

ISSN 0002-3566 (print)  
УДК 664.692.5

Поступила в редакцию 11.03.2016  
Received 11.03.2016

**В. Я. Груданов, А. Б. Торган, Л. Т. Ткачева**

*Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Беларусь,*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ФОРМОВАНИЯ  
МАКАРОННЫХ ИЗДЕЛИЙ В КАНАЛАХ МАТРИЦ  
СТУПЕНЧАТО-ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ**

В настоящее время неравномерность скоростей формования макаронных изделий по сечению матрицы является не решенной проблемой как в отечественной, так и в зарубежной практике.

Конструкция матрицы является одним из определяющих факторов, влияющим на технико-экономические показатели работы пресса. Матрица включает в себя цилиндрический корпус с колодцами, расположенными на концентрических окружностях, установленные внутри колодцев вкладыши со сквозными формирующими отверстиями, сгруппированными в гнезда.

Цель статьи – разработка методики и установление соотношения между пластичной и вязкой составляющими общего гидродинамического сопротивления при течении макаронного теста в канале ступенчато-переменного сечения. Разработана методика определения минимального давления формования, необходимого для преодоления предела текучести при сдвиге (предельного сопротивления сдвигу) макаронной тестовой массы, находящейся в каналах кругового, кольцевого, прямоугольного и произвольного сечений. Выполнена расчетная оценка этого давления при формовании тестовой массы первого и высшего сорта, а также теста на основе полукрупки для промышленно используемых типоразмеров каналов ступенчато-переменного сечения. Показано, что в общем гидродинамическом сопротивлении преобладает вклад составляющей, обусловленной вязким сдвиговым деформированием при течении. Предложена методика приближенной расчетной оценки скоростных и силовых параметров течения тестовой массы в каналах ступенчато-переменного сечения с применением модели Бингама. Результаты исследований могут быть использованы при проектировании формирующей оснастки, а также при разработке методов расчета процессов формования макаронной тестовой массы.

*Ключевые слова:* макаронная тестовая масса, формование, канал, течение, сопротивление, давление, скорость, производительность.

**V. Ya. Grudanov, A. B. Torhan, L. T. Tkachyova**

*Belarusian State Agrarian Technical University, Minsk, Belarus*

**MODELING AND OPTIMIZATION OF PROCESSES OF SHAPING OF PASTAS  
IN CHANNELS OF MATRICES OF STEP-VARIABLE SECTION**

Currently velocity unevenness of forming pasta matrix over the cross section is an unsolved problem, both in domestic and in international practice.

The construction of the matrix is one of the key factors influencing technical and economic indicators of pressing work. The matrix includes a cylindrical body with wells located on concentric circles, liners mounted within wells, shaping with through holes that are grouped in the nests.

The aim of the work was to develop a methodology and establish it by the ratio between plastic and viscous components of the total hydrodynamic resistance in the flow of pasta dough in the channel of step-variable cross-section. The technique of determining the minimum pressure of the molding that is required to overcome the yield stress in shear (ultimate shear resistance) pasta in the channel of circular, annular, rectangular and arbitrary cross-sections, is developed. Computational evaluation of this pressure in the molding of the dough of first and higher grades and test on the basis of polyrope used for industrial types and sizes of channels with stepped variable cross-section is made. It is shown that in general the hydrodynamic resistance is dominated by the contribution of the component due to viscous shear deformation in the course. An approximate method of estimating the speed and power of flow parameters pasta in the channels of step-variable cross section using the model of Bingham is proposed. The research results can be used in the design of the forming equipment, as well as in the development of methods of calculation of processes of formation and pasta dough.

*Keywords:* pasta dough, molding, channel, current, resistance, pressure, velocity, performance.

**Введение.** Совершенствование теории и методов расчета формирующего оборудования является задачей, решение которой обеспечит оптимальное конструирование его узлов с целью получения продукции требуемого качества. В связи с этим возникает потребность в математическом моделиро-

вании процесса формования, высокая значимость которого отмечается многими современными учеными.

Основные цели математического моделирования формования состоят в углублении физического (качественного) понимания процесса и в его количественном описании с максимально возможным приближением к реальной технологической практике.

Значительный вклад в развитие математических моделей и методов расчета дозирующих зон одношнековых экструдеров внесли основоположники теории переработки полимеров G. Schenkel, V. Elbirly, H. Potente, J. Martin и др. [1–4].

