

УДК 681.2.082:531.45

## УСТРОЙСТВО И МЕТОДЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ И КОНТАКТНОЙ АДГЕЗИИ В ОБЛАСТИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО СМЕЩЕНИЯ

Джилавдари И.З., Ризноокая Н.Н.

Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Республика Беларусь  
e-mail: psf@bntu.by

*Рассматриваются качания шариков на плоском основании в режиме, когда смещение существенно меньше пятна упругого контакта. Предлагается новая феноменологическая теория сопротивления качению, позволяющая измерить момент сопротивления качению и коэффициенты трения, а также определить момент трогания и плотность энергии адгезии на отрыв. Описывается экспериментальная установка и результаты эксперимента, которые с высокой точностью согласуются с математической моделью.*

**Ключевые слова:** сферические тела качения, трение качения.

### Введение

С развитием современного приборостроения остро встала задача точного позиционирования элементов приборов [1–3]. Подобные задачи возникают в таких областях науки и техники, как управление телескопами, робототехника [4], управление оружием, технология производства интегральных схем, лазерная резка [5], туннельные и силовые зондовые микроскопы [6], системы управления синхронным излучением [7] и др. С целью уменьшения трения и износа в особо точных технических устройствах и приборах используют элементы качения, работающие в условиях малых нагрузок, смещений и скоростей. Роль трения качения особенно велика на начальном этапе движения [1]. Однако его закономерности до сих пор не достаточно изучены. Поэтому в последнее время большое внимание уделяется исследованиям трения качения на начальном этапе движения, который называют областью предварительного смещения [1, 10, 11]. Установлено, что в этой области трение качения имеет нелинейный и гистерезисный характер [1, 10], что существенно снижает точность систем позиционирования [1, 2]. Однако существующие средства не позволяют исследовать это трение с необходимой точностью и чувствительностью [1, 2, 12].

С этой точки зрения весьма перспективным и универсальным методом является метод свободных качаний физического маятника, который опирается на исследуемую поверхность двумя шариками [13].

Цель настоящей работы состоит в описании методов и устройства, разработанных для исследования трения качения и контактной адгезии в области предварительного смещения с высокой точностью и чувствительностью. Метод состоит в измерении зависимости амплитуды свободных колебаний маятника от времени и зависимости периода этих колебаний от амплитуды.

### Теоретическая модель момента трения качения в области предварительного смещения

Авторами предложена модель момента сопротивления качению, в которой основные потери энергии маятника с опорой качения связаны с известным механизмом «частотно независимых потерь энергии на внутреннее трение» в материале опорной поверхности [13, 17]. В этой модели сделано предположение о наличии стартового момента сопротивления качению (момента трогания), который обусловлен работой сил адгезии при отрыве части поверхности шарика при его повороте на опорной поверхности. В этом случае мо-

мент сопротивления качению, действующий на шарики (или через шарики на маятник), имеет вид:

$$M_{\text{ск}}(\varphi, \dot{\varphi}) = -mgR(c + b\varphi^p) \text{sign}(\dot{\varphi}), \quad (1)$$

где  $\varphi$  – угол отклонения маятника от положения равновесия;  $m$  – масса маятника;  $g$  – ускорение свободного падения;  $R$  – радиус шарика;  $b, p, c$  – постоянные, определяемые из опыта методом нелинейной аппроксимации.

Здесь стартовый момент сопротивления качению определяется формулой:

$$M_0(\dot{\varphi}) = -mgRc \text{sign}(\dot{\varphi}). \quad (2)$$

С учётом формулы (1) уравнение малых колебаний маятника имеет вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = -\omega_0^2(c + b\varphi^p) \text{sign}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right), \quad (3)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgR}{I_c}}$  – частота свободных колебаний маятника при отсутствии трения.

