

УДК 681.5.08

## Управление чувствительностью инерционного датчика с дифференциальным электростатическим преобразователем

Джилавдари И.З.<sup>1</sup>, Мекид С.Н.<sup>2</sup>, Ризноокая Н.Н.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Белорусский национальный технический университет,  
пр. Независимости, 65, 220013, г. Минск, Беларусь

<sup>2</sup>Университет нефти и минералов короля Фадха,  
31261, Дхахран, Саудовская Аравия

Поступила 01.07.2015

Принята к печати 30.10.2015

Формулируется проблема разработки датчика для измерения моментов сил инерции и гравитации с минимальным уровнем шумов и минимально возможной крутильной жесткостью торсионного подвеса подвижной массы, обеспечивающих достижение максимальной чувствительности прибора. Обосновывается возможность решения этой проблемы с помощью дифференциальной емкостной системы, которая одновременно обеспечивает и считывание полезного сигнала, и уменьшение крутильной жесткости. Отмечается, что основным фактором, определяющим минимальную крутильную жесткость, является известный *pull-in* эффект, возникающий в электростатическом конденсаторе с подвижной пластиной. Описывается электромеханическая схема датчика с дифференциальной электростатической системой. Предлагается методика расчета емкости электростатического конденсатора с наклонной пластиной. Проводится расчет момента электрических и механических сил, действующих на подвижную пластину дифференциального конденсатора. Показано, что основной причиной, приводящей к *pull-in* эффекту в дифференциальном конденсаторе, является несимметричность электростатической системы. Вводится параметр несимметричности этой системы. Установлена зависимость резонансной частоты датчика от электрического напряжения и параметра несимметричности. Рассчитываются области квазистатической стабильности и нестабильности системы, границы которых определяются значением данного коэффициента. Проводится расчет конкретной модели датчика. Показано, что для уменьшения резонансной частоты датчика более чем в 10 раз требуются нереально малые значения параметра несимметричности.

**Ключевые слова:** емкостной датчик, емкостной актуатор, эффект залипания, отрицательная жесткость, устойчивость равновесия, чувствительность датчика.

---

**Адрес для переписки:**

Джилавдари И.З.  
Белорусский национальный технический университет,  
пр. Независимости, 65, 220013, г. Минск, Беларусь  
e-mail: gilavdary@bntu.by

**Address for correspondence:**

Gilavdary I.  
Belarusian National Technical University,  
Nezavisimosty Ave., 65, 220013 Minsk, Belarus  
e-mail: gilavdary@bntu.by

---

**Для цитирования:**

Джилавдари И.З., Мекид С.Н., Ризноокая Н.Н.  
Управление чувствительностью инерционного датчика с дифференциальным электростатическим преобразователем  
Приборы и методы измерений  
2015. – Т. 6. – № 2. – С. 163–172

**For citation:**

Gilavdary I., Mekid S., Riznookaya N.  
Controlling sensitivity of the sensor with differential electrostatic transducers  
Devices and Methods of Measurements  
2015, vol. 6, No. 2, pp. 163–172

## Введение

Инерционные датчики с подвижной массой (ПМ), удерживаемой относительно корпуса с помощью упругого подвеса, такие как линейные и угловые акселерометры, виброметры, гравиметры и гравитационные градиентометры (ГГ), широко используются в измерительной технике. Принцип действия этих датчиков состоит в измерении смещения ПМ относительно корпуса под действием сил инерции или гравитации. Чувствительность этих датчиков ограничивается в основном жесткостью упругого подвеса, тепловыми шумами, шумами  $1/f$ , а также шумами систем считывания информации и управления [1]. В приборах, предназначенных для измерений на подвижном основании, упругие подвесы должны удовлетворять противоречивым требованиям: они должны, с одной стороны, иметь минимальную жесткость в направлениях осей чувствительности и, с другой стороны, быть максимально жесткими в других направлениях [2].

Один из методов, позволяющий уменьшить жесткость механического подвеса ПМ, состоит в компенсации силы тяжести и сил инерции гидростатическими силами, а также силами магнитного или электростатического поля [3]. Максимальной чувствительности удастся достигнуть в откаченных приборах с электростатическими бесконтактными подвесами. В частности, на основе трехосных линейных электростатических акселерометров, разработанных фирмой *ONERA*, был построен гравитационный градиентометр *EGG* (*Electrostatic Gravity Gradiometer*), который успешно использовался для измерений возмущений гравитационного поля Земли на околоземной орбите по программе *GOCE* (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission*) Европейского космического агентства с 2009 по 2013 год [4].

В условиях действия силы тяжести или сил инерции, вызванных движением основания, отказаться от использования механических подвесов трудно. Среди любых других механических подвесов торсионный подвес обладает максимальной чувствительностью [5], и это касается приборов любых размеров [6]. Один из возможных путей решения этой проблемы состоит в разработке подвесов, в которых механические силы частично компенсируются действием электрического поля лишь в направлении оси чувствительности прибора. Насколько известно авторам, впервые подобный метод был использован для повышения

чувствительности электрометров с торсионным подвесом и описан в работе [7]. В настоящее время этот метод используется в МЭМС – резонаторах и акселерометрах (см., например, [8–10]).

Ультраточувствительные приборы с электро-механическими подвесами, как правило, имеют емкостные системы считывания информации о перемещениях ПМ (емкостные сенсоры). Емкостные сенсоры обладают рядом достоинств: малое энергопотребление, малые размеры, максимальная стабильность, электромагнитная совместимость и практически рекордная чувствительность [11–14]. В приборах, содержащих емкостные сенсоры, влияние электрического поля эквивалентно действию пружины с отрицательной жесткостью [8, 15]. Этот эффект называют «обратным влиянием» [16] и иногда рассматривают как нежелательное явление.