Работу одношнековых прессов для пищевых производств изучали J. P. Melcion, J. L. Rossen, Н. И. Назаров, Ю. А. Мачихин, А. В. Горбатов и др. [5–8].

Фундаментальные исследования сложных явлений, происходящих при движении макаронного теста в прессующем корпусе и каналах матрицы, на которых базируется теория макаронного теста, проведены Н. Н. Назаровым, Ю. А. Мачихиным [8, 9, 12].

Процессы формования макаронной тестовой массы широко распространены в пищевой промышленности при производстве сплошных (вермишель, лапша, спагетти) и полых (макаронные трубки, рожки) изделий. При этом тесто требуемого состава и влажности захватывается напорным шнеком и последовательно проходит через четыре условно выделяемых участка прессующего устройства (рис. 1): загрузка и транспортирование (*I*), уплотнение (*II*), перемещение спрессованного теста по виткам шнека (*III*), нагнетание и выпрессовывание через формующие отверстия матрицы (*IV*) [10, 11].

Как правило, отверстия матрицы имеют ступенчато-переменное [12] или плавноизменяющееся сечение (по патенту на изобретение РБ № 13326), уменьшающееся от входа в матрицу до выхода из нее, где обычно устанавливается формующая фильера.

Несмотря на широкую распространенность таких процессов, силовые и кинематические параметры течения теста в отверстиях матрицы и фильерах изучены только в простейшей эмпирической постановке для частных случаев формования отдельных видов изделий из стандартного теста определенного состава на матрицах ограниченного типоразмера. Вопрос о возможности переноса имеющихся результатов на другие типоразмеры изделий, составы тестовой массы или режимы формования (давление, скорость) остается открытым. Полученные технические достижения по оптимизации конструкции каналов представляют собой предмет патентной защиты. Отмеченные выше недостатки обусловлены слабой теоретической разработанностью процессов сдвигового деформирования тестовой массы в каналах изменяющегося сечения.

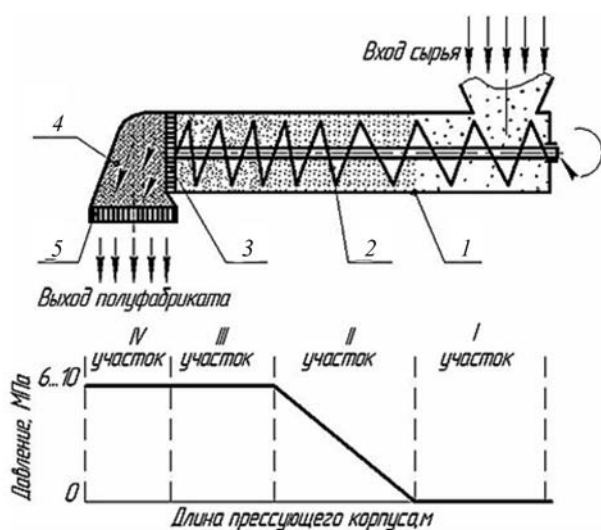


Рис. 1. Схема прессующего устройства для формования макаронной тестовой массы: 1 – корпус; 2 – шнек; 3 – перфорированная решетка; 4 – предматричная камера; 5 – матрица

В научно-технической литературе существуют отдельные подходы, основанные на том, что тестовая масса ведет себя подобно вязкопластичной жидкости Бингама, без тщательной проверки этой гипотезы и без выяснения вклада пластичной и вязкой составляющих в общее гидродинамическое сопротивление при течении теста в каналах ступенчато-переменного сечения.

**Предварительные данные.** Основными величинами, характеризующими режим формования, являются давление, оказываемое рабочими органами пресса на тесто, и скорость выпрессовывания изделий. Давление в предматричной камере обусловлено сопротивлением тестовой массы, которое оказывают его истечению формующие отверстия матрицы. Величина давления, как и скорость прессования, является функцией многих факторов: консистенция теста, конфигурация формующих отверстий, характер течения в отверстиях и т. д. Скорость

и давление зависят от температуры и влажности теста (от его вязкопластичных свойств), состояния поверхности формирующих элементов матрицы и многих других факторов, связанных со свойствами исходного сырья, расходуемого на приготовление макаронного теста.

