

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ, МЕТАЛЛУРГИЯ
MATERIALS ENGINEERING, METALLURGY

УДК 548.52
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-391-398>

Поступила в редакцию 18.01.2018
Received 18.01.2018

Е. И. Марукович, А. М. Брановицкий, Ю. А. Лебединский

Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси, Могилев, Беларусь

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ НЕДЕНДРИТНОЙ МОРФОЛОГИИ
ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ БИНАРНОГО СПЛАВА Al–Si С ПЕРЕМЕШИВАНИЕМ**

Аннотация. Рост первичных кристаллов из переохлажденного бинарного расплава моделируется на основе метода фазового поля с приближенным учетом перемешивания расплава. Изменения концентрации второго компонента (примеси) в расплаве вблизи области затвердевания за счет перемешивания рассматриваются как главная причина модификации дендритной морфологии кристаллов. Эффект перемешивания приводит к частичному удалению расплава с повышенной концентрацией примеси из области вблизи границы кристаллизации, называемому в работе смывом. Данный эффект приближенно моделируется как вынужденная периодическая замена текущей высокой концентрации примеси в этой области либо на начальную концентрацию, либо на усредненную в расплаве. Предложен новый алгоритм выбора такой области коррекции, который может быть использован и для малой интенсивности перемешивания. Введен параметр для описания интенсивности смыва – параметр смыва. Показано, что при смыве дендритная морфология переходит в розеточную в зависимости от интенсивности перемешивания. Проведен численный анализ роста возмущений на поверхности исходного зародыша кристалла круглой формы. Показаны основные отличия развития таких возмущений, которые приводят к недендритной морфологии кристалла. Продемонстрирован рост дополнительных ветвей за счет понижения концентрации примеси вблизи центра кристалла. Проведены расчеты для случая роста кристалла с уменьшением интенсивности смыва со временем роста. Для данного случая отмечено явление роста вторичных ветвей на дополнительных ветвях, растущих из центра кристалла. Показано, что при постоянной величине интенсивности смыва вблизи поверхности растущего кристалла при росте из малого круглого зародыша возможны только два типа морфологии – дендритная и розеточная. При этом если кристалл уже имеет розеточную морфологию, она сохраняется и при дальнейшем его росте при уменьшении интенсивности смыва.

Ключевые слова: моделирование, бинарный сплав, затвердевание, микроструктура, метод фазового поля, перемешивание

Для цитирования. Марукович, Е. И. Моделирование процесса образования недендритной морфологии при затвердевании бинарного сплава Al–Si с перемешиванием / Е. И. Марукович, А. М. Брановицкий, Ю. А. Лебединский // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – Т. 63, № 4. – С. 391–398. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-391-398>

E. I. Marukovich, A. M. Branovitsky, Yu. A. Lebedinsky

Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus, Mogilev, Belarus

**MODELLING OF THE MICROSTRUCTURE FORMATION DURING SOLIDIFICATION
OF BINARY ALLOY Al–Si UNDER STIRRING**

Abstract. The growth of primary crystals from a supercooled binary melt is modeled on the basis of the phase-field method with an approximate consideration for melt stirring. Changes in the concentration of the solute in the melt near the solidification region due to stirring are considered as the main reason for modifying the dendritic morphology of the crystals. The stirring effect results in a partial removal of the melt with an increased solute concentration from the region near the interface, which is called washout in the work. This effect is approximately modeled as a forced periodic replacement of the current high solute concentration in this region either at the initial concentration or at the averaged concentration in the melt. In this paper, we propose a new algorithm for choosing such a correction region, which can be used for a small intensity of stirring. A value is introduced to describe the washout intensity-the washout parameter. It is shown that when

washed away dendritic morphology passes into a rosette morphology, depending on the intensity of stirring. A numerical analysis of the growth of perturbations on the surface of the initial embryo of a circular crystal is carried out. The main differences in the development of such perturbations are shown, which leads to a non-dendritic morphology of the crystal. The growth of additional branches is demonstrated due to a decrease in the solute concentration near the center of the crystal. Calculations have been performed for the case of crystal growth with a decrease in washout intensity with growth time. For this case, the secondary arms grow on additional branches growing from the center of the crystal. It is shown that at a constant value of the washout intensity near the surface of a growing crystal, only two types of morphology are possible from a small round embryo, dendritic and rosette. At the same time, if the crystal already has a rosette morphology, it is retained and with its further growth with a decrease in the washout intensity.