В измерительных приборах электрические силы, как правило, невелики и мало влияют на резонансную частоту свободных колебаний ПМ. В то же время электростатическое поле широко используется для управления движением упруго подвешенных элементов в МЭМ-актюаторах, которые применяются в таких приборах, как микронасосы, управляемые микрозеркала, ВЧ-переключатели, ВЧ-резонаторы и т.п. [17, 18]. В этих устройствах электростатические силы сравнимы с упругими силами механических элементов и могут превосходить их. Поскольку силы упругости всегда ограничены, а силы электростатического притяжения неограниченно растут при уменьшении зазора между элементами, несущими противоположные заряды, возникает эффект залипания или схлопывания [17, 19], когда эти элементы неудержимо стремятся друг к другу. В ряде устройств, например в микровыключателях или в датчиках со специальными режимами измерений, этот эффект может быть полезным [20, 21], в других устройствах, например в системах управления положением микрозеркал или в микронасосах, он нежелателен, так как может приводить к нарушению работы этих устройств и даже к их разрушению [22]. Таким образом, стремление в максимальной степени уменьшить жесткость упруго подвеса ПМ неизбежно упирается в проблему эффекта залипания.

Понимание процессов, приводящих к залипанию, и необходимость контроля или управления им вызвали многочисленные теоретические и экспериментальные исследования. Этот эффект изучают в различных режимах движения ПМ: в статическом, динамическом, резонансном, в переходном, импульсном [23]. При этом в каждой кон-

кретной задаче приходится преодолевать и конкретные трудности, связанные с нелинейностью емкостных систем. В свою очередь, эффективным способом уменьшения нелинейности емкостных преобразователей является применение дифференциальных схем их включения [12–14, 24, 25].

Цель данной работы состояла в исследовании условий, при которых можно добиться максимального уменьшения жесткости торсионного подвеса в инерционном датчике с дифференциальным электростатическим преобразователем. В этом датчике могут быть объединены и емкостное считывание полезного сигнала, и емкостное управление жесткостью подвеса. Датчик такого типа был предложен в [26].

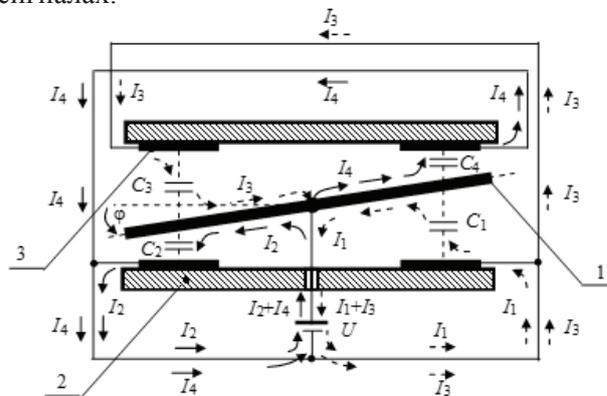
### Описание электрической схемы датчика

Схема датчика показана на рисунке 1. Здесь ПМ представляет собой плоскую проводящую пластину, закрепленную в торсионном подвесе между двумя непроводящими неподвижными пластинами, на каждой из которых имеется пара электродов. Электроды и ПМ образуют 4 конденсатора от  $C_1$  до  $C_4$ . ПМ может поворачиваться под действием полезного сигнала вокруг оси подвеса. При отсутствии измеряемого сигнала ПМ расположена параллельно электродам. Угол поворота ПМ обозначен через  $\varphi$ .

Электроды и ПМ подсоединены к источнику с постоянным напряжением  $U$  так, как это показано на рисунке 1. При повороте ПМ расстояние между ПМ и электродами изменяется, что приводит к изменению емкостей. При этом в цепи возникают токи от  $I_1$  до  $I_4$ , текущие через соответствующие конденсаторы. Из направлений этих токов видно, что конденсаторы  $C_1$  и  $C_3$ , как и конденсаторы  $C_2$  и  $C_4$ , соединены параллельно. Поэтому введем обозначения  $C_{13} = C_1 + C_3$  и  $C_{24} = C_2 + C_4$ .

Данная схема позволяет не только уменьшить нелинейность зависимости емкости конденсаторов  $C_{13}$  и  $C_{24}$  от угла  $\varphi$ , но и уменьшить влияние нежелательной деформации торсиона в направлении, перпендикулярном плоскости электродов, т.е. обеспечить низкую поперечную чувствительность датчика к линейным ускорениям [27]. Действительно, предположим, что под действием силы тяжести ось торсиона сместилась вниз на некоторое расстояние. Тогда емкость конденсатора  $C_1$  увеличится на некоторую величину  $\Delta_1$ , и емкость конденсатора  $C_3$  уменьшится примерно на такую же величину  $\Delta_3$ , так что емкость  $C_{13} = C_1 + C_3 + \Delta_1 - \Delta_3$ .

Аналогично изменится и емкость конденсатора  $C_{24}$ :  $C_{24} = C_2 + C_4 + \Delta_2 - \Delta_4$ . Легко видеть, что, если  $\Delta_1 \approx \Delta_3$  и  $\Delta_2 \approx \Delta_4$ , линейные деформации торсиона будут мало сказываться на электрических сигналах.