Нелинейное уравнение (3) можно решить методом асимптотической теории нелинейных колебаний [15]. В первом приближении этой теории можно найти зависимость амплитуды колебаний от времени в неявном виде:

$$t(\alpha) = -\frac{T}{4} \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\varphi}{\frac{1}{p+1} b\varphi^p + c}. \quad (4)$$

Используя эту формулу как уравнение регрессии, аппроксимируют наблюдаемую зависимость  $\alpha(t)$ , определяют параметры  $p, b, c$ , и по формуле (1) находят момент сопротивления качению как функцию угла отклонения маятника  $\varphi$ .

Далее для любого значения  $\varphi$  коэффициент трения качения можно определить по известной формуле [10]:

$$f_{\text{к}} = \frac{|M_{\text{ск}}|}{mg}. \quad (5)$$

Формула (2) позволяет также найти поверхностную плотность  $\sigma$  работы, необходимую для отрыва уходящей от опорной плоскости части поверхности шарика при его повороте на ней. Учитывая, что работа момента трения  $M_0$ , совершаемая при повороте маятника на угол  $\varphi \ll 1$ ,  $A_0(\varphi) = M_0\varphi$  и площадь, на которой происходит отрыв обоих шариков при повороте маятника на этот угол,  $S(\varphi) \approx 4Ra\varphi$ , где  $a$  – радиус пятна контакта, найдем, что:

$$\sigma = \frac{A_0(\varphi)}{2S(\varphi)} = \frac{mgc}{4a}. \quad (6)$$

Стандартизированной характеристикой трения качения является безразмерный «коэффициент трения качения»  $f_{\text{ск}}$ , определяемый в ГОСТ 27640 – 88 [16] как отношение работы момента сопротивления качению к нагрузке и к пройденному пути качения. В данном ГОСТ его измерение сводится к измерению начальной  $\alpha_0$  и конечной  $\alpha_n$  амплитуд колебаний маятника и количества  $n$  колебаний:

$$f_{\text{ск}} = \frac{\cos \alpha_n - \cos \alpha_0}{2n(\alpha_0 + \alpha_n)}. \quad (7)$$

В других источниках коэффициент  $f_{\text{ск}}$  называют коэффициентом сопротивления качению [10]. В методике ГОСТ  $f_{\text{ск}}$  является усредненной характеристикой трения, не учитывающей специфику колебаний, такую, как характер затухания амплитуды колебаний маятника, поскольку он «отвечает» лишь за количество энергии, затраченной на работу против сил трения.

В отличие от ГОСТ 27640 - 88, авторами предлагается метод измерения сопротивления качению, который учитывает закон затухания амплитуды. Здесь измеряют все амплитуды  $\alpha_j$  колебаний маятника и определяют коэффициент  $f_{\text{ск}}$  по формуле:

$$f_{\text{ск}} = \frac{\cos \alpha_n - \cos \alpha_0}{2(\alpha_0 + \alpha_n) + 4 \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_j}. \quad (8)$$

Применение этого метода при исследовании трения качения в режиме предваритель-

ного смещения на самом начальном этапе качения, а также измерение моментов сопротивления качению в соответствии с формулами (1) и (2) стало возможным на новой маятниковой измерительной установке, позволяющей измерять малые углы отклонения маятника вплоть до нескольких угловых секунд.

### Устройство для исследования трения и контактной адгезии в области предварительного смещения

Авторами предложено устройство для исследования трения качения и контактной адгезии в области предварительного смещения [17], принцип действия которого показан на рисунке 1. Объект исследования в виде двух плоских пластин крепят на площадках 15. На эти пластины опускают маятник 13, пользуясь механизмом установки и регулировки положения маятника 14, и ожидают его успокоения. Фокусируют с помощью устройства 5 луч 8 лазера 6, отраженный от зеркала 12, закрепленного на маятнике, на линейку 7, фиксируют это положение, и принимают его за положение покоя. Затем маятник 13 отклоняют до регулируемого упора 2 на заданный угол, фиксируя этот угол по положению лазерного луча 8 на линейке 7, и маятник освобождают.

