

УДК 621.396

М. М. КАСПЕРОВИЧ, В. А. КОНДРАТЕНОК, Белорусский национальный технический университет, Военная академия Республики Беларусь

РЕЗУЛЬТАТЫ КРАТКОГО СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВЛИЯНИЯ ИОНОСФЕРЫ ЗЕМЛИ НА СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫЕ СИГНАЛЫ X-ДИАПАЗОНА

Для формирования дальностного портрета при использовании сверхширокополосного линейно частотно-модулированного сигнала в радиолокационных станциях необходимо учитывать все искажения электромагнитной волны на радиотрассе. При наблюдении за околосемными объектами сигнал проходит через ионосферу. Электромагнитная волна в ней будет подвергаться нелинейным искажениям, которые изменят временную структуру сигнала. Это приводит к возникновению ошибки по дальности. Для её компенсации нужна математическая модель искажений сигнала в ионосфере.

For range portrait formation at usage ultrabroadband linearly frequency-modulated signal in radar it is necessary to consider all distortions of an electromagnetic wave on a radio route. At observation over circumterrestrial objects the signal transits through an ionosphere. The electromagnetic wave in it will be exposed to non-linearity distortions, which transform of signal time structure. It leads to distance error origin. For its compensating it is necessary to use the mathematical model of signal distortions in an ionosphere.

Введение

Ионосфера представляет собой плазму, подмагниченную магнитным полем Земли. Его напряженность составляет около 40 А/м в средних геомагнитных широтах. Диэлектрическая проницаемость в ионосфере носит тензорный характер [1, 2], который зависит от плазменной частоты ионосферы f_{in} , эффективной частоты соударений $\nu_{эф}$, рабочей частоты f_0 и угла распространения электромагнитной волны (ЭМВ) относительно линий магнитного поля Земли. Все перечисленные параметры изменяются в пространстве. Поэтому ионосфера – анизотропная диспергирующая неоднородная среда. Следовательно ЭМВ в ней будет подвергаться нелинейным искажениям, которые будут изменять временную структуру сигнала. При обзоре радиолокационными станциями (РЛС) околосемного пространства возникает необходимость составления дальностного портрета исследуемого объекта, что требует от РЛС высокой точности. Поэтому необходимо в полном объеме учитывать ионосферные искажения.

В сантиметровом диапазоне длин волн искажения ЭМВ в ионосфере малы, что позволяет при расчетах использовать упрощенные

выражения [3]. В работе представлены две математические модели расчета искажений сверхширокополосного линейно частотно-модулированного (ЛЧМ) сигнала в ионосфере (учитывающей все воздействия ионосферы на ЭМВ и с применением упрощенных выражений) и проведен их сравнительный анализ.

1. Диэлектрическая проницаемость и показатель преломления ионосферы

На электроны в плазме действует сила Лоренца [4]:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} - \frac{e}{c}[\mathbf{v}_e\mathbf{H}], \quad (1)$$

где \mathbf{H} – постоянное магнитное поле (действие магнитного поля радиоволны здесь пренебрегаем); \mathbf{E} – электрическое поле; c – скорость света в вакууме; e – заряд электрона, \mathbf{v}_e – его скорость.

Следовательно, в отсутствие трения уравнение для скорости \mathbf{v}_e имеет вид:

$$m \frac{d\mathbf{v}_e}{dt} = e\mathbf{E} - \frac{e}{c}[\mathbf{v}_e\mathbf{H}]. \quad (2)$$

Трение обусловлено соударениями электронов с другими частицами: молекулами, ионами (соударения между электронами не меняют полного импульса электронов, т. е. не меняют средней скорости \mathbf{v}_e).

Под влиянием соударений средняя скорость v_e уменьшается. Если $v_{эф}$ – частота соударений, то обусловленная соударениями сила трения между электронами и частицами сорта α , движущимися со средней скоростью v_α , есть $F_{тр} = -mv_{эф}\alpha(v_e - v_\alpha)$ и выражение (2) принимает вид:

$$m \frac{dv_e}{dt} = -e\mathbf{E} - \frac{e}{c}[\mathbf{v}_e \mathbf{H}] - \sum_{\alpha} mv_{эф}\alpha(v_e - v_\alpha), \quad (3)$$

где $v_{эф}\alpha$ – частота соударений электронов с частицами сорта α (молекулами, ионами); m – масса электрона.