**Рисунок 1** – Схема дифференциального электростатического датчика и направления движения токов при вращении подвижной массы против часовой стрелки: 1 – проводящая подвижная масса в виде плоскопараллельной пластины, закрепленная в торсионном подвесе с осью вращения, перпендикулярной плоскости рисунка; 2 – непроводящая подложка; 3 – проводящий электрод. Конденсаторы  $C_2$  и  $C_4$  заряжаются, конденсаторы  $C_1$  и  $C_3$  разряжаются

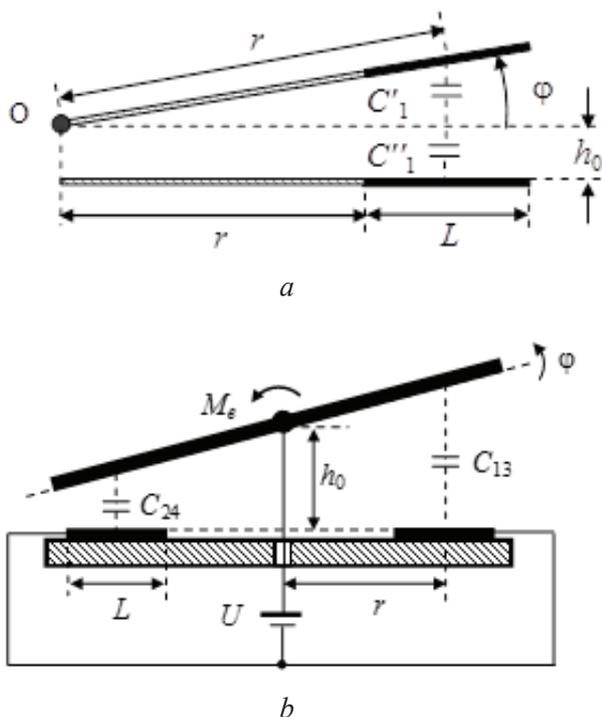
**Figure 1** – A sketch of the differential electrostatic sensor and the currents movement directions, if the proof mass is rotating counter clockwise: 1 – conductive movable mass in the form of a plane-parallel plate, is fixed with the suspension, which has a torsion axis perpendicular to the plane of the figure; 2 – a non-conductive substrate; 3 – a conductive electrode. Capacitors  $C_2$  and  $C_4$  are charging, capacitors  $C_1$  and  $C_3$  are discharging

### Расчет момента электрических сил, действующих на подвижную массу с учетом несимметричности емкостной системы

Существуют разные методики расчета электростатических сил между неподвижными электродами и ПМ. В большинстве случаев пренебрегают краевыми эффектами и предполагают, что электрическое поле конденсаторов является однородным, как в плоском конденсаторе, и эта однородность сохраняется при малых поворотах ПМ. При таком подходе получаются сложные формулы, которые трудно исследовать аналитически [25, 28]. Вместе с тем считается, что при исследовании *pull-in* эффектов именно аналитические методы являются наиболее эффективными, ввиду большой чувствительности окрестностей границ стабильности к размеру расчетного шага [22]. В рассматриваемой здесь за-

даче при расчете емкости конденсаторов использован другой подход, более отвечающий симметрии задачи и, как оказалось, позволяющий получать более простые формулы для расчета моментов сил и проводить аналитические расчеты в конечном виде.

Представим, что в датчике, показанном на рисунке 1, конденсатор  $C_1$ , образованный ПМ и соответствующим неподвижным правым электродом, состоит из последовательно соединенных конденсаторов  $C'_1$  и  $C''_1$ , как это показано на рисунке 2а.



**Рисунок 2** – Расчетная модель датчика: а – расчет емкости конденсатора  $C_1$ ; б – эквивалентная схема датчика, показанного на рисунке 1.  $M_e$  – момент электростатических сил, действующих на проводящую подвижную массу со стороны двух нижних неподвижных электродов;  $L$  – длина нижних электродов;  $r$  – расстояние от центра электрода до перпендикуляра к оси вращения

**Figure 2** – The computational model of the sensor: а – the calculation of capacitance of the capacitor  $C_1$ ; б – equivalent circuit of the sensor is shown in Figure 1.  $M_e$  – the moment of electrostatic forces acting on the conductive movable mass from two lower fixed electrodes;  $L$  – length of the lower electrode;  $r$  – distance from the center of the electrode up to the perpendicular to the PM's rotation axis

Предположим, что зазоры между пластинами малы по сравнению с остальными геометрическими размерами. Так же, как это сделано в [29] (см. также [30]), можно принять, что электрическое поле в конденсаторе  $C'_1$  является аксиально-симметричным. Тогда емкость:

$$C'_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{\phi L} \cdot \ln \frac{r + \frac{L}{2}}{r - \frac{L}{2}} = \frac{C_{01}}{\phi} \frac{h_0}{L} \cdot \ln \frac{a_1}{a_2}, \quad (1)$$

где  $C_{01} = \frac{\varepsilon_0 S}{h_0}$ ;  $S$  – площадь одного электрода,

$$a_1 = r - \frac{L}{2}, \quad a_2 = r + \frac{L}{2}.$$

Конденсатор  $C''_1$  – плоский, и будем считать, что его электрическое поле однородное. В этом случае  $C''_1 = C_{01}$ .

Тогда, введя обозначения  $\phi_m = \frac{h_0}{L} \ln \left( \frac{a_1}{a_2} \right)$

и  $v = \frac{\phi}{\phi_m}$ , искомую емкость между верхним на-

клонным и нижним электродами получим в виде:

$$C_1(\phi) = \frac{C'_1 C''_1}{C'_1 + C''_1} = \frac{C_{01} \phi_m}{\phi_m + \phi} = \frac{C_{01}}{1 + v}. \quad (2)$$