Угловые отклонения маятника в процессе колебаний фиксируют по положению луча 11 лазера 4, отраженного от зеркала 12, закрепленного на маятнике. Луч 11 фокусируется с помощью устройства 3 на оптико-электронный приемник 9, защищенный светофильтром 10, где формируется электрический сигнал, поступающий на персональный компьютер. Измерения проводят до тех пор, пока маятник не вернется в состояние равновесия.

Сигнал с оптико-электронного приемника 9 записывают и обрабатывают на персональном компьютере, получая таким образом значения амплитуд, соответствующие им моменты времени и значения длительностей циклов (периодов) колебаний.

Данное устройство позволяет проводить измерения амплитуд колебаний маятника в интервале значений от 2 до 600 угловых секунд с погрешностью от 10 % до 0,6 %, соответственно, а также измерять длительности циклов колебаний с относительной погрешностью, не превышающей  $10^{-4}$ .

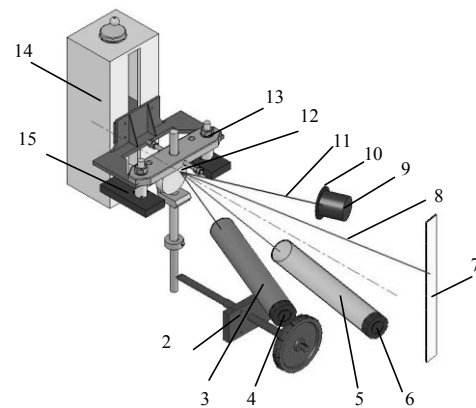


Рисунок 1 – Устройство для измерения параметров трения качения в режиме малых предварительных смещений

### Экспериментальная часть

В измерительном устройстве использовался маятник массой 1,256 кг, в опоре которого находились два полированных корундовых шарика радиусом 5 мм. Эксперименты проводились на плоских полированных поверхностях материалов, которые широко используются в современном приборостроении: сталь ШХ15, оптическое стекло К8 и электротехнический кремний. Во всех опытах смещения шариков не превышали 8 мкм, причем радиус пятна упругого контакта находился в пределах от 55–70 мкм, так что смещение шариков было существенно меньше радиуса пятна контакта. Нагрузка на данном пятне не превышала предела упругости материалов. Измерения проводились для различных начальных амплитуд в интервале 300–30 угловых секунд.

Во всех экспериментах наблюдалась существенно нелинейная зависимость амплитуды колебаний маятника от времени (рисунок 2), которая отличалась как от экспоненциальной, так и от линейной зависимости, что обычно предполагалось в других исследованиях [11, 16, 18].

Применение процедуры нелинейной аппроксимации, описанной выше, позволило установить аналитическую зависимость амплитуды свободных колебаний физического маятника от времени с относительным средне квадратичным отклонением порядка 0,1 %. Адекватность реальной и теоретической зависимостей видна из рисунка 2. До сих пор такая задача не могла быть решена.

При измерениях коэффициента сопротивления качению  $f_{ск}$  были получены значения по-

рядка от  $10^{-6}$  до  $10^{-8}$  при абсолютной погрешности на уровне  $10^{-8}$  в интервале амплитуд колебаний от 300 до 2 угловых секунд, соответственно.

Представленная выше феноменологическая теория позволила установить вид реальных гистерезисных кривых для зависимости

момента трения качения от перемещения в самом начале качения (рисунок 3), что решает одну из основных проблем, возникающих при разработке систем точного позиционирования [1, 2, 12].

Погрешность этих измерений во всех проведенных измерениях не превышала 10%.