При разных соударениях электрона с тяжелыми частицами изменение импульса различно, так как различны параметры удара и электроны имеют распределение по скоростям. Поэтому частоты соударений $v_{эф}\alpha$ представляют собой некоторые средние, эффективные величины. В очень широком классе условий можно считать, что частоты $v_{эф}\alpha$ не зависят от v_e , а зависят лишь от эффективной температуры электронов T_e [5]. Причина этого в том, что как в слабом, так и в сильном электрическом поле средняя скорость направленного движения электронов оказывается много меньше, чем их тепловая (хаотическая) скорость. Поэтому и частота столкновений зависит лишь от хаотической скорости, т. е. от эффективной температуры электронов.

Рассмотрим вначале случай изотропной плазмы ($H = 0$). В переменном однородном электрическом поле $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}$ из (3) получаем:

$$\mathbf{v}_e = -\frac{e\mathbf{E} v_{эф}\alpha + i\omega_0}{m v_{эф}\alpha^2 + \omega_0^2}. \quad (4)$$

Тогда полный электронный ток в плазме [5]:

$$\mathbf{j} = \frac{e^2 n \mathbf{E} v_{эф}\alpha + i\omega_0}{m v_{эф}\alpha^2 + \omega_0^2}. \quad (5)$$

В электродинамике используются диэлектрическая проницаемость ϵ_n и проводимость σ_n :

$$\mathbf{j} = (-i\omega_0 \frac{\epsilon_n - 1}{4\pi} + \sigma_n) \mathbf{E} = \frac{-i\omega_0}{4\pi} (\epsilon'_n - 1) \mathbf{E}, \quad (6)$$

где $\epsilon'_n = \epsilon_n + i \frac{4\pi\sigma_n}{\omega_0}$.

Сравнивая (5) и (6), находим:

$$\epsilon_n = 1 - \frac{4\pi e^2 N_e}{m(\omega_0^2 + v_{эф}\alpha^2)}; \quad \sigma_n = \frac{e^2 N_e v_{эф}\alpha}{m(\omega_0^2 + v_{эф}\alpha^2)}, \quad (7)$$

где N_e – концентрация электронов.

При наличии магнитного поля плазма становится анизотропной. Проводимость и диэлектрическая проницаемость в этом случае являются тензорами. Полный ток в анизотропной среде определен выражением:

$$\mathbf{j}_s = \sum_k \left[-\frac{i\omega_0}{4\pi} (\epsilon_{sk} - \delta_{sk}) + \sigma_{sk} \right] E_k = -\frac{i\omega_0}{4\pi} \sum_k (\epsilon'_{sk} - \delta_{sk}) E_k, \quad (8)$$

где ϵ_{sk} , σ_{sk} – компоненты тензоров $\hat{\epsilon}_n$ и $\hat{\sigma}_n$; δ_{sk} – единичный тензор: $\delta_{sk} = 1$, если $s = k$, и $\delta_{sk} = 0$, если $s \neq k$.

Скорость \mathbf{v}_e в поле $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}$, определенная из выражения (3), имеет в этом случае вид:

$$\mathbf{v}_e = -\frac{e}{m[\Omega_e^2 + (-i\omega_0 + v_{эф}\alpha)^2]} \times \left\{ \mathbf{E}(-i\omega_0 + v_{эф}\alpha) + \frac{\Omega_e^2 \mathbf{H}(\mathbf{E}\mathbf{H})}{H^2(-i\omega_0 + v_{эф}\alpha)} - \Omega_e \frac{[\mathbf{E}\mathbf{H}]}{H} \right\}, \quad (9)$$

где $\Omega_e = eH / mc$ – гиромагнитная частота.

Для упрощения описания рассматривалось только взаимодействие электронов с частицами сорта α . Однако все приведенные формулы справедливы и для ионов атомов, и для молекул.