Для вязкопластичной среды, какой является тестовая масса, характерно наличие сдвиговой прочности материала  $\tau_0$ . Если значения касательных напряжений  $\tau$  меньше, чем величина сдвиговой прочности материала  $\tau_0$ , то сдвиг в объеме материала отсутствует, скорость течения равна нулю. Из этого следует, что существует минимальное значение напряжения сдвига, а соответственно и минимальное давление формования  $P_{\min}$ , ниже которого течение невозможно. Определим величину этого давления. Будем считать, что касательные напряжения на стенках канала равны сдвиговой прочности макаронного теста  $\tau_0$ .

Для начала сдвигового деформирования, а соответственно начала течения тестовой массы, в канале матрицы необходимо, чтобы величина усилия проталкивания была не меньше, чем значение суммарного сопротивления от касательных напряжений  $\tau_w$  на боковых стенках. При этом учитываем, что усилие проталкивания равно произведению минимального давления формования  $P_{\min}$  на площадь сечения канала, а сопротивление от касательных напряжений  $\tau_w$  равно произведению на периметр сечения канала и длину участка.

С использованием такого подхода для наиболее распространенных типов каналов длиной  $l$ , пренебрегая входными эффектами, получаем следующие уравнения:

канал кругового сечения диаметром  $d$  (применяется при производстве вермишели, спагетти):

$$P_{\min} \geq \frac{4\tau_0 l}{d_k}, \quad (1)$$

канал кольцевого сечения с внешним диаметром  $D$ , внутренним диаметром  $d$  (применяется при производстве рожков, трубчатых макаронных изделий):

$$P_{\min} \geq \frac{4\tau_0 l}{D_{\text{кол}} - d_{\text{кол}}}, \quad (2)$$

канал прямоугольного сечения шириной  $b$  и высотой  $h$  (применяется при производстве лапши):

$$P_{\min} \geq \frac{2\tau_0 l(b+h)}{bh}, \quad (3)$$

канал для формования фигурных макаронных изделий площадью сечения  $s$  и периметром  $u$ :

$$P_{\min} \geq \frac{\tau_0 ul}{s}. \quad (4)$$

Для канала ступенчато-переменного сечения с диаметром каждой ступени  $d_i$  и длиной ступени  $L_i$  суммарное сопротивление  $n$  участков будет равно сумме сопротивлений на каждом из них (без учета входных эффектов):

силовые условия начала течения макаронного теста:

$$P \frac{\pi d_{\text{отв}}^2}{4} \geq \sum_{i=1}^n \pi d_i L_i \tau_0, \quad (5a)$$

минимальное давление  $P_{\min}$ , необходимое для начала течения:

$$P_{\min} \geq \frac{4\tau_0}{d_{\text{отв}}^2} \sum_{i=1}^n d_i L_i, \quad (5b)$$

где  $D_{\text{в}}$  – диаметр входного отверстия канала, м.

Полученные формулы (1)–(5) могут быть использованы для анализа влияния размеров формирующих элементов на минимальное давление формования. В качестве примера в табл. 1 приведены расчетные значения потерь давления на преодоление предельного сопротивления сдвигу  $\tau_0$  различных видов макаронной тестовой массы с содержанием влаги 30% при давлении 4,9 МПа и температуре 40 °С в отверстиях матрицы ступенчато-переменного сечения (рис. 2, а).

Таблица 1. Расчетные потери давления на преодоление предельного сопротивления сдвигу  $\tau_0$  макаронного теста влажностью 30% в каналах ступенчато-переменного сечения при температуре 40 °С и давлении 4,9 МПа

Мука для тестовой массы	Предельное сопротивление сдвигу $\tau_0$ , кПа[5]	Потери давления по ступеням, кПа				Суммарные потери давления, кПа
		1-я ступень, $d_1=23$ мм, $L_1=32$ мм	2-я ступень, $d_2=21$ мм; $L_2=29$ мм	3-я ступень, $d_3=20$ мм, $L_3=26$ мм	4-я ступень, $d_4=18$ мм, $L_4=23$ мм	
Высший сорт	3,28	18,25	18,12	17,06	16,76	70,19
Первый сорт	5,60	31,17	30,93	29,12	28,62	119,84
На основе полукрупки	15,0	83,48	82,86	78,0	76,67	321,01

Примечание. При увеличении температуры происходит уменьшение предельного напряжения сдвига (сдвиговой прочности) материала (в частности, для муки первого сорта при 18 °С – 18300 Па, при 40 °С – 5600 Па, при 56 °С – 2100 Па).