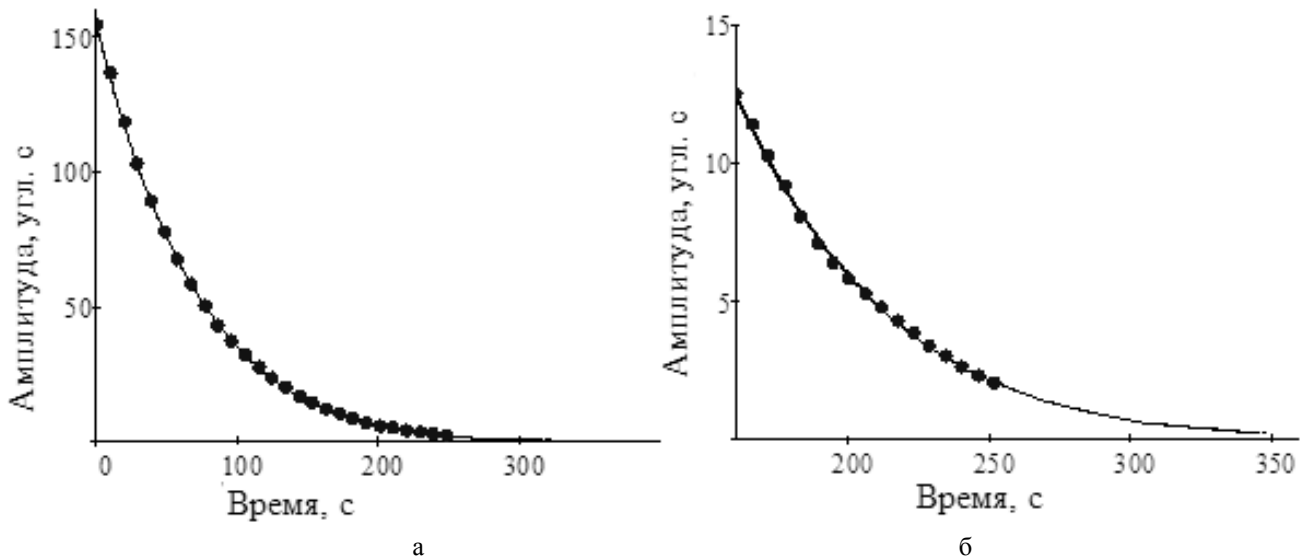


Рисунок 2 – Зависимость амплитуды колебаний маятника от времени для пары корунд – стекло К8 при начальной амплитуде 153 угл. с: а – полная реализация (точками показана каждая пятая амплитуда); б – заключительная часть реализации (точками показана каждая третья амплитуда); • – результат измерения; — – кривая аппроксимации