Keywords: binary alloy, modeling, solidification microstructure, phase field model, stirring

For citation. Marukovich E. I., Branovitsky A. M., Lebedinsky Yu. A. Modelling of the microstructure formation during solidification of binary alloy Al–Si under stirring. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 391–398 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-391-398>

Введение. Преимущества литья в полутвердом состоянии с формированием из расплава недендритной микроstructures хорошо известны. Это значительное уменьшение макросегрегации и пористости, более низкая температура заливки, улучшенные механические свойства. Вместе с тем физический механизм недендритного кристаллообразования при литье полутвердого расплава во многих аспектах остается неисследованным [1].

Все технологии такого литья используют вынужденное движение расплава с растущими в нем кристаллами, например перемешивание. Влияние потока расплава на рост кристалла приводит к значительному изменению размеров и морфологии растущих кристаллов. Одним из факторов этого влияния является изменение концентрации элементов в расплаве вблизи границы кристаллизации при движении расплава относительно кристалла.

В данной работе рассмотрена модель затвердевания бинарного сплава на основе метода фазового поля с приближенным учетом движения кристалла в расплаве. Как правило, максимальная возможная концентрация второго компонента бинарного сплава (примеси) в твердой фазе первичных кристаллов первого компонента значительно меньше, чем его исходная концентрация в расплаве. Поэтому перед поверхностью растущего кристалла имеется зона расплава с повышенной концентрацией примеси. Для роста первичного кристалла эта концентрация не может превышать определенного значения, то есть атомы примеси должны покидать эту зону. Для случая неподвижного относительно расплава кристалла это происходит за счет диффузии атомов из места повышенной концентрации в области, далекие от поверхности кристалла. Для случая обтекания кристалла расплавом к этому механизму добавляется механизм конвекции, поскольку поток расплава уносит участки расплава с высокой концентрацией примеси от кристалла.

Известен ряд моделей роста кристаллов во время их движения относительно расплава, связанных с понятием гидродинамического пограничного слоя [2, 3]. Расплав в этом слое вблизи поверхности растущего кристалла считается неподвижным относительно кристалла. Движение расплава вне этого слоя создает дополнительную конвекцию, которая моделируется увеличением коэффициента диффузии примеси.

Похожий подход применяется авторами и в данной работе. В зоне расплава вблизи кристалла моделируется рост кристалла в неподвижном расплаве. Увеличение коэффициента диффузии в зоне, далекой от поверхности кристалла, в применении к методу фазового поля резко снижает его вычислительную эффективность, так как это приводит к необходимости отслеживать движение примеси на больших расстояниях от периметра. Следовательно, требуется значительное увеличение области расчета. Необходимость численного расчета диффузии примеси в большой вычислительной области увеличивает время счета в десятки раз. Поэтому в этой зоне была использована иная аппроксимация изменения концентрации примеси под воздействием потока расплава («смыв» примеси).

Вместо отслеживания концентрации примеси на большом расстоянии от кристалла используется периодическая коррекция концентрации примеси в зоне вне переходного слоя. При такой коррекции значения концентрации примеси заменяются некоторой константой. В работе использованы два варианта расчетов [3]. В первом значение концентрации примеси в узлах расчетной сетки периодически «сбрасывается» в начальное значение до роста кристалла. Такая ситуация

может быть характерна для движения зародыша в «чистом» расплаве, где поток «омывает» кристалл, унося расплав с повышенной концентрацией и заменяя его на расплав с начальной концентрацией примеси. Это соответствует случаю, когда концентрация примеси в набегающем потоке еще не успела значительно возрасти, то есть при малой концентрации зародышей и на начальных стадиях роста. Во втором варианте используется не начальная, а усредненная по всей такой зоне расплава концентрация примеси. Это соответствует случаю достаточно тесного сближения растущих кристаллов и активному перемешиванию расплава в области между ними.

Описание вычислительной схемы. Основной постулат теории фазового поля заключается в замене резкой границы жидкость – твердое вещество на размытую границу конечной ширины W , внутри которой и происходит фазовый переход. Для описания такого перехода введена фазовая переменная φ , значение которой изменяется по ширине фронта от -1 (жидкость) до 1 (твердое состояние). Это исключает необходимость точного определения положения фронта затвердевания. Метод основан на теории Гинзбурга – Ландау, которая впервые использовала принцип минимизации функционала для описания фазовых переходов.