Сравнение полученных значений с применяемым на практике давлением формования  $p = 6\text{--}10$  МПа (6000–10 000 кПа) показывает, что вклад потерь давления на преодоление предельного сопротивления сдвигу в отверстиях матрицы в общие потери давления незначительный. Следовательно, основные потери давления направлены на преодоление сопротивления вязкому течению в подводящих каналах и фильерах матрицы, что должно быть положено в основу соответствующих реологических расчетов.

**Построение математической (реологической) модели.** Рассмотрим скоростные параметры процесса формования. Если давление формования  $P$  будет больше, чем  $P_{\min}$ , то начнется вязкопластичное течение материала. Определим перепад давлений в ступенчатом канале на длине  $dx$   $i$ -го участка (рис. 2, а).

Выделим в ступенчатом канале элемент длиной  $dx$ , радиусом  $R_i$  и длиной  $L_i$  (рис. 2, а) и рассмотрим условия его равновесия (рис. 2, б). Справа на него действует давление  $P_i$ , слева – давление  $(P_i + dP_i)$ , на поверхности стенки канала касательные напряжения  $\tau_{wi}$ . Запишем уравнение равновесия элемента в проекции на ось  $X$ :

$$(P_i + dP_i)\pi R_i^2 - P_i\pi R_i^2 - \tau_{wi} 2\pi R_i dx = 0. \quad (6)$$

Выразим из уравнения (6) прирост  $dP_i$  давления на длине  $dx$ :

$$dP_i = \frac{2\tau_{wi}}{R_i} dx. \quad (7)$$

Полный перепад давления на участке длиной  $L_i$  получим интегрированием уравнения (7):

$$\Delta P_i = \frac{2\tau_{wi}}{R_i} L_i. \quad (8)$$

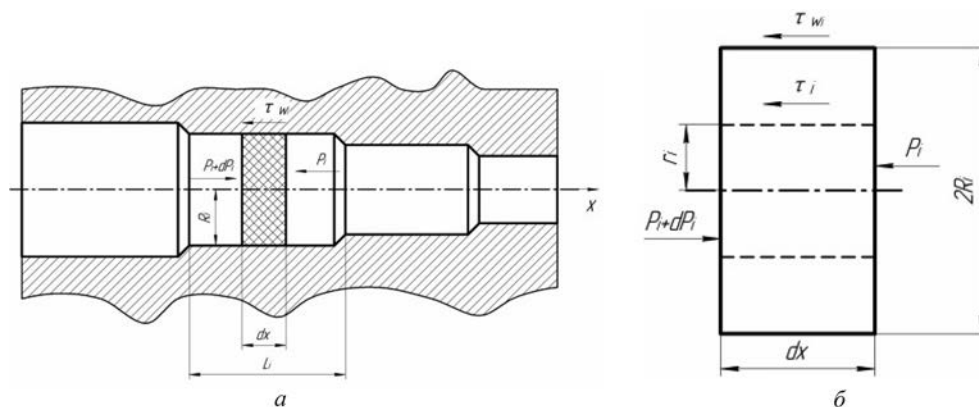


Рис. 2. Расчетная схема для определения параметров течения макаронного теста: а – ступенчатый канал; б – напряжения, действующие на элемент длиной  $dx$  и радиусом  $R_i$ ;  $P_i$  – осевое давление;  $dP_i$  – прирост давления формования;  $\tau_{wi}$  и  $\tau_i$  – касательные напряжения на стенках канала и на элементе длиной  $dx$ ;  $R_i$  – радиус канала  $i$ -й ступени;  $r_i$  – радиус элемента длиной  $dx$ ,  $L_i$  – длина  $i$ -го участка ступенчатого канала

