

УДК 629.7+531.383

АБУФАНАС А. С., БЕНКАФО А. С., ЛОБАТЫЙ А. А., БНТУ

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕЧЕТКАЯ КОРРЕКЦИЯ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ

Решается задача комплексирования измерителей случайных процессов и фильтров их оценки с помощью алгоритмов нечеткой логики. Приводится пример, иллюстрирующий работоспособность предложенных теоретических положений.

We solve the problem of integration of meters of random processes and filters evaluation using fuzzy logic. The example illustrating working capacity of offered theoretical positions is resulted.

Современный этап развития систем управления характеризуется разработкой методов и систем обработки и получения информации, а также алгоритмов синтеза управляющих сигналов в условиях наличия большого числа неопределенностей в виде внешних и внутренних случайных воздействий. При этом синтез оптимальных систем управления производится на основе математических моделей систем. Неопределенности, входящие в состав математических моделей, представляют собой формализованный вид внешних случайных воздействий на систему и внутренних шумов системы.

Можно выделить два подхода к обработке информации в таких системах. Оба подхода основаны на математическом моделировании процессов с помощью современных информационных технологий.

Первый подход основан на аналитическом (точном) решении задачи получения оптимальной оценки сигнала управления при точном математическом описании процессов, происходящих в элементах системы, включая датчики – измерители параметров управления. К данному подходу относятся методы оптимальной фильтрации и прогнозирования, например – фильтр Калмана-Бьюси [1].

Второй подход предполагает, что имеется ряд неопределенностей, не позволяющих получить аналитическую модель элементов системы. Однако при этом имеется дополнительная информация, включая априорную и опыт эксперта – человека-исследователя. Решение

задачи определения требуемого сигнала управления в данном случае основано на использовании методов теории нечетких множеств (нечеткой логики) [2].

Оба подхода основаны на использовании современных информационных технологий и дополняют друг друга, так как каждый и них используется в зависимости от конкретной постановки задачи.

Рассмотрим классическую постановку задачи, когда динамическая стохастическая система описывается векторным нелинейным уравнением в виде

$$\dot{X}(t) = \varphi(X, t) + \xi(t), \quad X(t_0) = X_0, \quad (1)$$

где $X(t)$ – в общем случае n -мерный случайный вектор (матрица-столбец); $\varphi(X, t)$ – векторная детерминированная нелинейная функция с компонентами $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$; $\xi(t)$ – вектор белого гауссова шума, имеющий математическое ожидание $m_\xi(t)$ и матрицу интенсивностей $G(t)$.

Компоненты вектора $X(t)$ используются для управления системой на основе показаний датчиков-измерителей, математическая модель которых имеет вид

$$Z(t) = h(X, t) + \zeta(t), \quad (2)$$

где $Z(t)$ – вектор измерений размерности $m \leq n$, $\zeta(t)$ – вектор белых шумов измерителя.

Следует заметить, что практически любую математическую модель системы с небольшими шумами можно преобразовать в математическую модель с векторным аддитивным белым

шумом путем расширения вектора состояния фазовых координат рассматриваемой системы и введением в математическую модель системы формирующего фильтра, представляющего собой систему стохастических уравнений, описывающих случайный процесс с заданными характеристиками.

При точном математическом описании системы, измерителя и характеристик шумов (адекватности математической модели) задача определения оптимальной оценки $\hat{X}(t)$ вектора $X(t)$ решается путем применения упомянутого выше первого подхода – методов оптимальной (калмановской) фильтрации. При этом нелинейную математическую модель системы преобразуют в линейную математическую модель путем рассмотрения линейных режимов работы системы или применением различных методов линеаризации нелинейностей. В данном случае математическая модель оцениваемого процесса и измерителя записываются в виде [3]

