wedge} = \text{Arg}_{\mathbf{y}} \min w(\mathbf{y}, \mathbf{g}^*(\mathbf{f}^*(\mathbf{y}, \mathbf{g}^*)), \mathbf{f}^*(\mathbf{y}, \mathbf{g}^*)) \quad (5)$$

soggetto a:

$$\mathbf{y} \in Y \quad (6)$$

dove  $\mathbf{g}^* = \mathbf{g}^*(\mathbf{f}^*(\mathbf{y}, \mathbf{g}^*))$  sintetizza il modello di assegnazione asimmetrica che risolve in maniera congiunta il problema di ottimizzare localmente i parametri di regolazione semaforica e di calcolare i flussi di traffico all'equilibrio. Così operando si è ottenuto un modello di ottimizzazione discreta in cui le uniche variabili decisionali sono i sensi di marcia delle strade.

### 3. L'algoritmo risolutivo

L'algoritmo proposto per risolvere il modello di ottimizzazione discreta (5) e (6) è basato su una tecnica di ottimizzazione meta-euristica nota come *Scatter Search* (Laguna, 2002; Glover *et al.*, 2003); questa tecnica consente di indirizzare la ricerca della soluzione ottimale anche in regioni delle soluzioni ammissibili che non sarebbero esplorate da algoritmi di ricerca locale.

Le fasi dell'algoritmo sono le seguenti:

- *generazione dell'insieme di partenza*: si generano (casualmente o con altre metodologie) un insieme di soluzioni ammissibili da cui far partire la procedura;
- *miglioramento delle soluzioni correnti*: ciascuna soluzione generata è "migliorata" tramite un algoritmo di ricerca locale, quale ad esempio la *neighbourhood search*;
- *generazione o aggiornamento dell'insieme di riferimento*: si seleziona un numero limitato delle soluzioni ottenute in base sia al valore della funzione obiettivo che alla loro "diversità", in modo da esplorare diverse regioni dell'insieme di ammissibilità;
- *generazione di sottoinsiemi di soluzioni*: le soluzioni ottenute sono raggruppate in modo da generare dei sottoinsiemi di soluzioni;
- *combinazione delle soluzioni*: le soluzioni di ciascun sottoinsieme sono combinate tra loro per ottenere altre soluzioni e si riprende la procedura dalla fase di "miglioramento delle soluzioni correnti".

L'algoritmo si arresta quando due insiemi di riferimento successivi sono uguali o quando è stato raggiunto un numero massimo di iterazioni o un tempo massimo di calcolo.

Una fase fondamentale dell'algoritmo è quella del miglioramento delle soluzioni correnti; infatti, per reti di dimensioni reali, la *neighbourhood search* comporta tempi di calcolo troppo elevati, considerato che per generare la soluzione successiva deve esaminare l'intero intorno della soluzione corrente, calcolando per ciascuna delle soluzioni che ad esso appartiene il valore della funzione obiettivo. Tale metodo di *neighbourhood search* è anche noto come *steepest descent method* (metodo di discesa rapida). Nel caso del progetto di rete urbana, questo approccio è improponibile, considerato che le soluzioni che appartengono all'intorno di una soluzione sono pari, in genere, a 2 volte il numero di archi della rete meno 1 e che per valutare il valore della funzione obiettivo è necessario risolvere il problema di equilibrio asimmetrico, che calcola i flussi all'equilibrio ed i parametri di regolazione semaforica. Per ovviare al problema, in questa nota si propone un metodo di *neighbourhood search* che genera casualmente la soluzione da esaminare, estraendola dall'intorno della soluzione corrente, e che accetta questa come soluzione successiva se migliora la precedente; in caso contrario genera casualmente un'altra soluzione dell'intorno e così via fino a che non trova una soluzione migliorativa. Questa procedura, che si arresta quando non vi è alcuna soluzione migliorativa di quella corrente, l'abbiamo indicata con *random descent method* (metodo di discesa casuale). Una rappresentazione grafica semplificata dei due metodi è riportata in figura 1.

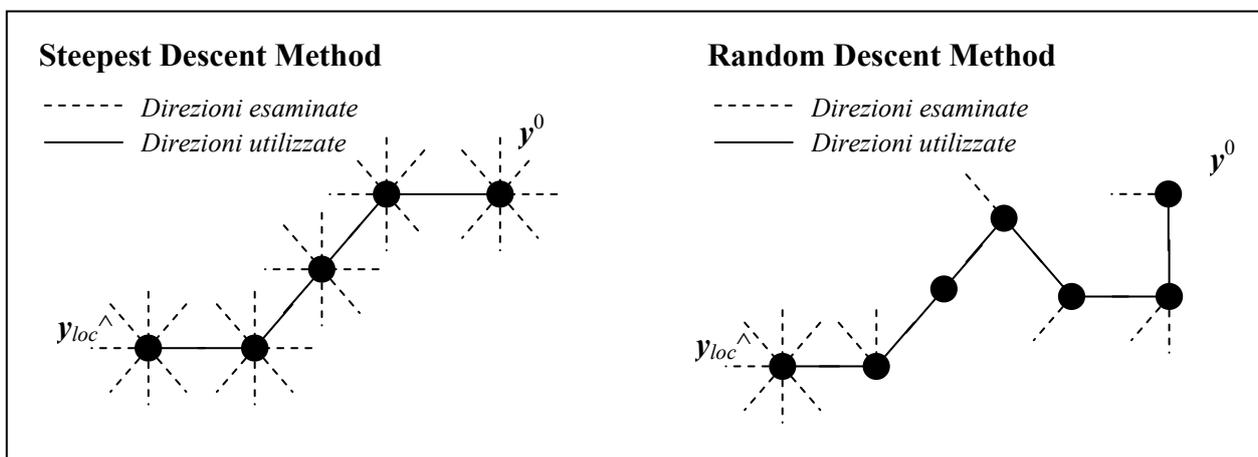


Figura 1: Confronto tra i metodi di ricerca locale

## 4. Risultati numerici

Il modello e l'algoritmo proposti sono stati testati su una rete di grandi dimensioni, tale rete è la rete stradale del Comune di Benevento (circa 63.000 abitanti). La rete è costituita da 141 tratte stradali urbane, 104 nodi reali e 36 nodi centroidi.