Найдем распределение касательных напряжений  $\tau_i$  по радиусу канала. Выделим элемент длиной  $dx$  и радиусом  $r_i$  в элементарном объеме и рассмотрим условия его равновесия (рис. 2, б). Справа на него действует давление  $P_i$ , слева – давление  $(P_i + dP_i)$ , на поверхности цилиндра касательные напряжения  $\tau_i$ . Из условия равновесия проекций на ось  $X$  получим

$$(P_i + dP_i)\pi r_i^2 - P_i\pi r_i^2 - \tau_i 2\pi r_i dx = 0. \quad (9)$$

Выразим из уравнения (9) прирост давления  $dP_i$ :

$$dP_i = \frac{2\tau_i}{r_i} dx. \quad (10)$$

Поскольку формулы (7) и (10) описывают один и тот же участок (одно сечение), то из равенства элементарных приращений давления  $dP_i$  (левые части уравнения) следует равенство их правых частей, откуда после преобразований получаем

$$\tau_i = \tau_{wi} \frac{r_i}{R_i}. \quad (11)$$

Из аналитической зависимости (11) видно, что касательные напряжения линейно возрастают вдоль радиуса.

Примем в первом приближении в соответствии с рекомендациями [1], что тестовая масса подчиняется закону вязкого течения Бингама:

$$\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma}, \quad (12)$$

где  $\tau$  – касательные напряжения на площадках сдвига, МПа;  $\tau_0$  – сдвиговая прочность материала, МПа;  $\mu$  – динамическая вязкость, Па·с;  $\dot{\gamma}$  – скорость сдвига,  $\text{с}^{-1}$ .

Анализ зависимостей (11), (12) показывает, что при течении тестовой массы в канале будут две зоны (рис. 3). В зоне 1 на периферии канала касательные напряжения  $\tau$  будут больше сдвиговой прочности материала  $\tau_0$ . Следовательно, в этой зоне будет реализовываться сдвиговое течение теста. Зона 2 («ядро течения») располагается вблизи оси канала. В ней при  $\tau < \tau_0$  материал будет двигаться с постоянной скоростью.

Рассмотрим схему выпрессовывания макаронных изделий и найдем взаимосвязь скорости течения и производительности канала с перепадом давления на  $i$ -м участке.

Учтем, что скорость течения  $v$  связана со скоростью сдвига  $\dot{\gamma}$  следующей зависимостью:

$$\dot{\gamma}_i = -\frac{dv_i}{dr_i}. \quad (13)$$

Выразим из уравнения (12) скорость сдвига:

$$\dot{\gamma}_i = \frac{\tau - \tau_0}{\mu}. \quad (14)$$

Из формулы (8) через перепад давления  $\Delta P_i$  и размеры участка  $L_i$  и  $R_i$  найдем касательные напряжения на стенке канала  $\tau_{wi}$ :

$$\tau_{wi} = \frac{\Delta P_i R_i}{2L_i}. \quad (15)$$

Подставив значение  $\tau_{wi}$  из уравнения (15) в (11), получим аналитическую зависимость, описывающую распределение касательных напряжений  $\tau_i$  по радиусу канала:

$$\tau_i = \frac{\Delta P_i r_i}{2L_i}. \quad (16)$$

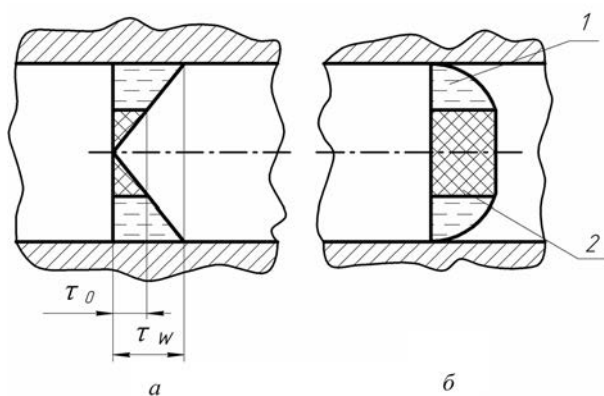


Рис. 3. Схема распределения касательных напряжений (а) и скоростей течения (б) макаронной тестовой массы в канале круглого сечения: 1 – зона сдвигового деформирования (зона 1); 2 – «ядро течения» (зона 2);  $\tau_w$  – касательное напряжение на стенках канала;  $\tau_0$  – сдвиговая прочность материала (касательные напряжения на границе раздела зон)



Для градиента скорости, подставив  $\tau$  из уравнения (16) в (14) с учетом (13), найдем

$$-\frac{dv_i}{dr_i} = \frac{\Delta P_i r_i}{2\mu L_i} - \frac{\tau_0}{\mu}. \quad (17)$$