$$\dot{X}(t) = A(t) \cdot X(t) + U(t) + B(t)\xi(t), \quad (3)$$

$$X(t_0) = X_0,$$

$$Z(t) = C(t) \cdot X(t) + H(t) \cdot \zeta(t), \quad (4)$$

где $X(t)$ – n -мерный вектор фазовых координат системы, X_0 – случайный вектор начального состояния, $U(t)$ – детерминированный вектор управлений (внешних воздействий), $Z(t)$ – m -мерный вектор измерений, $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $H(t)$ – матрицы коэффициентов, $\xi(t)$, $\zeta(t)$ – векторы некоррелированных белых гауссовых шумов с нулевыми математическими ожиданиями и матрицами интенсивностей $G(t)$ и $N(t)$, соответственно.

Для моделей процесса и измерителя (3), (4) справедлив алгоритм оптимального оценивания – фильтр Калмана-Бьюси (ФКБ) в виде апостериорного уравнения [1, 3]

$$\hat{X} = A \cdot \hat{X} + K(Z - C\hat{X}), \quad \hat{X}(t_0) = \hat{X}_0, \quad (5)$$

где \hat{X} – апостериорная оптимальная оценка процесса X при наличии измерений Z и известных математических моделях процесса и измерителя. Здесь аргумент t для упрощения записи опущен. В выражении (3) второе слагаемое представляет собой апостериорную модель шума процесса (1) $K \cdot \eta$, где $\eta = (Z - C\hat{X})$ – так называемая функция «невязки», характеризующая разность показаний измерителя Z

и его апостериорной математической модели $C\hat{X}$. K – коэффициент усиления «невязки», вычисляемый по формуле

$$K = RC^T Q^{-1}, \quad (6)$$

где R – матрица апостериорных корреляционных моментов вида $R = M[(X - \hat{X})(X - \hat{X})^T]$. $M[\dots]$ – символ операции математического ожидания.

Для вычисления матрицы R необходимо решить векторно-матричное уравнение Риккати вида

$$\dot{R} = AR + RA^T - RC^T Q^{-1} CR + BGB^T, \quad (7)$$

$$R(0) = R_0.$$

Одной из основных проблем при реализации алгоритма фильтрации (5)–(7) является неадекватность математических моделей объекта управления и измерителя реальным физическим процессам. Эта неадекватность может быть представлена в виде аддитивных неопределенностей математических моделей (1)–(2).

$$\dot{X}(t) = \varphi(X, t) + \xi(t) + \eta(t), \quad X(t_0) = X_0, \quad (8)$$

$$Z(t) = h(X, t) + \zeta(t) + \mu(t), \quad (9)$$

где $\eta(t)$ и $\mu(t)$ случайные функции времени с ненулевыми в общем случае математическими ожиданиями $m_\eta(t)$ и $m_\mu(t)$ и корреляционными функциями $R_\eta(t_1, t_2)$ и $R_\mu(t_1, t_2)$.

Если математическую модель измерителя на основе экспериментальных данных можно получить с высокой степенью адекватности реальному объекту (4) ($\mu(t) \leftrightarrow 0$), то математическая модель процесса $X(t)$ как правило приходится представлять в виде (8). Отличие реальной модели (8) от используемой для калмановской фильтрации модели (3) приводит к расходимости алгоритма фильтрации (5)–(7). От нежелательного явления расходимости алгоритма фильтрации можно избавиться применением различных методов адаптации ФКБ: структурной или параметрической. Структурная адаптация представляет собой комплексирование различных источников информации о процессе $X(t)$ [4].