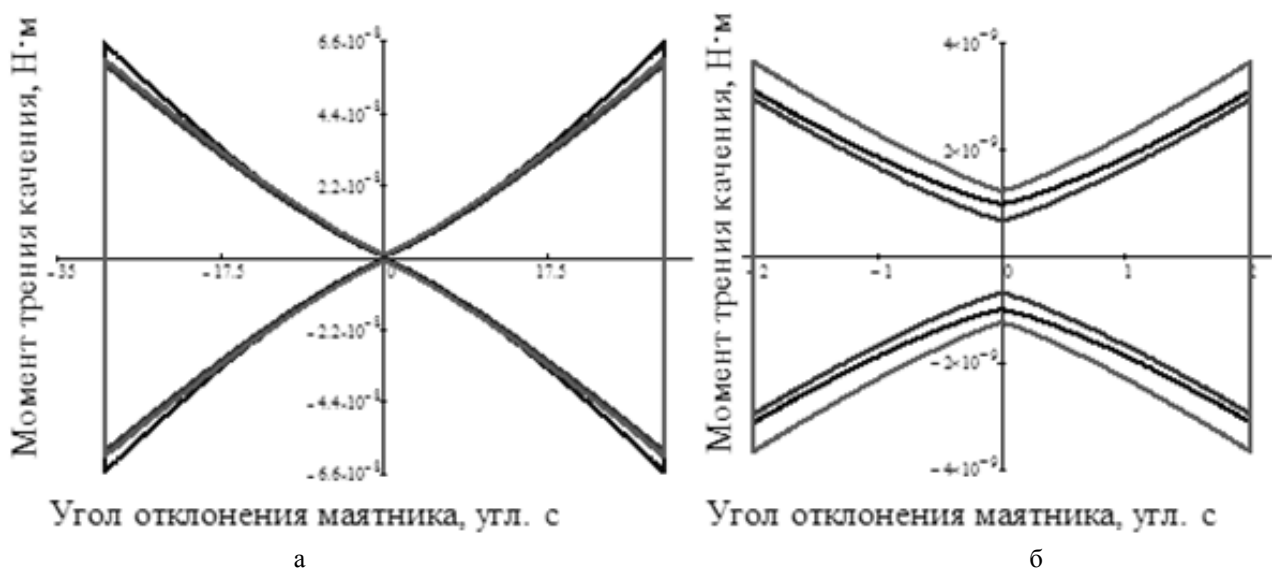


Рисунок 3 – Зависимость момента трения качения от угла отклонения маятника в трех точках одной поверхности стекла К8: а – первый цикл колебаний с амплитудой  $\alpha = 30$  угл. с.; б – последний цикл колебаний с амплитудой  $\alpha = 2$  угл. с. Каждая кривая из трех получена при измерении в одной отдельной точке поверхности подложки

Из этих опытов рассчитаны значения стартовых моментов  $M_0$  (рисунок 3б), которые оказались в интервале от  $10^{-9}$  Н·м до  $10^{-10}$  Н·м при погрешности измерений от  $1,6 \cdot 10^{-10}$  Н·м до  $1,2 \cdot 10^{-13}$  Н·м соответственно. Возможность существования стартового момента сопротивления качению до сих пор не рассматривалась [1, 2, 10]. Достигнутая высокая точность и чувствительность измерений в наших опытах объективно доказывают существование этого момента.

Представленная теория (формула (6)) позволила с погрешностью 9 % (среднее по всем измерениям значение погрешности измерений) установить, что поверхностная плотность работы адгезии на отрыв находится на уровне  $10^{-3}$  Дж/м<sup>2</sup>. Эти значения по порядку величины согласуются с аналогичными значениями, приведенными в литературе и полученными с помощью сложных по конструкции контактных адгезиометров и силовых зондовых микроскопов [12].

### Заключение

Предложенная феноменологическая теория позволяет с высокой точностью получить оценки параметров контактной адгезии и трения качения в условиях упругого контакта и малых нагрузок в самом начале качения, когда смещение тела значительно меньше радиуса пятна контакта.

Данная теория и разработанная измерительная установка позволили впервые измерить энергию адгезии тел на отрыв, а также установить и измерить стартовый момент трения качения как аналог трения покоя при скольжении. Впервые также получен вид гистерезисных кривых для момента сопротивления качения при малых нагрузках и скоростях в области предварительного смещения.

Представленная методика измерений не нуждается в применении эталонных образцов, поскольку все измерения сводятся к измерению углов и интервалов времени.

Данные результаты получены без специальной виброизоляции основания и вакуумирования. Применение виброизоляции в принципе может позволить провести измерения при меньших амплитудах колебаний маятника и увеличить точность и чувствительность измерений, в первую очередь, работы адгезии на отрыв.

Полученные результаты могут найти применение при разработке приборов и механизмов, в которых предъявляются повышенные требования к точности позиционирования подвижных узлов и деталей, а также при разработке эталонных средств измерений предельно слабого трения качения.