Плазменная частота частицы сорта α определяется по формуле:

$$\omega_a = \sqrt{\frac{4\pi n_a e^2}{m_a}}. \quad (10)$$

Подставляя выражения (9) и (10) в соотношение (7), принимая, что $\omega'_a = \omega_0 + iv_{эф}\alpha$, находим компоненты тензора $\hat{\epsilon}$. Выбирая за ось z направление \mathbf{H} , получим [4]:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & ig & 0 \\ -ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $\epsilon = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_a^2 \omega'_a}{\omega_0(\omega_a'^2 - \Omega_a^2)}$ – диэлектрическая проницаемость вдоль распространения ЭМВ в плоскости, перпендикулярной \mathbf{H} ;

$g = \frac{\omega_e^2 \Omega_e}{\omega_0(\omega_e'^2 - \Omega_e^2)} - \sum_{\alpha \neq e} \frac{\omega_a^2 \Omega_a}{\omega_0(\omega_a'^2 - \Omega_a^2)}$ – диэлек-

трическая проницаемость в направлении, перпендикулярном относительно \mathbf{E} и \mathbf{H} ;

$\eta = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{\omega_0 \omega'_{\alpha}}$ – продольная диэлектрическая проницаемость (вдоль \mathbf{H}).

Суммирование ведется по всем сортам заряженных частиц.

Для системы координат с осью z , повернутой на угол θ относительно магнитного поля тензор диэлектрической проницаемости будет иметь вид:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & ig \cos \theta & -ig \sin \theta \\ -ig \cos \theta & \eta - (\eta - \epsilon) \cos^2 \theta & (\eta - \epsilon) \sin \theta \cos \theta \\ ig \sin \theta & (\eta - \epsilon) \sin \theta \cos \theta & \eta - (\eta - \epsilon) \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Воспользовавшись биквадратным дисперсионным уравнением из [4]

$$(\epsilon \sin^2 \theta + \eta \cos^2 \theta) N^4 - [2\epsilon \eta + (\epsilon^2 - g^2 - \epsilon \eta) \sin^2 \theta] N^2 + (\epsilon^2 - g^2) \eta = 0, \quad (13)$$

найдем квадрат показателя преломления:

$$N^2 = \frac{2\epsilon \eta + (\epsilon^2 - g^2 - \epsilon \eta) \sin^2 \theta}{2\epsilon \sin^2 \theta + 2\eta \cos^2 \theta} \pm \frac{[4\eta^2 g^2 \cos^2 \theta + (\epsilon^2 - g^2 - \epsilon \eta)^2 \sin^4 \theta]^{1/2}}{2\epsilon \sin^2 \theta + 2\eta \cos^2 \theta}. \quad (14)$$

Получено два значения N^2 , что означает возможность существования двух волн с двумя различными скоростями распространения. В выражении (14) знаку плюс соответствует левополяризованная волна, знаку минус – правополяризованная. Кроме того, значение N – комплексное, где вещественная часть характеризует условия преломления и отражения, а мнимая – поглощение ЭМВ.

Групповая скорость в среде рассчитывается исходя из формулы [3]:

$$u_{гр} = c \operatorname{Re}(N). \quad (15)$$

Тогда групповое запаздывание составит:

$$t_{гр} = \sum_i \frac{\Delta r_i}{(u_{гр})_i}, \quad (16)$$

где Δr_i – длина i -го отрезка пути, который ЭМВ прошла с групповой скоростью $(u_{гр})_i$.

Следовательно, групповое запаздывание $t_{гр}$ зависит от концентрации в ионосфере элек-

тронов, ионов и нейтральных частиц, их температуры, частоты сигнала и угла распространения ЭМВ относительно линий магнитного поля Земли. В свою очередь запаздывание вносит искажения во временную структуру сигнала, что приводит к ошибке по дальности в РЛС.

2. Описание математической модели без приближения

Математическая модель без приближения выполнена на основании выражений, приведенных выше. Исходными данными для расчетов являются: распределение концентрации электронов, ионов и нейтральных частиц по высотам, их температуры и массы (рассматривается дневная ионосфера в летний период при умеренной солнечной активности [6]).