Частично снизить расходимость ФКБ можно применением параметрической адаптации, при которой в процессе фильтрации производится искусственное изменение параметров ФКБ: матриц коэффициентов математической модели и матриц интенсивностей шумов. В свя-

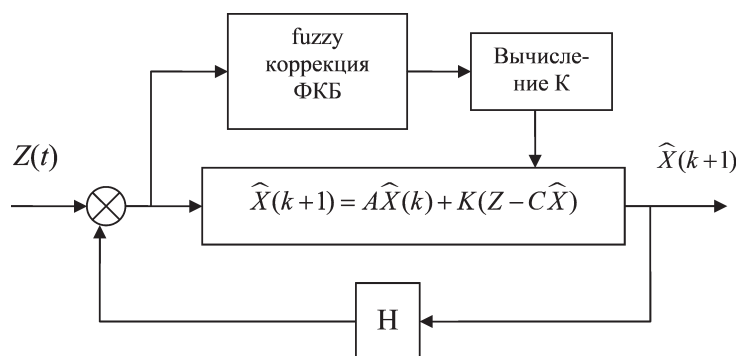


Рис. 1. Блок-схема ФКБ с fuzzy-коррекцией

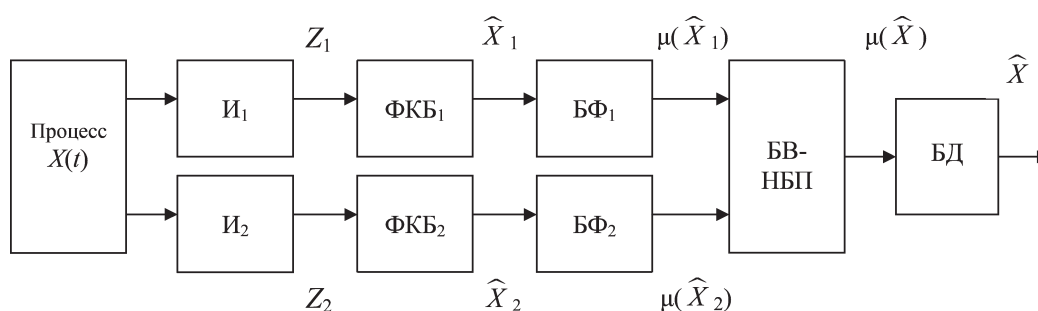


Рис. 2. Блок-схема структурно-параметрической нечеткой коррекции

зи с тем, что формализовать неопределенности $\eta(t)$ и $\mu(t)$ практически невозможно, то представляет интерес применение параметрической адаптации (коррекции) ФКБ с помощью системы нечеткой логики – СНЛ (fuzzy-коррекция). На рис. 1 представлена блок-схема дискретного ФКБ с fuzzy-коррекцией [5].

В предлагаемом алгоритме адаптации принципы нечеткой логики применяются для настройки матрицы шумов G процесса, описываемого выражением (3). На каждом шаге дискретной реализации алгоритма ФКБ производится изменение матрицы ковариаций шумов G в соответствии с заданными на основе априорных исследований функциями принадлежности входных и выходных переменных блока fuzzy-коррекции и правилами импликации (нечеткой базой правил СНЛ). Таким образом, применение параметрической fuzzy-коррекции ФКБ дает положительный эффект только в ограниченном диапазоне изменения параметров и условий работы системы. Реализация алгоритмов нечеткой логики с помощью Simulink-схем подробно описана в [6].

Рассмотрим использование fuzzy-коррекции ФКБ при наличии дополнительного измерителя. При такой постановке задачи используются более одного измерителя процесса $X(t)$ и соответствующих им фильтров. На рис. 2

представлена блок-схема структурно-параметрической нечеткой коррекции алгоритма фильтрации для случая использования двух измерителей процесса $X(t)$. На рис. 2 обозначено: I_1 и I_2 – измерители процесса $X(t)$; $\Phi КБ_1$ и $\Phi КБ_2$ – фильтры Калмана-Бьюси; $БФ_1$ и $БФ_2$ – блоки фаззификации; $БВ-НБП$ – блок вывода с нечеткой базой правил; $БД$ – блок дефаззификации.