### Список использованных источников

1. *Mekid, S.* A non-linear model for pre-rolling friction force in precision positioning / S Mekid // Proc. Instn Mech. Engrs Part J: J. Engineering Tribology. – 2008, Vol. 218 – P. 305–311.
2. *Tan, X.* Measurement and modeling of dynamic rolling friction in linear microball bearings / X. Tan, A. Modafe, R. Ghodssi // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. – 2006. – Vol. 128. – P. 891–898.
3. *Amthor, A.* High precision position control using and adaptive friction compensation approach / A. Amthor, S. Zschaeck, C. Ament // IEEE Transactions on automatic control. – 2010. – Vol. 55, № 1. – P. 274–278.
4. *Azad, M.* Modeling the contact between a rolling sphere and a compliant ground plane / M. Azad, R. Featherstone // Australasian Conference on Robotics and Automation Association. – Brisbane, 2010. – P. 1–7.
5. *Markweg, E.* Development of a Miniaturized Multisensory Positioning Device for Laser Dicing Technology / E. Markweg [et al.] // Physics Procedia. – 2011. – Vol. 12, part 2. – P. 390–398.
6. *Madden, P.G.A.* Construction of a digitally controlled scanning tunneling microscope: thesis ... master of engineering / P.G.A. Madden. – Montreal, 1996. – 142 sh.
7. *Shu, D.* High Precision Mechanical System Design for Synchrotron Radiation Research / D. Shu // The fifth OCPA Acceleration School // National Synchrotron Radiation Research Center. – 2008. – P. 1–25.
8. *Symens, W.* Dynamic characterization of hysteresis elements in mechanical systems. II. Experimental validation / W. Symens, F. Al-Bender // Chaos. – 2005. – Vol. 15, № 1. – P. 1–8.
9. *Al-Bender, F.* A model of the transient behavior of tractive rolling contacts / F. Al-Bender, K. De Moorlooze // Advances in tribology [Electronic resource]. – 2008. – Vol. 2008. – Mode of access: <http://www.hindawi.com/journals/at/2008/561280/>. – Date of accessed 20.06.2014.
10. *Крагельский, И.В.* Основы расчетов на трение и износ / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. – М. : Машиностроение, 1977. – 526 с.

11. Мышкин, Н.К. Трибология. Принципы и приложения / Н.К. Мышкин, М.И. Петраковец. – Гомель : ИММС НАН Б, 2002. – 304 с.
12. Szoszkiewicz, R. Adhesion hysteresis and friction at nanometer and micrometer length / R. Szoszkiewicz [et al.] // Journal of applied physics. – 2006. – Vol. 99 – P. 1–7.
13. Джилавдари, И.З. Об измерении малых моментов трения качения маятниковым методом / И.З. Джилавдари, Н.Н. Ризноокая // Метрология и приборостроение. – 2011. – № 1. – С. 29–32.
14. Пановко, Я.Г. Ведение в теорию механических колебаний : учеб. пособие для вузов / Я.Г. Пановко. – 3-е изд., перераб. – М. : Наука, 1991. – 256 с.
15. Боголюбов, Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М. : Наука, 1974. – 504 с.
16. ГОСТ 27640 - 88. Материалы конструкционные и смазочные. Методы экспериментальной оценки коэффициента трения. – Введен: 01.06.1988. – М. : Госкомитет по стандартам, 1988. – 20 с.
17. Ризноокая, Н.Н. Об измерении амплитуд и периода микрокачаний физического маятника с опорой качения / Н.Н. Ризноокая // Вестник Белорусского национального технического университета. – 2011. – № 2. – С. 32–37.
18. Измайлов, В.П. Измерение коэффициента трения качения диссипативным методом / В.П. Измайлов, О.В. Карагиоз, А.А. Силин // Современные методы и средства измерения внешнего трения : науч. тр. / ВНИИ физ.-техн. и радиотехн. измерений ; гл. ред. Б.М. Степанов. – М. : 1977. – С. 47–51.

---

### DEVICE AND METHODS FOR RESEARCH ROLLING FRICTION AND CONTACT ADHESION IN PRE-ROLLING

*Gilavdary I.Z., Riznookaya N.N.*

Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus  
e-mail: psf@bntu.by

**Abstract.** Studies swing balls on flat substrate in pre-rolling, when the amplitudes of their oscillations are essentially less than radius of contact patch. A new phenomenological theory of rolling resistance is offered. This theory allows to determine moment of rolling resistance, friction coefficients, as well as determine the starting torque and the energy density of the peel adhesion. Describes the experimental setup and the experimental results, which are consistent with a mathematical model with high accuracy. In all the experiments gives estimates of accuracy.