Частоты соударения различных сортов частиц находятся по следующим соотношениям:

– электроны с нейтральными частицами:

$$v_{em} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2T_e}{\pi m}} \pi a^2 N_m, \quad (17.1)$$

где a – радиус нейтральной частицы; N_m – концентрация нейтральных частиц;

– электроны с ионами:

$$v_{ei} = \frac{5,5 N_i}{T_e^{3/2}} \ln \frac{220 T_e}{N_i^{1/3}}, \quad (17.2)$$

где N_i – концентрация ионов;

– ионы с нейтральными частицами одного сорта:

$$v_{im} = \beta_{im}^0 (T_i + T_m)^{1/2} N_m, \quad (17.3)$$

– ионы с нейтральными частицами разных сортов:

$$v_{im} = \beta_{im} N_m, \quad (17.4)$$

где коэффициенты β_{im}^0 и β_{im} характеризуют различные виды взаимодействия и перезарядки ионов и нейтральных частиц.

Подробный вывод формул (17) и значение коэффициентов β_{im}^0 и β_{im} представлены в [5].

Как известно [7], основной вклад в искажения ЭМВ вносят соударения электронов. На рис. 1 представлены зависимости концентрации частиц (электронов, ионов, нейтральных молекул и атомов) и частот соударения (электронов с нейтральными частицами, с ионами и суммарная эффективная частота) от высоты.

Как видно из рис. 1, на высотах до 150 км (на уровне слоя D) преобладают электрон-ней-

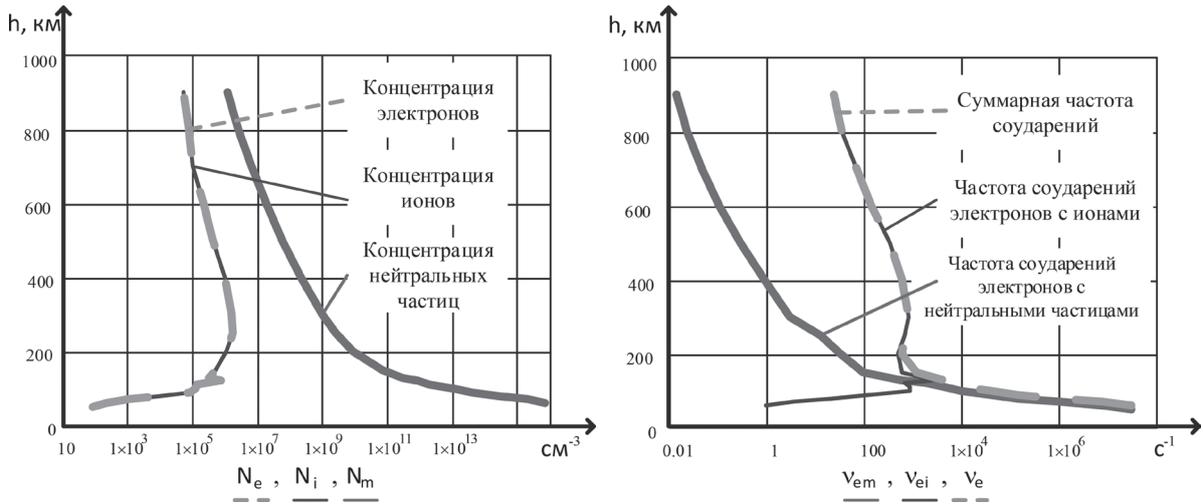


Рис. 1. Концентрация частиц в ионосфере и эффективная частота соударений электронов