Для описания эволюции фазового поля и концентрации использовали двухмерную систему уравнений фазового поля [4, 5]:

$$\begin{aligned} [A(\bar{n})]^2 \left[\frac{1}{Le} + Mc_{\text{inf}} [1 + (1-k)U] \right] \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \varphi(1-\varphi^2) - \lambda(1-\varphi^2)^2 (\theta + Mc_{\text{inf}}U) + \\ + \bar{\nabla} \cdot \left([A(\bar{n})]^2 \bar{\nabla} \varphi \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left[A(\bar{n}) A'(\bar{n}) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[A(\bar{n}) A'(\bar{n}) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{1+k}{2} \frac{\partial U}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot \left(\tilde{D} \frac{1-\varphi}{2} \bar{\nabla} U + j_{at} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\varphi [1 + (1-k)U]), \quad (2)$$

где $\bar{n} = \bar{\nabla} \varphi / |\bar{\nabla} \varphi|$ – единичный вектор нормали к фронту кристаллизации; $A(\bar{n}) = 1 + \varepsilon \cos 4\varphi$ – функция, описывающая анизотропию поверхностного натяжения для рассчитываемого типа решетки кристалла; $\varphi = \arctan \left(\frac{\partial_y \varphi}{\partial_x \varphi} \right)$ – угол между осью OX и нормалью к поверхности фронта кристаллизации; ε – безразмерный параметр, определяющий степень анизотропии.

Здесь уравнения записаны в безразмерных координатах $x = \tilde{x}/W_0$, $t = \tilde{t}/\tau_0$, $Le = \alpha/D$, где $\alpha = k_T / c_p$, k_T – теплопроводность вещества, c_p – объемная теплоемкость при постоянном давлении, D – коэффициент диффузии примеси в расплаве, c_{inf} – начальная концентрация примеси в расплаве, $W_0 = d_0 \lambda / a_1$, $a_1 = 0,8839$, $\tau_0 = \frac{W_0^2}{D} a_2 \lambda = (d_0^2 / D) a_2 \lambda^3 / a_1^2$, $a_2 = 0,6267$, \tilde{x} и \tilde{t} – размерные координаты. Капиллярная длина d_0 может определяться различным образом в зависимости от конкретной схемы затвердевания, но обычно для бинарных сплавов имеет порядок величины $d_0 = \frac{\Gamma}{\Delta T}$, где Γ – коэффициент Гиббса – Томсона. Для случая изотермической кристаллизации ΔT – разность между температурами ликвидус и солидус при данной концентрации:

$$\Delta T = |m|(1-k)c_l^0, \quad (3)$$

где k – коэффициент равновесного распределения, m – тангенс угла наклона линии ликвидус на диаграмме состояния в области малых концентраций примеси. Равновесная концентрация c_l^0 находится из уравнения состояния:

$$c_l^0 = \frac{T_0 - T_M}{m}, \quad (4)$$

где T_0 – равновесная температура, T_M – температура плавления чистого алюминия.

Величина j_{at} – дополнительный поток примеси, вводимый с целью компенсации попадания атомов примеси в «ловушку» в твердой фазе основного элемента сплава:

$$j_{at} = \frac{W}{2\sqrt{2}} [1 + (1-k)U] \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \frac{\vec{\nabla} \varphi}{|\vec{\nabla} \varphi|}. \quad (5)$$

Безразмерный коэффициент диффузии примеси равен

$$\tilde{D} = D\tau_0 / W_0^2, \quad (6)$$

а безразмерная температура –

$$\theta = \frac{T - T_M - mc_{\text{inf}}}{L/c_p}, \quad (7)$$

где L – теплота плавления на единицу объема.

Выражение для безразмерной концентрации U имеет вид

$$U = \frac{\left(\frac{2c/c_{\text{inf}}}{1+k-(1-k)\varphi} \right) - 1}{1-k}, \quad (8)$$

где c – текущая концентрация, а безразмерный тангенс угла наклона линии ликвидус имеет вид

$$M = \frac{-m(1-k)}{L/c_p}. \quad (9)$$

Параметр λ в уравнении (1) используется для верификации расчетов. Поскольку его величина пропорциональна ширине фронта кристаллизации и, как правило, пространственному шагу между узлами, то расчет с уменьшенным λ должен приводить к тем же результатам. Подробное описание алгоритма изложено в [6].

Уравнение (1) определяет собственно кристаллизацию расплава, то есть эволюцию во времени и пространстве фазовой переменной. Уравнение (2) описывает диффузию примеси в расплаве. При достаточном удалении от области фазового перехода данное уравнение переходит в обычное уравнение Фика.