Точно так же емкость  $C_3$  (см. рисунок 1) будет описываться аналогичной формулой:

$$C_3(v) = \frac{C_{03}}{1 + v}. \quad (3)$$

Тогда емкость:

$$C_{13}(v) = C_1(v) + C_3(v) = \frac{C_{13}^0}{1 + v}, \quad (4)$$

где:

$$C_{13}^0 = C_{01} + C_{03}. \quad (5)$$

Точно также найдем, что емкость:

$$C_{24}(v) = \frac{C_{24}^0}{1 - v}, \quad (6)$$

где:

$$C_{24}^0 = C_{02} + C_{04}. \quad (7)$$

Далее требуется вычислить вращающий момент  $M_e(\phi)$  электростатических сил, действующий на ПМ, показанный на рисунке 2б. Сначала найдем момент  $M_r(\phi)$ , действующий на правую сторону ПМ со стороны конденсатора  $C_{13}$ . Этот момент найдем из потенциальной энергии конденсатора [29], которая имеет вид:

$$W_{13} = -\frac{1}{2} C_{13}(\phi) U^2, \quad (8)$$

и далее из соотношения [29]:

$$M_r(\varphi) = -\frac{\partial W_{13}(\varphi)}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} U^2 \frac{\partial C_{13}(\varphi)}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{C_{13}^0 U^2}{\varphi_m} \times \frac{1}{(1+\nu)^2}. \quad (9)$$

Момент силы электрического поля  $M_l(\varphi)$ , действующий на левую часть ПМ, определится формулой, аналогичной формуле (9):

$$M_l(\nu) = \frac{1}{2} \frac{C_{24}^0 U^2}{\varphi_m} \frac{1}{(1-\nu)^2}. \quad (10)$$

Модуль полного момента электрических сил, действующего на ПМ:

$$M_e(\nu) = M_l(\nu) - M_r(\nu) = \frac{1}{2} \frac{U^2}{\varphi_m} \left[ \frac{C_{02} + C_{04}}{(1-\nu)^2} - \frac{C_{01} + C_{03}}{(1+\nu)^2} \right]. \quad (11)$$

Будем считать, что в силу нарушения электрической симметрии, вызванной погрешностью изготовления, имеют место соотношения:

$$C_{02} = (1 + \gamma_{01}) C_{01} \quad \text{и} \quad C_{04} = (1 + \gamma_{02}) C_{03}, \quad (12)$$

где  $\gamma_{01}$  и  $\gamma_{02}$  – параметры несимметричности, и, кроме того,  $C_{03} = C_{01} = C_0$ . В этом случае формула (11) запишется в виде:

$$M_e(\nu) = B \left[ \frac{8\nu + \gamma(1+\nu)^2}{(1-\nu^2)^2} \right], \quad (13)$$

где введены обозначения:

$$B = \frac{1}{2} \frac{C_0 U^2}{\varphi_m} \quad \text{и} \quad \gamma = \gamma_{01} + \gamma_{02} \quad (14)$$

Вследствие различных причин на практике несимметричность датчика присутствует всегда. В работе [24] несимметричность использовали при демонстрации эффекта параметрического усиления сигнала в МЕМ-резонаторе.

Кроме момента сил  $M_e(\varphi)$  электрического поля, на ПМ действуют механические силы со стороны упругого подвеса. Будем считать, что момент этих сил линейно зависит от угла поворота ПМ относительно оси вращения, так что:

$$M_m(\varphi) = k \varphi, \quad (15)$$

где  $k$  – упругий коэффициент, или в других обозначениях:

$$M_m(\nu) = k \varphi_m \nu. \quad (16)$$

При поворотах ПМ моменты  $M_e(\varphi)$  и  $M_m(\varphi)$  действуют в противоположных направлениях. Результирующий момент электрических и механических сил:  $M(\varphi) = M_m(\varphi) - M_e(\varphi)$ . (17)

Производная от этого момента по углу  $\varphi$  определяет результирующий коэффициент угловой жесткости. Выделив в этом коэффициенте постоянную составляющую, получим начальное значение результирующего коэффициента угловой жесткости:

$$k_r = k - (\gamma + 8) \frac{B}{\varphi_m}. \quad (18)$$

При заданной величине момента инерции  $I_z$  ПМ значение  $k_r$  определяет частоту  $f_0$  свободных колебаний ПМ при наличии электрического поля:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_r}{I_z}}. \quad (19)$$

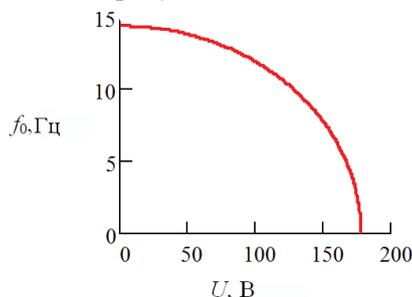
При отсутствии электрического поля, т.е. при  $B = 0$ , частота свободных колебаний ПМ описывается формулой:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I_z}}. \quad (20)$$

При заданном значении момента инерции  $I_z$  именно значение параметра  $f_0$  определяет чувствительность упругого подвеса: чем меньше  $f_0$ , тем больше чувствительность [31]. Из формул (13), (14), (16), (17), полагая  $\gamma = 0$ , найдем значение электрического напряжения  $U$ , при котором достигается заданное значение  $f_0$ :

$$U = \frac{\varphi_m}{2} \sqrt{\frac{k - 4\pi^2 I_z f_0^2}{C_0}} = \pi \varphi_m \sqrt{\frac{I_z}{C_0} (f^2 - f_0^2)}. \quad (21)$$

Для примера рассмотрим расчет датчика, исходные параметры которого указаны в таблице. Тогда зависимость частоты  $f_0$  от напряжения  $U$ , полученная из формулы (21), будет иметь вид, показанный на рисунке 3.