Проинтегрируем выражение (17) с граничными условиями  $v = 0$  при  $r_i = R_i$  и получим аналитическую зависимость для распределения скорости формирования по зоне сдвига  $l$ :

$$v_i = \frac{\Delta P_i}{4\mu L_i} (R_i^2 - r_i^2) - \frac{\tau_0}{\mu} (R_i - r_i). \quad (18)$$

Найдем радиус  $r_{0i}$ , характеризующий положение границы раздела зон  $l$  и  $2$  фильеры формирующего канала. На границе раздела (при  $r = r_0$ ) касательные напряжения  $\tau = \tau_0$ . Тогда с учетом выражения (16) запишем

$$r_{0i} = \frac{2\tau_0 L_i}{\Delta P_i}. \quad (19)$$

Определим максимальную скорость формирования  $v_{\max}$ , которая может быть получена из (18) при  $r = r_{0i}$ :

$$v_{\max} = \frac{\Delta P_i}{4\mu L_i} \left( R_i^2 - \frac{4\tau_0^2 L_i^2}{\Delta P_i^2} \right) - \frac{\tau_0}{\mu} \left( R_i - \frac{2\tau_0 L_i}{\Delta P_i} \right) = \frac{\Delta P_i}{4\mu L_i} (R_i^2 - r_{0i}^2) - \frac{\tau_0}{\mu} (R_i - r_{0i}). \quad (20)$$

Вычислим расход тестовой массы при течении в канале. Он будет складываться из расходов в зонах  $l$  и  $2$ . Для зоны  $l$  сдвигового течения элементарный расход  $dQ_{1i}$  может быть вычислен как произведение скорости  $v$  в данном сечении на элементарную площадь:

$$dA = 2\pi r_i dr.$$

Тогда с учетом выражения (18) получим

$$dQ_{1i} = 2\pi r_i v dr = 2\pi \left[ \frac{\Delta P_i}{4\mu L_i} (R_i^2 r_i - r_i^3) - \frac{\tau_0}{\mu} (R_i r_i - r_i^2) \right] dr. \quad (21)$$

Проинтегрируем выражение (21) в пределах от  $r_{0i}$  до  $R_i$  и определим расход тестовой массы для зоны  $l$ :

$$Q_{1i} = \int_{r_{0i}}^{R_i} 2\pi \left[ \frac{\Delta P_i}{4\mu L_i} (R_i^2 r_i - r_i^3) - \frac{\tau_0}{\mu} (R_i r_i - r_i^2) \right] dr = \frac{\pi \Delta P_i}{8\mu L_i} (R_i^2 - r_{0i}^2)^2 - \frac{\pi \tau_0}{3\mu} [R_i^3 - 3R_i r_{0i}^2 + 2r_{0i}^3]. \quad (22)$$

Расход для зоны  $2$  получим умножением скорости  $v_{\max}$  на площадь «ядра течения»:

$$Q_{2i} = \pi r_{0i}^2 v_{\max} = \pi r_{0i}^2 \left[ \frac{\Delta P_i}{4\mu L_i} (R_i^2 - r_{0i}^2) - \frac{\tau_0}{\mu} (R_i - r_{0i}) \right]. \quad (23)$$

Суммарный расход  $Q_i$  найдем как сумму расходов  $Q_{1i}$  и  $Q_{2i}$  на данном участке:

$$Q_i = \frac{\pi \Delta P_i}{8\mu L_i} (R_i^2 - r_{0i}^2)^2 - \frac{\pi \tau_0}{3\mu} [R_i^3 - 3R_i r_{0i}^2 + 2r_{0i}^3] + \pi r_{0i}^2 \left[ \frac{\Delta P_i}{4\mu L_i} (R_i^2 - r_{0i}^2) - \frac{\tau_0}{\mu} (R_i - r_{0i}) \right]. \quad (24)$$