Заметим, что решение уравнений (5) и (7) позволяет получить вектор апостериорных математических ожиданий $m_x(t)$ и матрицу апостериорных корреляционных моментов $\theta_x(t)$. Если считать, что плотность вероятности распределения процесса $\hat{X}(t)$ гауссова, что в большинстве практических задач вполне допустимо, то этого вполне достаточно для определения n -мерной плотности вероятности $f(\hat{X})$, которая имеет вид [7]

$$f(\hat{X}, t) = \frac{1}{\sqrt{2^n \pi^n \Delta(t)}} \exp \left[-\frac{\Delta^*(t)}{2\Delta(t)} \right], \quad (10)$$

где $\Delta(t)$ – определитель матрицы $\theta_x(t)$, $\Delta^*(t)$ – окаймленный определитель, получаемый из $\Delta(t)$ путем приписывания одного $(n+1)$ столбца и $(n+1)$ строки, состоящих из членов $x_1 - m_{x1}$, $x_2 - m_{x2}$, ..., $x_n - m_{xn}$, 0.

Переход от плотности вероятности $f(\hat{X})$ к функции принадлежности $\mu(\hat{X})$ предлагает-

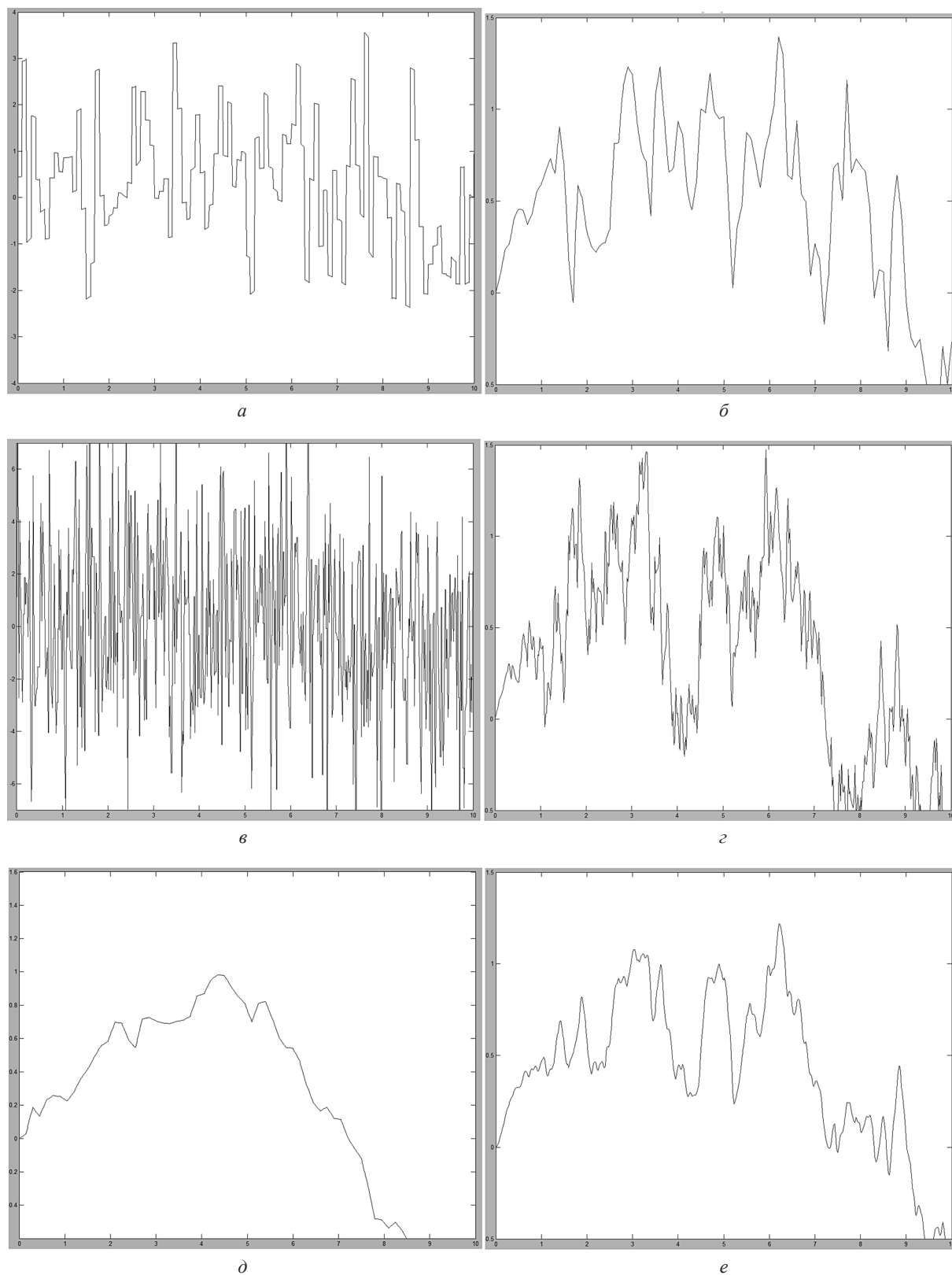


Рис. 3. Результаты математического моделирования

ся производить путем нормирования $f(\widehat{X})$ [8]. При этом предполагается, что

$$\mu(\widehat{X}) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n, t)}{f(x_1 = m_{x1}, x_2 = m_{x2}, \dots, x_n = m_{xn}, t)}. \quad (11)$$

На рис. 3 представлены качественные результаты моделирования работоспособности алгоритма структурно-параметрической адаптации. В качестве примера рассматривалось оценивание навигационного параметра мобильной робототехнической системы, описываемой выражениями (3)–(4) с гипотетическими параметрами. На рис. 3, а, б в соответствии с блок-схемой (рис. 2) представлены