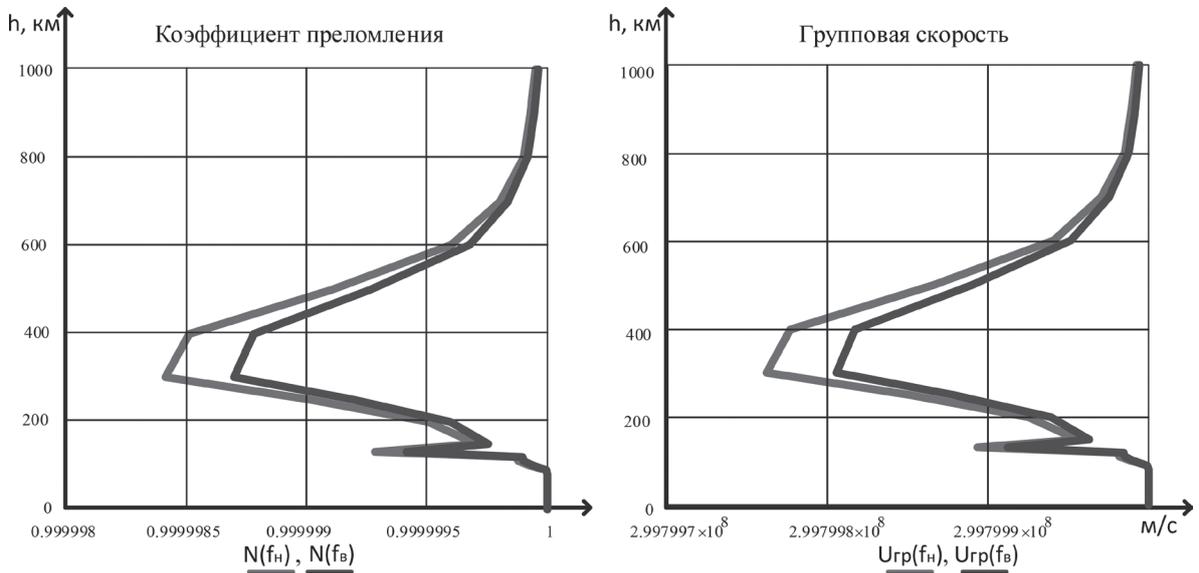


Рис. 2. Показатели преломления и соответствующие им групповые скорости

тральные соударения, выше – электрон-ионные, что определяется степенью ионизации плазмы.

Зависимости вещественных частей показателей преломления и соответствующие им групповые скорости сигналов на частотах $f_n = 9,5$ ГГц и $f_b = 10,5$ ГГц, для состояния ионосферы, описанного выше, представлены на рис. 2.

Из рис. 1 и 2 видно, что при увеличении концентрации электронов групповая скорость падает, а при увеличении частоты ЭМВ – возрастает.

В математической модели не учитывается изменение температуры плазмы под воздействием ЭМВ, так как в рассматривается только СВЧ диапазон, а при $f_0 \gg v_{эф}$ температура электрона не может существенно измениться

за время $1/f_0$, в течение которого изменяется электрическое поле [5].

3. Описание математической модели по приближенным формулам

Относительная диэлектрическая проницаемость ионизированного газа определяется выражением (7). Для большинства диапазонов радиоволн частотой соударений можно пренебречь $\omega^2 \gg v_{эф}^2$ [3, 8] и записать выражение (7) в упрощенном виде:

$$\epsilon_{и} \approx 1 - \frac{4\pi N_e e^2}{m\omega^2}. \tag{18}$$

Учитывая выражение (10):

$$\epsilon_{и} \approx 1 - \frac{\omega_{и}^2}{\omega^2} = 1 - \frac{f_{и}^2}{f^2}, \tag{19}$$

где $f_{\text{и}}$ плазменная частота электронов.

Если учесть, что $m = 9,109 \cdot 10^{-31}$ кг; $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл; $\varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, то $f_{\text{и}} \approx \sqrt{80,8 N_e}$.

Для электронных концентраций $N_e = 10^3 \dots 10^6$ см $^{-3}$ ($N_e = 10^9 \dots 10^{12}$ м $^{-3}$) плазменная частота $f_{\text{и}} \approx 9\sqrt{N_e}$ изменяется в пределах 0,3...9 МГц.