**Рисунок 3** – Зависимость резонансной частоты датчика  $f_0$  от электрического напряжения  $U$

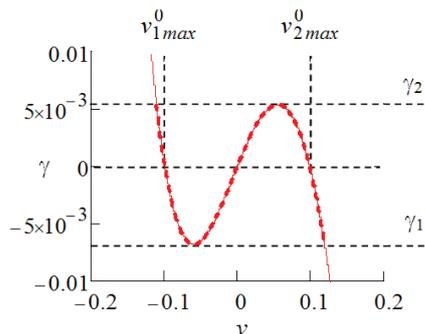
**Figure 3** – Dependence of the sensor natural frequency  $f_0$  on electric voltage  $U$

**Исходные параметры датчика**  
**The design parameters of the sensor**

$I_2$ , кг·м <sup>2</sup>	$k$ , Н·м/рад	$f$ , Гц	$f_0$ , Гц	$L$ , м	$r$ , м	$h_0$ , мм	$C_0$ , пФ
$4,912 \cdot 10^{-4}$	4	14,36	2	0,035	0,0525	0,1	123,9

Видно, что частота  $f_0$  изменяется особенно быстро при значениях  $U$ , близких к максимальному значению 177,92 В.

Решая уравнение  $M(\varphi) = 0$ , получим связь между параметром  $\gamma$  и углом  $\varphi$ , где имеет место равновесие механических и электрических сил, действующих на ПМ при бесконечно медленном включении электрического поля, обеспечивающем квазистатическое равновесие датчика, когда кинетической энергией перемещения ПМ из начального положения можно пренебречь. Эта связь, полученная при параметрах датчика из таблицы 1, показана на рисунке 4. Как будет показано в следующей работе авторов, квазистатическое равновесие ПМ возможно в интервале  $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$ , где уравнение  $M(\varphi)=0$  имеет три действительных корня.



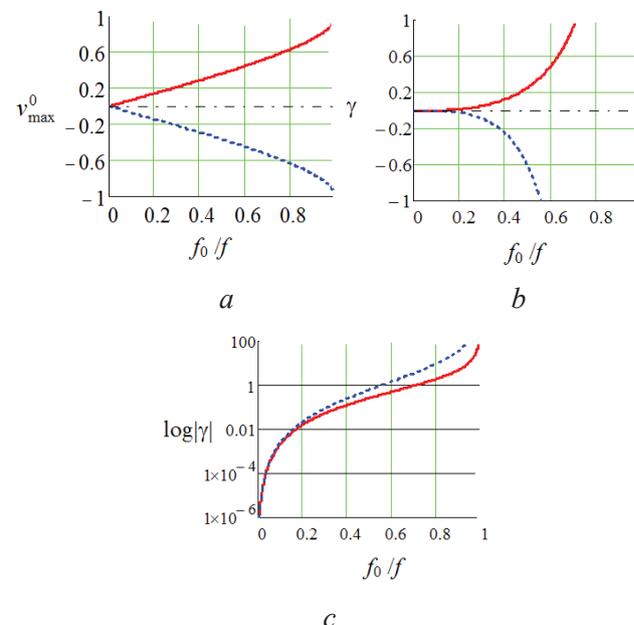
**Рисунок 4** – Связь между параметром несимметричности  $\gamma$  и углом  $\varphi$ , полученная из уравнения  $M(\varphi) = 0$ . Здесь  $v_{1max}^0$  и  $v_{2max}^0$  – максимальные допустимые значения безразмерного угла  $v$

**Figure 4** – Relation between the asymmetry parameter  $\gamma$  and the angle  $\varphi$  received from equation  $M(\varphi) = 0$ . Here, parameters  $v_{1max}^0$  and  $v_{2max}^0$  are the maximum values of a dimensionless angle  $v$

В частном случае, когда  $\gamma = 0$ , т.е. в симметричном дифференциальном датчике, решая уравнение  $M(\varphi) = 0$ , найдем максимальный допустимый угол  $v_{max}^0$  квазистатического отклонения ПМ от положения равновесия, при котором эффект залипания будет отсутствовать:

$$v_{max}^0 = \sqrt{1 - \sqrt{1 - (f_0 / f)^2}}. \quad (22)$$

Эта зависимость показана на рисунке 5а. При  $f_0 = 2$  Гц угол  $v_{max}^0 = \pm 0,099$ . Также на рисунках 5b и 5c показаны обычная и логарифмическая зависимости максимальных допустимых положительных  $\gamma_2$  и отрицательных значений  $\gamma_1$  параметра  $\gamma$  от отношения частот  $f_0/f$ , которые дают представление о реально достижимых минимальных значениях частот  $f_0$  ограниченных несимметричностью конденсаторов. Видно, что обеспечение значений  $(f_0/f) < 0,1$  возможно лишь при нереально малых значениях  $|\gamma|$ .



**Рисунок 5** – Зависимости допустимого угла отклонения подвижной массы от положения равновесия симметричного датчика ( $\gamma = 0$ ) (а) и параметра несимметричности  $\gamma$  от отношения частот  $f_0$  и  $f$  (b и c)

**Figure 5** – Dependencies of allowable angle of deflection of the movable mass on its equilibrium position for symmetrical sensor ( $\gamma = 0$ ) (a) and of asymmetry parameter  $\gamma$  on the ratio of frequency  $f_0$  and  $f$  (b and c)

**Заключение**

Емкостные системы считывания полезного сигнала в датчиках, предназначенных для измерений гравитационных и инерционных сил и моментов, обладают рядом преимуществ по сравнению с

датчиками, построенными на других физических принципах, в первую очередь, благодаря низкому уровню шумов и малым габаритам. Применение дифференциальной емкостной системы позволяет уменьшать крутильную жесткость механических подвесов гравиинерциальных датчиков (и, соответственно, увеличить их чувствительность) путем наложения постоянного электрического поля.