Круг малого радиуса использован как начальный зародыш кристалла. Вычисления выполнены для параметров, соответствующих расплаву Al–Si [7]. Начальное переохлаждение 40 К, концентрация кремния (примеси) 7 %. Однако поскольку описанные ниже результаты качественные, то данные выводы применимы к широкой области параметров роста кристаллов.

Модель изменения концентрации примеси. Модель изменения концентрации под воздействием потока расплава включает в себя алгоритм поиска узлов расчетной сетки, граничащих с растущим кристаллом, в которых не проводится коррекция значений концентрации примеси. В [3] предложен алгоритм, основанный на среднем значении фазовой функции в некоторой окрестности рассматриваемого узла. Основной его недостаток – невозможность выбора слоя узлов расчетной сетки, в которых не проводится изменение концентрации, достаточно большой ширины. Максимально возможная толщина такого слоя ограничена из-за вычислительных сложностей. Она соответствует очень малым значениям толщины гидродинамического пограничного слоя, поскольку последняя уменьшается с увеличением скорости набегающего потока расплава. Такая толщина характерна для очень активного движения расплава с частотой перемешивания свыше 1000 об/мин, имеющей место только при постановке специальных экспериментов [8].

Для моделирования обтекания расплавом кристалла с меньшей интенсивностью, характерной для процессов литья, нами предложен другой алгоритм поиска узлов без коррекции. В данной работе мы использовали два различных способа. В первом варианте без коррекции оставались

узлы, где избыток концентрации примеси $c_{ex} = c/c_{inf}$ (параметр смыва) превышал заданную долю от исходной концентрации примеси в расплаве, во втором – определенную долю усредненной концентрации в расплаве.

Первый способ описывает начальную стадию роста, когда объем кристаллов мал и концентрация в расплаве вдали от кристалла близка к начальной. Второй способ соответствует стадии стесненного роста, когда концентрация расплава вдали от кристалла значительно выше начальной.

Коррекция таким способом для различных значений избытка концентрации соответствует различной интенсивности смыва: чем данный параметр смыва больше, тем выше интенсивность смыва.

При этом избыток концентрации в 15–20 % соответствует интенсивному перемешиванию расплава, моделирование которого описано в [3]. В данной работе использовали значение избытка концентрации до 10 %, которое соответствует малой интенсивности перемешивания, имеющей место в реальных процессах литья.

Далее мы будем ссылаться на величину c_{ex} как на параметр или интенсивность смыва.

Результаты моделирования морфологии кристаллов при перемешивании. Основные результаты расчетов морфологии роста кристаллов представлены на рис. 1–3, где черным цветом изображен затвердевший кристалл, серым – расплав. Максимум интенсивности в серой зоне соответствует узлам с максимальной концентрацией примеси. Все рисунки представлены в момент сразу после очередной коррекции концентрации примеси, что дает возможность визуального сравнения толщины зоны с высокой концентрацией примеси и размера кристалла.

Переход от дендритной к розеточной морфологии связан с изменениями скорости роста различных зон кристалла. При отсутствии смыва на поверхности дендрита можно выделить две зоны (рис. 1, *a*). В зоне *1* наблюдается относительно быстрый рост кристалла вблизи главных