процессы $Z_1(t)$ и $Z_2(t)$ с выхода измерителей. На рис. 3, б, в – оценки фильтрации $\widehat{X}_1(t)$ и $\widehat{X}_2(t)$, на рис. 3, д – процесс $X(t)$, на рис. 3, е – результат комплексной оценки результатов фильтрации $\widehat{X}(t)$.

Как видно из рис. 3, е результат комплексирования двух каналов $\widehat{X}(t)$ ближе к процессу $X(t)$ по сравнению с $\widehat{X}_1(t)$ или $\widehat{X}_2(t)$. Результаты моделирования показывают перспективность данного подхода, особенно с учетом того, что в данном случае имеется возможность в алгоритме нечеткой логики учесть априорный опыт эксперта, не поддающийся формализованному описанию.

Литература

1. Балакришнан, А. В. Теория фильтрации Калмана: Пер. с англ. / А. В. Балакришнан. – М.: Мир, 1988. – 168 с.
2. Ярушкина, Н. Г. Основы теории нечетких и гибридных систем / Н. Г. Ярушкина. – М.: Экономика и финансы, 2004. – 320 с.
3. Синицин, И. Н. Фильтры Калмана и Пугачёва / И. Н. Синицин. – М.: Университетская книга, 2006. – 640 с.
4. Бенкафо, А. С. Особенности применения фильтров Калмана-Бьюси в комплексах ориентации и навигации / А. С. Бенкафо, А. А. Лобатый // Доклады БГУИР, 2013 № 5(75), С. 67–71.
5. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / под ред. Б. С. Алёшина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского. – М.: Физматлит, 2006. – 424 с.
6. Гостев, В. И. Проектирование нечетких регуляторов для систем автоматического управления / В. И. Гостев. – СПб.: БХВ–Петербург, 2011. – 416 с.
7. Пугачев, В. С. Теория стохастических систем / В. С. Пугачев, И. Н. Синицын. – М.: Логос, 2004. – 1000 с.
8. Аль-Машхадани, М. А. Фаззификация сигналов нелинейной стохастической системы / А. А. Лобатый, М. А. Аль-Машхадани // Вестник БНТУ. – 2013. – № 2. – С. 28–32.