В данной работе в режиме квазистатического равновесия подвижной массы установлено, что несимметричность дифференциальной емкостной системы может приводить к неустойчивости датчика, ввиду возникновения известного эффекта прилипания (*pull-in* эффект). Разработана методика расчета датчика, главным образом аналитическая, которая определяет границы устойчивости квазистатического равновесия подвижной массы. Показано, что несимметричность емкостной системы определяет предел уменьшения жесткости подвеса подвижной массы, при этом требование к допустимому значению параметра несимметричности резко возрастает с уменьшением жесткости. В частности, резонансная частота датчика может быть уменьшена в 10 раз, если значение коэффициента несимметричности не превышает нескольких десятых процента.

Дальнейшие исследования датчика с максимально возможной чувствительностью должны включать анализ его динамических характеристик вообще и резонансных характеристик в частности.

#### Список использованных источников

1. Silvestrin, P. Control and navigation aspects of the new Earth observation missions of the European Space Agency / P. Silvestrin // Annual Reviews in Control. – 2005. – Vol. 29, № 2. – P. 247–260.
2. Liu, H. Design, Fabrication and Characterization of a Micro-Machined Gravity Gradiometer Suspension / H. Liu, W. T. Pike, G. Dou // Ratio. – 2011. – Vol. 11, Issue 12. – P. 11206–11234.
3. Васюков, С. Теория и применение электростатических подвесов / С. Васюков, Г. Дробышев. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 336 с.
4. Douch, K. Ultra-sensitive electrostatic planar acceleration gradiometer for airborne geophysical surveys / K. Douch [et al.] // Measurement Science and Technology. – 2014. – Vol. 25, № 10. – P. 105902.
5. Gravity gradiometer with torsion flexure pivots: Patent No US 8,201,448 B2 / J.B. French, K.A. Carroll. – Date of Patent: Jun. 19, 2012.
6. Carr, D. Parametric amplification in a torsional microresonator / D. Carr [et al.] // Applied Physics Letters. – 2000. – Vol. 77, № 10. – P. 1545–1547.
7. Milatz, J.M.W. The Brownian Motion of Electrometers / J.M.W. Milatz, J.J. van Zolingen // Physica. – 1953. – Vol. 19, Issue 1. – P. 181–194.
8. Capacitance based tunable micromechanical resonators: Patent N:5,640,133 / N.C. MacDonald; F.M. Bertsch; K.A. Shaw; S.G. Adams. – Date of Patent: Jun. 17, 1997
9. Handtmann, M. Sensitivity enhancement of MEMS inertial sensors using negative springs and active control / M. Handtmann [et al.] // Sensors and Actuators A: Physical. – 2002. – Vol. 97–98. – P. 153–160.
10. Park, K.Y. Capacitive sensing type surface micromachined silicon accelerometer with a stiffness tuning capability / K.Y. Park [et al.] // The Eleventh Annual International Workshop on Micro Electro Mechanical Systems, 25–29 January Heidelberg, Germany, 1998 // Congress & Incoming Service Heidelberg GmbH (CIS), Hahn-Schickard-Gesellschaft, Institute of Micromachining and Information Technology (HSG-IMIT). – Heidelberg, 1998. – P. 637–642.
11. Flokstra, J. MEMS based gravity gradiometer for Space Application / J. Flokstra [et al.] // Cryogenics. – 2009. – Vol. 49, Issue 11. – P. 665–668.
12. Bernstein, J. Low-Noise MEMS Vibration Sensor for Geophysical Applications / J. Bernstein [et al.] // Journal of Microelectromechanical Systems. – 1999. – Vol. 8, № 4. – P. 433–438.
13. Micro-System Inertial Sensing Technology Overview: report / Sandia National Laboratories; head J. Allen. – California, 2009. – 32 p. – SAND2009-3080.
14. Jiang, X. An integrated surface micromachined capacitive lateral accelerometer with  $2\mu\text{G}/\sqrt{\text{Hz}}$  resolution / X. Jiang [et al.] // Solid-State Sensor, Actuator and Microsystems Workshop, Hilton Head Island of America, South Carolina, USA, June 2–6 2002. – Hilton Head Island, 2002. – P. 202–205.
15. Chuang, W.-Ch. Physical Sensors. Review on the Modeling of Electrostatic MEMS / W.-Ch. Chuang [et al.] // Sensors. – 2010. – Vol. 10, № 6. – P. 6149–6171.
16. Брагинский, В.Б. Измерение малых сил в физических экспериментах / В.Б. Брагинский, А.Б. Манукин. – М. : Наука, 1974. – 152 с.
17. Мухуров, Н.И. Электромеханические микроустройства / Н.И. Мухуров, Г.И. Ефремов. – Минск : Беларуская навука, 2012. – 257 с.
18. Mobki, H. A comprehensive study of stability in an electro-statically actuated micro-beam / H. Mobki [et al.] // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2013. – Vol. 48. – P. 78–85.
19. Микро- и наноинженерия в электронном машиностроении : в 7 т. / Н.Н. Балан [и др.]. – Ивanteeвка МО : НИИ предельных технологий, 2012. – Монография 1: Инженерия туннельных преобразователей. – 204 с.
20. Gupta, R.K. Pull-in dynamics of electrostatically-actuated beams / R.K. Gupta [et al.] // Solid-State Sensor and Actuator Workshop Late News Paper, Hilton Head Island of America, South Carolina, USA, June 2–6 1996. – Hilton Head Island, 1996. – P. 2–6.