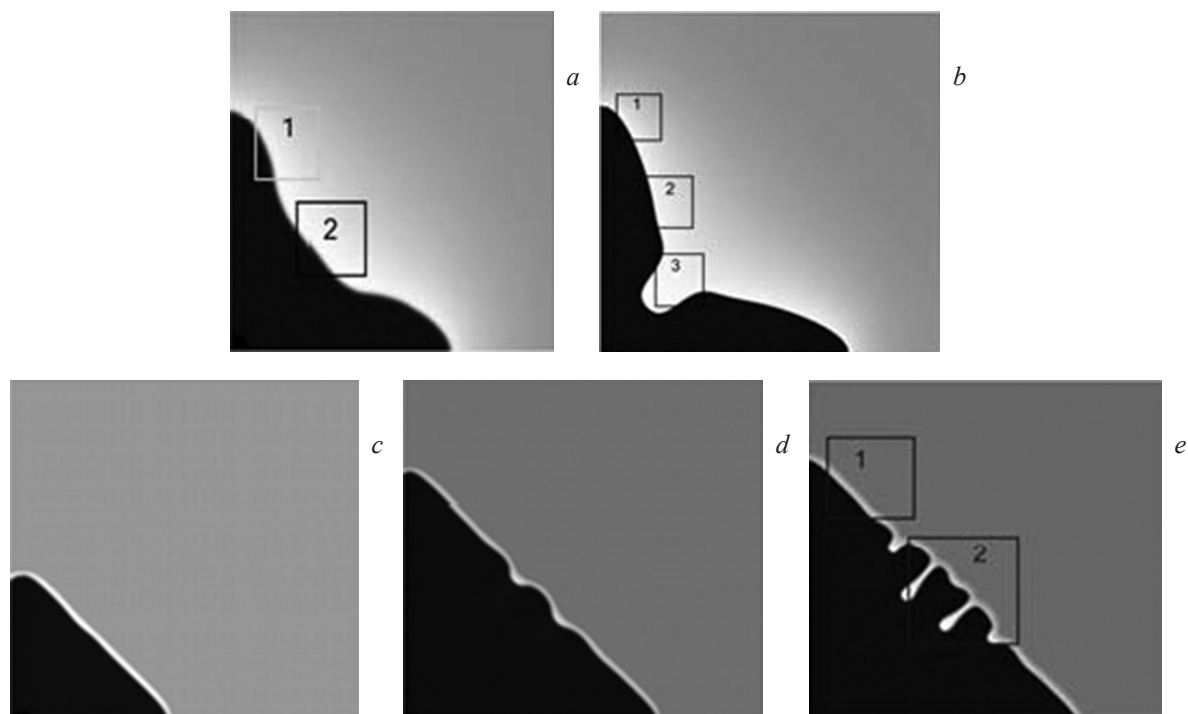


Рис. 1. Эволюция морфологии малого зародыша кристалла: *a* – начальная стадия роста без смыва, *b* – переход к выраженному дендритному росту без смыва, *c* – начальная стадия роста с интенсивностью смыва 7 %, *d* – начало роста возмущения в зоне между главными ветвями со смывом, *e* – возникновение дополнительных ветвей со смывом

Fig. 1. Evolution of morphology of small embryo: *a* – initial stage of growth without washout, *b* – transition to dendrite growth without washout, *c* – initial stage of growth with 7 % washout intensity, *d* – beginning of perturbation growth in zone between main branches, *e* – appearance of additional branches in condition of washout

ветвей дендрита. Главными в данном случае называются ветви, соответствующие кристаллографическим направлениям кубической решетки алюминия. Быстрый их рост вызван относительно низкой концентрацией примеси в расплаве вблизи этих ветвей. В зоне 2 концентрация примеси повышается и рост кристалла там возможен только при появлении случайных факторов (флуктуаций), приводящих к периодическому возмущению фронта кристаллизации.

Последующий рост дендрита (рис. 1, *b*) связан с формированием из зоны 2 вторичных ветвей. В области 3 концентрация второго компонента (примеси) становится столь высокой, что рост кристалла там останавливается и формируется шейка дендрита.

При наличии смыва зона 1, где происходит быстрый рост кристалла, расширяется, зона 3 исчезает, а зона 2 остается между главными ветвями, ширина которых увеличивается по сравнению с ростом дендрита (рис. 1, *e*).

Пространственный период возмущений на поверхности кристалла (рис. 1, *d*) зависит от величины переохлаждения расплава. Следовательно, морфология начальной стадии роста кристаллов, например число дополнительных ветвей, зависит от значений переохлаждения на старте роста и изменения переохлаждения, в частности за счет рекалесценции. Сами по себе осцилляции на поверхности возникают и в случае отсутствия смыва примеси [9]. Однако их рост блокируется ростом главных ветвей и выделением большого количества примеси в расплав перед дополнительными ветвями. Смыв играет роль фактора, ускоряющего рост из-за удаления от поверхности кристалла расплава с высокой концентрацией примеси. Это иллюстрируется на рис. 2 при сравнении изменения морфологии роста кристалла с различной интенсивностью смыва.

Устойчивыми при росте из малого зародыша могут являться все те же две морфологии кристалла – дендритная и розеточная. Переход между ними скачкообразный. В случае малой интенсивности смыва (рис. 2, *a–d*) дополнительные ветви или не появляются вообще, или их рост тормозится со временем из-за высокой концентрации примеси в расплаве. При повышении интенсивности смыва (рис. 2, *f*) появляются дополнительные радиальные ветви. При дальнейшем увеличении интенсивности смыва розеточная морфология переходит в глобулярную [3].