Если учесть, что показатель преломления ионосферы $N = \sqrt{\varepsilon_{\text{и}}} = \frac{v_{\text{ф}}}{c}$, то фазовая скорость волны в ионосфере при $f \gg f_{\text{и}}$ определяется следующим выражением:

$$v_{\text{ф}} \approx \frac{c}{1 - 40,3 N_e / f^2} \approx c \left(1 + 40,3 N_e / f^2 \right). \quad (20)$$

Согласно (20) для $f \gg f_{\text{и}}$ фазовое запаздывание составит [3]:

$$\psi = 2\pi f \sum_i \frac{\Delta r_i}{(v_{\text{ф}})_i} \approx \frac{2\pi}{c} \left(f r - \frac{40,3 (N_e)_{\text{инт}}}{f} \right), \quad (21)$$

где $(N_e)_{\text{инт}} = \sum_i (N_e)_i \Delta r_i$ – число электронов на пути распространения в изогнутом столбе площадью 1 м 2 .

Групповое запаздывание огибающей узкополосного колебания $t_{\text{гр}} = (2\pi)^{-1} (d\psi/df)_0$ с несущей $f = f_0$ находится из (21) как

$$t_{\text{гр}}(f) = \frac{r}{c} + \Delta t_{\text{гр}}(f) \approx \frac{r}{c} + 40,3 \frac{(N_e)_{\text{инт}}}{c f^2}. \quad (22)$$

Таким образом, для математической модели по приближенным формулам исходными данными является только распределение по высотам концентрации электронов. Для сравнения моделей оно взято такое же, что и для «полной» математической модели.

4. Результаты сравнительного анализа математических моделей

При сравнительном анализе двух математических моделей использовался ЛЧМ сигнал с девиацией частоты $\Delta f_{\text{м}} = 1$ ГГц на средней частоте $f_0 = 10$ ГГц и длительностью импульса $T_0 = 1$ мкс.

Искажения сигнала учитываются в его временной структуре, причем для каждой «оцениваемой» частоты время запаздывания $t_{\text{гр}i}$ вносимое ионосферой, вычисляется по двум математическим моделям. В конечном итоге закон модуляции для искаженного сигнала имеет вид:

$$U_{\text{искаж}}(t - t_{\text{гр}}) = \begin{cases} \exp \left\{ j\pi \frac{\Delta f_{\text{м}}}{T_0} (t_i - t_{\text{гр}i})^2 \right\}, & \text{если } |t - t_{\text{гр}}| \leq \frac{T_0}{2}, \\ 0, & \text{если } |t - t_{\text{гр}}| > \frac{T_0}{2}. \end{cases} \quad (23)$$

Под неискаженным сигналам понимается:

$$U_{\text{неиск}}(t - t_{\text{гр}}) = \begin{cases} \exp \left\{ j\pi \frac{\Delta f_{\text{м}}}{T_0} (t_i - t_{\text{гр}0})^2 \right\}, & \text{если } |t - t_{\text{гр}}| \leq \frac{T_0}{2}, \\ 0, & \text{если } |t - t_{\text{гр}}| > \frac{T_0}{2}, \end{cases} \quad (24)$$

где $t_{\text{гр}0}$ – запаздывание для первой группы частот (разницу времени запаздывания для различных частот не учитывали).

Ионосфера рассматривается до высоты 1000 км, так как здесь сконцентрирована основная масса электронов [6, 9], что подтверждается рис. 1, следовательно, практически все искажения ЭМВ ионосферой происходят в данных пределах. При минимальном поднятии антенны ($\theta = 0$) с учетом изогнутости слоев атмосферы и без учета рефракции максимальное расстояние до исследуемого объекта составляет около 3900 км.

Для сравнения ошибки по дальности за счет искажений в ионосфере, которые определены по разным математическим моделям, сравним сигналы с выхода оптимального фильтра для неискаженного сигнала после квадратурного детектора. На рис. 3 для наглядности ось времени представлена эквивалентным расстоянием до цели. Красным цветом изображен неискаженный сигнал, зеленым и синим – искаженные, где $t_{\text{гр}i}$ определены по полной и упрощенной моделях соответственно.

Как видно из рис. 3, ошибка по дальности относительно неискаженного сигнала, где искажения ионосферы не учтены, при использовании «полной» математической модели составляет порядка 20 см, а для упрощенной – 15 см, т. е. относительная ошибка между двумя моделями составляет около 25%, что может быть недопустимо при составлении дальностного портрета цели.