21. Dias, R.A. Pull-in-based  $\mu\text{g}$ -resolution accelerometer: Characterization and noise analysis / R.A. Dias [et al.] // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 2011. – Vol. 172. № 1. – P. 47–53.
22. Zhang, Y. Numerical and analytical study on the pull-in instability of micro-structure under electrostatic loading / Y. Zhang, Y. Zhao // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 2006. – Vol. 127. – P. 366–380.
23. Zhang, W.M. Electrostatic pull-in instability in MEMS/NEMS: A review / W.M. Zhang [et al.] // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 2014. – Vol. 214. – P. 187–218.
24. Dittmer, J. Modeling and Design of Electrostatic Voltage Sensors Based on Micro Machined Torsional Actuators / J. Dittmer [et al.] // *Nanotechnology 2008: Microsystems, Photonics, Sensors, Fluidics, Modeling, and Simulation – Technical Proceedings of the 2008 NSTI Nanotechnology Conference and Trade Show*. – 2008. – Vol. 3. – P. 521–524
25. Puers, R. Electrostatic forces and their effects on capacitive mechanical sensors / R. Puers, D. Lapadatu // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 1996. – Vol. 56. – Issue 3. – P. 203–210.
26. Differential capacitance torque sensor: US Patent No 8,893,563 / S. Mekid, I. Gilavdary. – Date of Patent: Nov. 25, 2014.
27. Differential capacitive sensor and method of making same: US Patent No 7,610,809 / A. McNeil, Y. Lin, T. Miller. – Date of Patent: Nov. 3, 2009.
28. Elata, D. On the static and dynamic response of electrostatic actuators // *Technical Sciences*. – 2005. – Vol. 53. – № 4. – P. 373–384.
29. Матвеев, А.Н. Электричество и магнетизм: учебн. пособие / А.Н. Матвеев. – М. : Высшая школа, 1983. – 463 с.
30. Gao, L. The Fringing Capacitance of an Inclined Plate Capacitor / L. Gao, D. Zhao // *Fundamental J. Mathematical Physics*. – 2012. – Vol. 2, Issue 1. – P. 11–17.
31. Bernstein, J. An Overview of MEMS Inertial Sensing Technology / J. Bernstein // *Sensors online* [Electronic resource]. – 2003. – Mode of access: <http://www.sensorsmag.com/sensors/acceleration-vibration/an-overview-mems-inertial-sensing-technology-970>. – Date of access: 19.02.2015.

# Controlling sensitivity of the sensor with differential electrostatic transducers

Gilavdary I.<sup>1</sup>, Mekid S.<sup>2</sup>, Riznookaya N.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Belarusian National Technical University,  
Nezavisimosty Ave., 65, 220013, Minsk, Belarus

<sup>2</sup>King Fahd University of Petroleum & Minerals, Mechanical Engineering Department,  
31261, Dhahran, Saudi Arabia

Received 01.07.2015

Accepted for publication 30.10.2015

**Abstract.** The problem of developing a sensor for measuring of moment forces of inertia and gravitation with minimal noise and minimal rigidity of the torsion suspension of proof mass (PM) is formulated. The possibility to solve this problem by a differential capacitive system, which simultaneously provides forming of the useful signal and reducing the torsion rigidity is shown. Sensor's electromechanical circuit with differential electrostatic system is described. Method of calculating the electrostatic capacitance of the capacitor with an inclined plate is proposed. Calculations of electrical and mechanical forces moment acting on the movable plate of the differential capacitor in quasi-static mode are performed. It is shown that the main factor leading to the pull-in effect in the differential capacitor is the asymmetry of electrostatic system. The coefficient of asymmetry of the differential electrostatic system is introduced. The dependence on voltage of the resonance frequency of the sensor is received. The areas of the quasi-static stability of the system are calculated. It is shown that their boundaries are determined by the value of the coefficient of asymmetry, as well as by the value of the resonant frequency of the PM. It is shown that for reducing the resonant frequency of the sensor in more than ten times an unrealistically low values of the coefficient of asymmetry are required.

**Keywords:** capacitive sensor, capacitive actuator, pull-in effect, the negative stiffness, stable equilibrium.

---

**Адрес для переписки:**

Джилавдари И.З.  
Белорусский национальный технический университет,  
пр. Независимости, 65, 220013, г. Минск, Беларусь  
e-mail: gilavdary@bntu.by

**Address for correspondence:**

Gilavdary I.  
Belarusian National Technical University,  
Nezavisimosty Ave., 65, 220013 Minsk, Belarus  
e-mail: gilavdary@bntu.by

---

**Для цитирования:**

Джилавдари И.З., Мекид С.Н., Ризноокая Н.Н.  
Управление чувствительностью инерционного датчика с дифференциальным электростатическим преобразователем  
Приборы и методы измерений  
2015. – Т. 6. – № 2. – С. 163–172

**For citation:**

Gilavdary I., Mekid S., Riznookaya N.  
Controlling sensitivity of the sensor with differential electrostatic transducers  
Devices and Methods of Measurements  
2015, vol. 6, No. 2, pp. 163–172