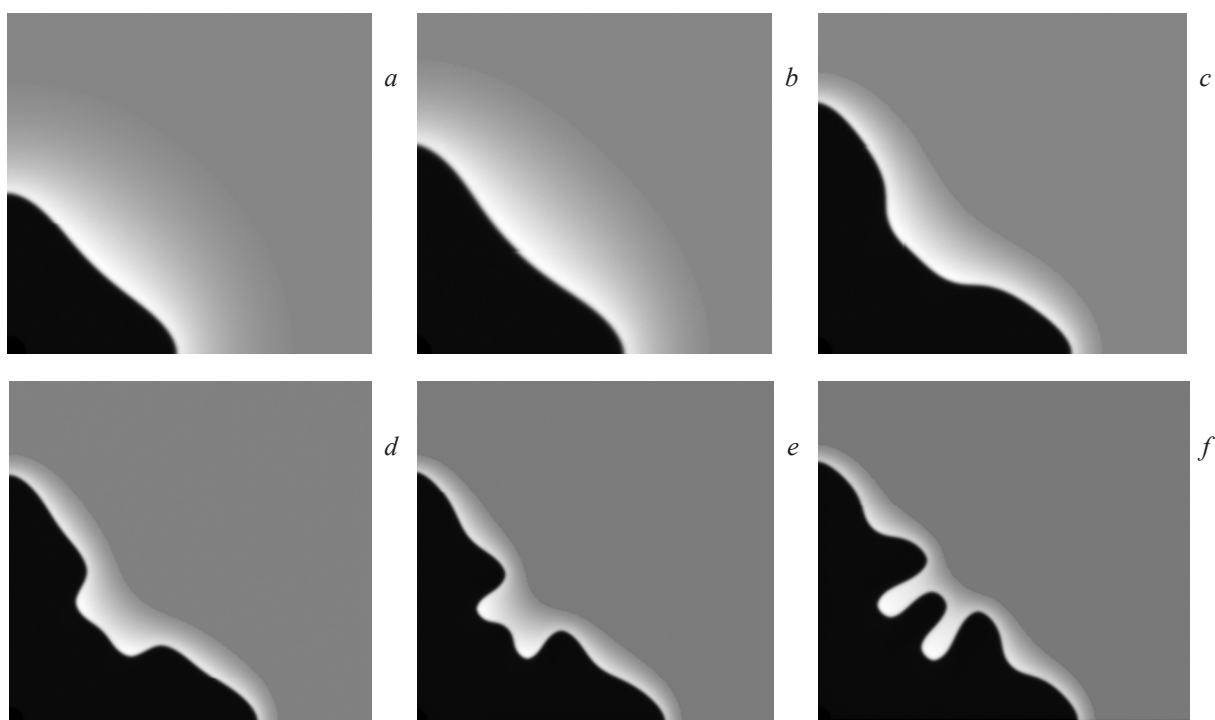


Рис. 2. Морфология растущих из малого зародыша кристаллов алюминия. Параметр смыва 1 % (*a*), 2 % (*b*), 5 % (*c*), 6,5 % (*d*), 7,5 % (*e*), 8,5 % (*f*). Ввиду существенного различия в скорости роста масштаб рисунков различен
 Fig. 2. Morphology of aluminum crystal, growing from small embryo. Washout intensity 1 % (*a*), 2 % (*b*), 5 % (*c*), 6.5 % (*d*), 7.5 % (*e*), 8.5 % (*f*). Because of high difference in growth speed, the scale of pictures is different