**Keywords:** spherical balls, rolling friction.

#### References

1. Mekid S. A non-linear model for pre-rolling friction force in precision positioning. *Proc. Instn Mech. Engrs Part J: J. Engineering Tribology*, vol. 218, pp. 305–311.
2. Tan X., Modafe A., Ghodssi R. Measurement and modeling of dynamic rolling friction in linear microball bearings. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2006, vol. 128, pp. 891–898.
3. Amthor A., Zschaeck S., Ament C., High precision position control using and adaptive friction compensation approach. *IEEE Transactions on automatic control*, 2010, vol. 55, no. 1, pp. 274–278.
4. Azad M., Featherstone R. Modeling the contact between a rolling sphere and a compliant ground plane. *Austrelasian Conference on Robotics and Automation Association*. Brisbane, 2010, pp. 1–7.
5. Markweg E., Nguyen T., Weinberger S., Ament C., Hoffmann M. Development of a Miniaturized Multisensory Positioning Device for Laser Dicing Technology. *Physics Procedia*, 2011, vol. 12, part 2, pp. 390–398.

6. Madden P.G.A. Construction of a digitally controlled scanning tunneling microscope: M.Eng. thesis, Montreal, McGill University, 1996, 142 p.
7. Shu D. High Precision Mechanical System Design for Synchrotron Radiation Research. *The fifth OCPA Acceleration School. National Synchrotron Radiation Research Center*, 2008, pp. 1–25.
8. Symens W., Al-Bender F. Dynamic characterization of hysteresis elements in mechanical systems. II. Experimental validation. *Chaos*, 2005, vol. 15, № 1, pp. 1–8.
9. Al-Bender F., De Moerlooze K. A model of the transient behavior of tractive rolling contacts. *Advances in tribology*, 2008, vol. 2008. Available at: <http://www.hindawi.com/journals/at/2008/561280/>. (accessed 20.06.2014)
10. Kragelskii I.V., Dobichin M.N., Kombalov V.S. *Osnovy raschetov na treniye i iznos* [Basics calculations on friction and wear]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977, 526 p. (In Russian).
11. Mishkin N.K., Petrakovec M.I., *Tribologiya. Principy i prilozheniya* [Tribology. Principles and Applications]. Gomel, MPRI Publ., 2002, 304 p. (In Russian).
12. Szoszkiewicz R., Bhushan B., Huey B.D., Kulik A.J., Gremaud G. Adhesion hysteresis and friction at nanometer and micrometer length. *Journal of applied physics*, 2006, vol. 99, pp. 1–7.
13. Gilavdary I.Z., Riznookaya N.N. [On the measurement of small moments of rolling friction by pendulum method]. *Metrologiya i priborostroyeniye*, 2011, № 1, pp. 29–32. (In Russian).
14. Panovko Ja.G. *Vvedeniye v teoriyu mexanicheskikh kolebanij* [Fundamentals of the theory of mechanical vibrations]. Moscow, Nauka Publ., 1991, 256 p. (In Russian).
15. Bogolubov N.N., Mitropolskii Y.A. *Asimptoticheskiye metody v teorii nelinejnykh kolebanij* [Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations]. Moscow, Nauka Publ., 1974, 504 p. (In Russian).
16. GOST 27640 - 88. Construction materials and lubricants. Methods of experimental evaluation of the coefficient of friction. Moscow, Standartinform Publ., 1988, 20 p. (In Russian)
17. Riznookaya N.N. [On measuring amplitudes and periods of physical pendulum micro-swings with rolling-contact bearing] *Vestnik Belorusskogo nacionalnogo tekhnicheskogo universiteta*. 2011, № 2, pp. 32–37. (In Russian).
18. Izmajlov V.P., Karagioz O.V., Silin A.A. [Measurement of rolling friction coefficient by dissipative]. *Sovremennye metody i sredstva izmereniya vneshnego treniya*. Moscow, 1977, pp. 47–51. (In Russian).

Поступила в редакцию 24.06.2014.