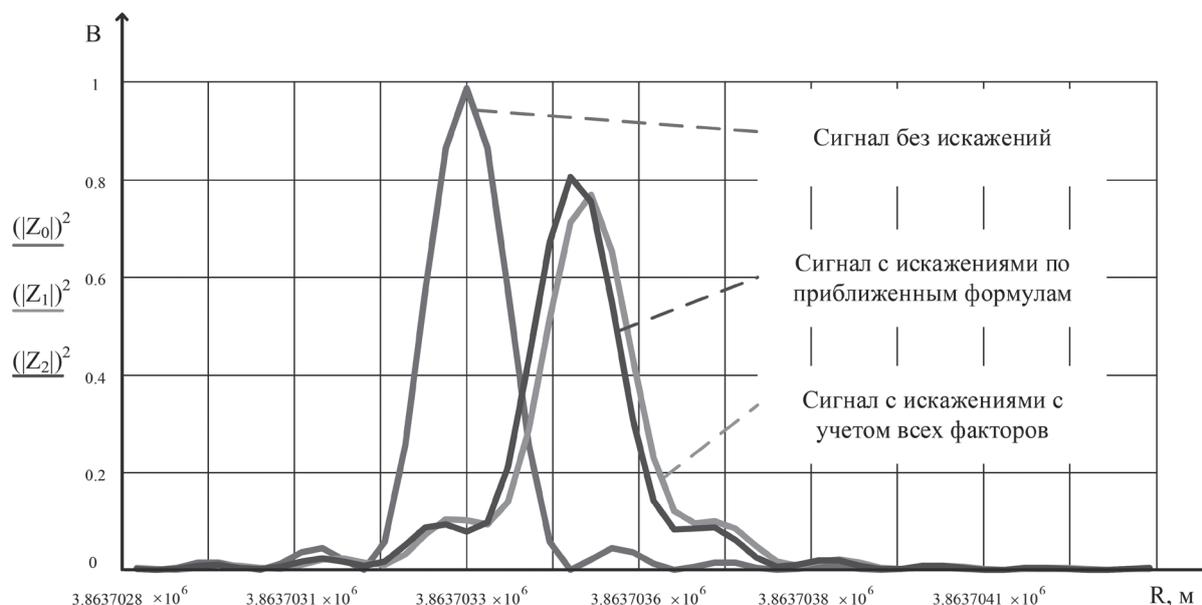


Рис. 3. Результаты сравнения математических моделей

Заключение

В современных РЛС, работающих по объектам в околоземном пространстве, точность определения дальности может составлять доли метров. При этом ошибка в 5 см может оказаться достаточно существенной (к примеру, для составления дальностных портретов объектов с целью их дальнейшего распознавания). С одной стороны, «полная» математическая модель может учитывать затухание ЭМВ на радиотрассе, рефракционный угол

для каждой групповой частоты и т. д., а, следовательно, точную высоту цели и ошибку по углу места, т. е. ее потенциальные возможности шире «упрощенной». С другой стороны, вычисления по «упрощенной» модели ЭВМ производит в среднем в 4 раза быстрее. В связи с этим целью дальнейших исследований планируется определить решающее правило по выбору той или иной модели ионосферных искажений в алгоритмах обработки информации РЛС.

Литература

1. Петров Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн – 2-е издание. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007, 558 с.
2. Рожанский В. А. Теория плазмы: Уч. пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2012, 320 с.
3. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория. Справочник. Под ред. Я. Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007, 512 с.
4. Брюнелли Б. Е., Намгладзе А. А. Физика ионосферы. – М.: Наука, 1988, 528 с.
5. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Монография. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1973, 272 с.
6. Nathan Blaunstein, Eugeniu Plohotniuc. Ionosphere and applied aspects of radio communication and radar. – CRC Press, 2008, 577 p.
7. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984, 392 с.
8. Budden K. G. Radio waves in the ionosphere. The mathematical theory of the reflection of radio waves from stratified ionised layers. – Cambridge at the university press, 1961, 542p.
9. Яковлев О. И., Якубов В. П., Урядов В. П., Павельев А. Г. Распространение радиоволн: Учебник под ред. О. И. Яковлева. – М.: ЛЕН АНД, 2009, 496 с.