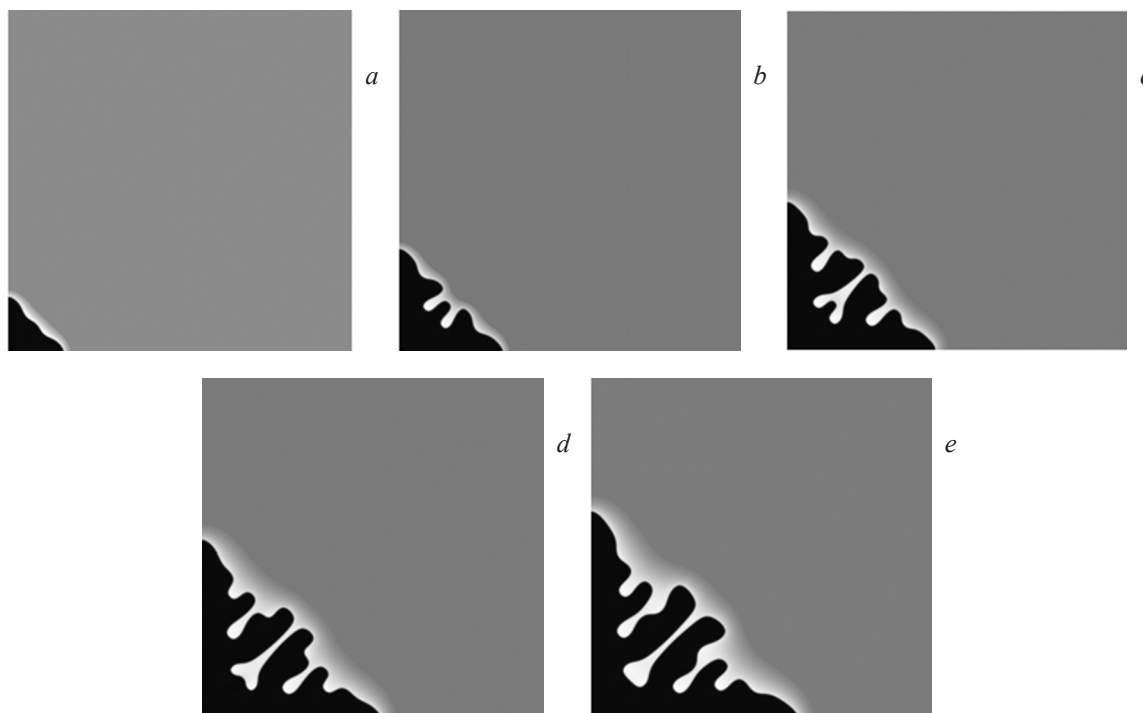


Рис. 3. Эволюция морфологии роста кристалла с изменением интенсивности смыва во времени: *a* – 400 мкс, *b* – 800 мкс, *c* – 1,12 мс, *d* – 1,44 мс, *e* – 2,08 мс. До времени (*c*) параметр смыва равен 8,5 %, далее – 3,5 %

Fig. 3. Evolution of crystal growth morphology with change of intensity washout during time: *a* – 400 mks, *b* – 800 mks, *c* – 1,12 ms, *d* – 1.44 ms, *e* – 2.08 ms. Until (*c*) the washout intensity is 8.5 %, further 3.5 %

Практически интересен случай, когда степень смыва падает со временем. Во многом он аналогичен случаю усреднения концентрации при коррекции ее значения [3], при котором расщепления радиальных ветвей не происходит. Но вместо утолщения ветвей, как в случае усреднения, на радиальных ветвях наблюдается скорее структура возмущений, аналогичная вторичным ветвям на главных ветвях дендрита (рис. 3).

Выводы. Разработан приближенный алгоритм расчета изменения концентрации примеси, учитывающий влияние движения растущего кристалла первичного алюминия относительно расплава. На его основе исследована морфология получаемых кристаллов. Показано, что при постоянной величине интенсивности смыва вблизи поверхности растущего кристалла при росте из малого круглого зародыша возможны только два типа морфологии – дендритная и розеточная. При этом если кристалл уже имеет розеточную морфологию, она сохраняется и при дальнейшем его росте при уменьшении интенсивности или отсутствии смыва.

Список использованных источников

1. Fan, Z. Semisolid metal processing / Z. Fan // *Int. Mater. Rev.* – 2002. – Vol. 47, Iss. 2. – P. 49–85. <https://doi.org/10.1179/095066001225001076>
2. Growth Morphology of Crystal from Undercooled Melt with Strong Liquid Convection / W. Huang [et al.] // *Int. J. Microgravity Sci. Appl.* – 2004. – Vol. 21, № 3. – P. 207–211.
3. Исследование влияния потока расплава на процессы формирования недендритной структуры при затвердевании бинарного сплава Al–Si / А. Г. Борисов [и др.] // *Процессы литья.* – 2013. – № 6. – С. 37–47.
4. Phase-field modeling of binary alloy solidification with coupled heat and solute diffusion / J. C. Ramirez [et al.] // *Phys. Rev. E.* – 2004. – Vol. 69. – P. 51607. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.051607>
5. Echebarria, B. Quantitative phase-field model of alloy solidification / B. Echebarria // *Phys. Rev. E.* – 2004. – Vol. 70. – P. 061604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.061604>
6. Марукович, Е. И. Моделирование роста дендритов при кристаллизации с малым переохлаждением силуминовых сплавов на основе метода фазового поля / Е. И. Марукович, А. М. Брановицкий, Ю. А. Лебединский // *Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.* – 2009. – № 1. – С. 4–13.
7. Diepers, H.-J. History effects during the selection of primary dendrite spacing. Comparison of phase-field simulations with experimental observations / H.-J. Diepers // *J. Crystal Growth.* – 2002. – Vol. 237–239. – P. 149–163. [https://doi.org/10.1016/S0022-0248\(01\)01932-7](https://doi.org/10.1016/S0022-0248(01)01932-7)