Una prima iterazione della *scatter search* è stata eseguita per confrontare lo *steepest descent method* con il *random descent method*; il primo ha esaminato 171.751 soluzioni impiegando 370 ore di tempi di calcolo, mentre il secondo ha esaminato solo 26.851 soluzioni impiegando 58 ore di tempi di calcolo (vedi figura 2). La migliore soluzione generata dal primo presenta un valore della funzione obiettivo inferiore rispetto alla migliore soluzione generata dal secondo di solo lo 0,13%.

Una seconda iterazione della *scatter search* è stata effettuata solo con il *random descent method*; l'algoritmo ha esaminato in totale 52.735 iterazioni ed ha impiegato 114 ore di tempi di calcolo; una ricerca esaustiva avrebbe richiesto l'esame di  $1,45 \cdot 10^{65}$  soluzioni con tempi di calcolo di  $3,57 \cdot 10^{58}$  anni. La funzione obiettivo si è ridotta di oltre il 15 %, rispetto alla soluzione attuale.

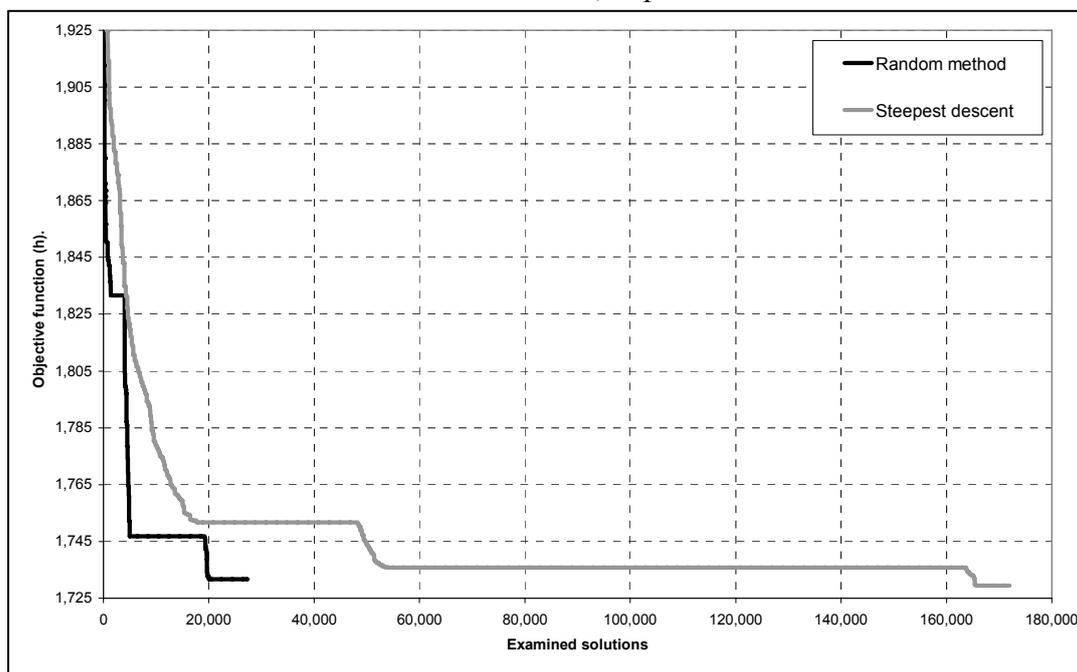


Figura 2: Confronto dei risultati con i due approcci di ricerca locale

## Bibliografia

- Cantarella G.E., Pavone G., Vitetta A. (2006), Heuristics for urban road network design: lane layout and signal settings, *European Journal of Operational Research*, 175: 1682-1695.
- Cantarella G.E., Vitetta A. (2006), The multi-criteria road network design problem in an urban area, *Transportation*, 33: 567-588.
- Cascetta E., Gallo M., Montella B. (2006) Models and algorithms for the optimization of signal settings on urban networks with stochastic assignment, *Annals of Operations Research*, 144: 301-328.
- Gallo M. (2002), Un approccio meta-euristico alla progettazione dei parametri topologici delle reti di trasporto urbano, *Sistemi di Trasporto*, 1/2002: 15-33.
- Gallo M., D'Acerno L., Montella B. (2008), A meta-heuristic approach for solving the Urban Network Design Problem, Submitted to *European Journal of Operational Research*, forthcoming.
- Glover F., Laguna M., Marti R. (2003), Scatter search. in: *Advances in evolutionary computation: theory and applications*, Ghosh A. & Tsutsui S. (Eds.), Springer-Verlag, New York (NY), USA: 519-537.
- Laguna M. (2002), Scatter search, in: *Handbook of applied optimization*, Pardalos P.M. & Resende M.G.C. (Eds.), University Press, Oxford, United Kingdom: 183-193.