## References

1. Silvestrin P. Control and navigation aspects of the new Earth observation missions of the European Space Agency. *Annual Reviews in Control*, 2005, vol. 29, no. 2, pp. 247–260.
2. Liu H., Pike W. T., Dou G. Design, Fabrication and Characterization of a Micro-Machined Gravity Gradiometer Suspension. *Ratio*, 2011, vol. 11, pp. 11206–11234.
3. Vasykov S., Drobishev G. *Teoriya i primeniya elektrostatischeskikh podvesov* [Theory and Application of electrostatic suspension]. Moscow, MSTU Publ., 2009, 336 p. (in Russian)
4. Douch K., Christophe B., Foulon B., Panet I., Pajot-Mtivier G., Diament M. Ultra-sensitive electrostatic planar acceleration gradiometer for airborne geophysical surveys. *Measurement Science and Technology*, 2014, vol. 25, no. 10, pp. 105902.
5. French J.B., Carroll K.A. Gravity gradiometer with torsion flexure pivots. Patent US, no. 8,201,448 B2, 2012.
6. Carr D., Evoy S., Sekaric L., Craighead H., Parpia J. Parametric amplification in a torsional microresonator. *Applied Physics Letters*, 2000, vol. 77, no. 10, pp. 1545–1547.
7. Milatz J.M. W., van Zolingen J.J. The Brownian Motion of Electrometers. *Physica*, 1953, vol. 19, pp. 181–194.
8. MacDonald N.C. Bertsch F.M. Shaw K.A., Adams S.G. Capacitance based tunable micromechanical resonators. Patent US no. 5,640,133, 1997.
9. Handtmann M., Aigner R., Meckes A., Wachutka G.K.M. Sensitivity enhancement of MEMS inertial sensors using negative springs and active control. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2002, vol. 97–98, pp. 153–160.
10. Park, K.-Y., Lee Ch.-W., Jang H.-S., Oh Y., Ha B. Capacitive sensing type surface micromachined silicon accelerometer with a stiffness tuning capability. *The Eleventh Annual International Workshop on Micro Electro Mechanical Systems*, Heidelberg, Germany, 1998, pp. 637–642.
11. Flokstra J., Cuperus R., Wiegerink R.J., van Essen M.C. MEMS based gravity gradiometer for Space Application. *Cryogenics*, 2009, vol. 49, pp. 665–668.
12. Bernstein J., Miller R., Kelley W., Ward P. Low-Noise MEMS Vibration Sensor for Geophysical Applications. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 1999, vol. 8, no. 4, pp. 433–438.
13. Allen J. Micro-System Inertial Sensing Technology Overview: report SAND2009-3080. California, Sandia National Laboratories, 2009, 32 p.
14. Jiang X., Wang F., Kraft M., Boser B.E. An integrated surface micromachined capacitive lateral accelerometer with  $2\mu\text{G}/\sqrt{\text{Hz}}$  resolution. *Solid-State Sensor, Actuator and Microsystems Workshop*. South Carolina, USA, 2002, pp. 202–205.
15. Chuang Wan-Chun, Lee Hsin-Li, Chang Pei-Zen, Hu Yuh-Chung Physical Sensors. Review on the Modeling of Electrostatic MEMS. *Sensors*, 2010, vol. 10, № 6, pp. 6149–6171.
16. Braginskij V. B. *Izmereniye malykh sil v fizicheskikh eksperimentakh* [Measurement of small forces in physics experiments]. Moscow, Nauka Publ., 1974, 152 p. (in Russian)
17. Myhyrov N.I., Efremov G.I. *Elektrromekhanicheskiye mikroustrojstva* [Electromechanical microdevices]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2012, 257 p. (in Russian)
18. Mobki H., Rezazadeh Gh., Sadeghi M., Vakili-Tahami F., Seyyed-Fakhrabadi M.-M. A comprehensive study of stability in an electro-statically actuated micro-beam. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2013, vol. 48, pp. 78–85.
19. Balan N.N., Vasin V.A., Ivashov E.N., Lvov B.G., Nevskij A.B. *Ingeneriya tynnelnykh preobrazovatelej* [Engineering tunnel converters]. Ivanteyevka, NII predel'nykh tekhnologij Publ., 2012, 204 p. (in Russian)
20. Gupta R.K., Hung E.S., Yang Y.-J., Ananthasuresh G.K., Senturia S.D. Pull-in dynamics of electrostatically-actuated beams. *Solid-State Sensor and Actuator Workshop Late News Paper*. South Carolina, USA, 1996, pp. 2–6.
21. Dias R.A., Cretu E., Wolffenbuttel R., Rocha L.A. Pull-in-based  $\mu\text{g}$ -resolution accelerometer: Characterization and noise analysis. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2011, vol. 172, no. 1, pp. 47–53.
22. Zhang Y., Zhao Y. Numerical and analytical study on the pull-in instability of micro-structure under electrostatic loading. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2006, vol. 127, pp. 366–380.
23. Zhang W.M., Yan H., Peng Zhi-Ke, Meng G. Electrostatic pull-in instability in MEMS/NEMS: A review. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2014, vol. 214, pp. 187–218.
24. Dittmer J., Dittmer A., Judaschke R., Büttgenbach S. Modeling and Design of Electrostatic Voltage Sensors Based on Micro Machined Torsional Actuators. *Technical Proceedings of the 2008 NSTI Nanotechnology Conference and Trade Show*. Danville, 2008, vol. 3, pp. 521–524.
25. Puers R., Lapadatu D. Electrostatic forces and their effects on capacitive mechanical sensors. *Sensors and Actuators A: Physical*, 1996, vol. 56, pp. 203–210.
26. Mekid S., Gilavdary I. Differential capacitance torque sensor. Patent US no. 8,893,563, 2014.
27. McNeil A., Lin Y., Miller T. Differential capacitive sensor and method of making same. Patent US no. 7,610,809, 2009.
28. Elata D. On the static and dynamic response of electrostatic actuators. *Technical Sciences*, 2005, vol. 53, no. 4, pp. 373–384.
29. Matveev A.N. *Elektrichestvo i magnetizm* [Electricity and Magnetism]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1983, 463 p. (in Russian)
30. Gao L., Zhao D. The Fringing Capacitance of an Inclined Plate Capacitor. *Fundamental J. Mathematical Physics*, 2012, vol. 2, pp. 11–17.
31. Bernstein J. An Overview of MEMS Inertial Sensing Technology. *Sensors online* [Electronic resource]. Available at: <http://www.sensormag.com/sensors/acceleration-vibration/an-overview-mems-inertial-sensing-technology-970>. Date of access: 19.02.2015.