8. Molenaar, J. M. M. The structure of stircast Al–6Cu / J. M. M. Molenaar, F. W. H. C. Salemans, L. Katgerman // *J. Mater. Sci.* – 1985. – Vol. 20, Iss. 12. – P. 4335–4344. <https://doi.org/10.1007/bf00559322>
9. Ramirez, J. C. Examination of binary alloy free dendritic growth theories with a phase-field model / J. C. Ramirez, C. Beckermann // *Acta Materialia*. – 2005. – Vol. 53, Iss. 6. – P. 1721–1736. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2004.12.021>

References

1. Fan Z. Semisolid metal processing. *International Materials Review*, 2002, vol. 47, pp. 49–85. <https://doi.org/10.1179/095066001225001076>.
2. Huang W., Li T., Lin X., Yu J. Growth Morphology of Crystal from Undercooled Melt with Strong Liquid Convection. *International Journal of Microgravity Science and Application*, 2004, vol. 21, no. 3, pp. 207–211.
3. Borisov A. G., Marukovich E. I., Lebedinsky Yu. A., Branovitsky A. M. Investigation of influence of the melt flow on formation of non-dendritic structure upon solidification of binary Al–Si alloy. *Protsessy lit'ya = Casting Processes*, 2013, no. 6, pp. 37–47 (in Russian).
4. Ramirez J. C., Beckermann C., Karma A., Diepers H.-J. Phase-field modeling of binary alloy solidification with coupled heat and solute diffusion. *Physical Review E*, 2004, vol. 69, p. 51607. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.051607>
5. Echebarria B. Quantitative phase-field model of alloy solidification. *Physical Review E*, 2004, vol. 70, p. 061604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.061604>
6. Marukovich E. I., Branovitsky A. M., Lebedinsky Yu. A. Modeling of the growth of dendrites during crystallization with low supercooling of silumin alloys on the basis of the phase field method. *Vestsi Akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2009, no. 1, pp. 4–13 (in Russian).
7. Diepers H.-J. History effects during the selection of primary dendrite spacing. Comparison of phase-field simulations with experimental observations. *Journal of Crystal Growth*, 2002, vol. 237–239, pp. 149–153. [https://doi.org/10.1016/S0022-0248\(01\)01932-7](https://doi.org/10.1016/S0022-0248(01)01932-7)
8. Molenaar J. M. M., Salemans F. W. H. C., Katgerman L. The structure of stircast Al–6Cu. *Journal of Materials Science*, 1985, vol. 20, iss. 12, pp. 4335–4344. <https://doi.org/10.1007/bf00559322>
9. Ramirez J. C., Beckermann C. Examination of binary alloy free dendritic growth theories with a phase-field model. *Acta Materialia*, 2005, vol. 53, iss. 6, pp. 1721–1736. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2004.12.021>

Информация об авторах

Марукович Евгений Игнатьевич – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом, Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси (ул. Бялыницкого-Бирули, 11, 212030, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: info@itm.by

Брановицкий Александр Михайлович – кандидат технических наук, директор, Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси (ул. Бялыницкого-Бирули, 11, 212030, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: inmet@mail.ru

Лебединский Юрий Анатольевич – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси (ул. Бялыницкого-Бирули, 11, 212030, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: yura_lebedinsky@mail.ru

Information about the authors

Eugeny I. Marukovich – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, Head of Department, Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Bialynitskaga-Biruli Str., 212030, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: info@itm.by

Alexandre M. Branovitsky – Ph. D. (Engineering), Director, Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Bialynitskaga-Biruli Str., 212030, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: inmet@mail.ru

Yuri A. Lebedinsky – Ph. D. (Physic and Mathematic), Head of Laboratory, Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Bialynitskaga-Biruli Str., 212030, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: yura_lebedinsky@mail.ru