Подставив значение  $r_{0i}$  из уравнения (19), получим аналитическую зависимость, связывающую перепад давления  $\Delta P_i$  и размеры участка  $L_i$  и  $R_i$ :

$$Q_i = \frac{\pi \Delta P_i}{8\mu L_i} \left( R_i^2 - \frac{4\tau_0^2 L_i^2}{\Delta P_i^2} \right)^2 - \frac{\pi \tau_0}{3\mu} \left[ R_i^3 - 3R_i \frac{4\tau_0^2 L_i^2}{\Delta P_i^2} + \frac{16\tau_0^3 L_i^3}{\Delta P_i^3} \right] + \frac{4\pi \tau_0^2 L_i^2}{\Delta P_i^2} \left[ \frac{\Delta P_i}{4\mu L_i} \left( R_i^2 - \frac{4\tau_0^2 L_i^2}{\Delta P_i^2} \right) - \frac{\tau_0}{\mu} \left( R_i - \frac{2\tau_0 L_i}{\Delta P_i} \right) \right]. \quad (25)$$

Данные формулы и методика справедливы для  $P \geq P_{\min}$ , т.е. когда реализуется вязкопластичное течение. В разных литературных источниках приводятся сведения о реологических (структурно-ме-

ханических) характеристиках тестовой массы, например [7]. Для макаронной тестовой массы в зависимости от температуры, вида сырья и влажности такие сведения приведены в табл. 2–4.

**Т а б л и ц а 2. Зависимость пластической вязкости  $\eta_{пл}$  макаронного теста от температуры и скорости сдвига  $\dot{\gamma}$  при влажности теста 30% и давлении 4,9 МПа**

Температура тестовой массы, °С					
18		40		56	
Скорость сдвига $\dot{\gamma}$ , с <sup>-1</sup>	Вязкость $\eta_{пл}$ , кПа·с	Скорость сдвига $\dot{\gamma}$ , с <sup>-1</sup>	Вязкость $\eta_{пл}$ , кПа·с	Скорость сдвига $\dot{\gamma}$ , с <sup>-1</sup>	Вязкость $\eta_{пл}$ , кПа·с
0,040	2390	0,020	1140	0,035	348
0,069	1780	0,098	420	0,208	102
0,107	1360	0,280	232	0,552	55
0,189	893	0,530	165	0,860	47
0,365	528	0,890	125	1,230	36
0,607	355	1,440	94	1,720	29

**Т а б л и ц а 3. Зависимость пластической вязкости  $\eta_{пл}$  (кПа·с) макаронного теста из муки I сорта от скорости сдвига  $\dot{\gamma}$  (с<sup>-1</sup>) и влажности теста при температуре 40 °С и давлении 4,9 МПа**

Влажность, кг влаги на 1 кг теста									
0,285		0,300		0,310		0,320		0,330	
$\dot{\gamma}$	$\eta_{пл}$	$\dot{\gamma}$	$\eta_{пл}$	$\dot{\gamma}$	$\eta_{пл}$	$\dot{\gamma}$	$\eta_{пл}$	$\dot{\gamma}$	$\eta_{пл}$
0,033	1210	0,02	1140	0,018	870	0,014	750	0,005	930
0,204	423	0,098	420	0,09	302	0,094	216	0,02	394
0,57	233	0,28	232	0,33	144	0,28	121	0,088	190
0,85	185	0,53	165	0,61	108	0,77	63	0,36	70
1,18	153	0,89	125	1,06	75	1,32	47	0,89	40
1,51	134	1,44	94	1,68	59	1,89	38	1,67	27
1,94	117	2,25	70	2,33	48	2,43	31	2,39	21

**Т а б л и ц а 4. Зависимость пластической вязкости  $\eta_{пл}$  (кПа·с) макаронного теста из муки различных сортов от скорости сдвига  $\dot{\gamma}$  (с<sup>-1</sup>)**

Высший сорт		I сорт		Полукрупка	
$\dot{\gamma}$	$\eta_{пл}$	$\dot{\gamma}$	$\eta_{пл}$	$\dot{\gamma}$	$\eta_{пл}$
0,039	5,20	0,02	1140	0,02	1820
0,21	162	0,098	420	0,12	654
0,38	113	0,28	232	0,43	292
0,85	79	0,53	165	0,84	205
1,77	51	0,89	125	1,36	161
2,66	43	1,44	94	–	–

Задаваясь реологическими характеристиками теста и размерами канала, можно определить расход (объемную производительность канала) и перепад давления на каждом участке (рис. 4). При этом следует иметь в виду, что объемный расход (объемная производительность)  $Q_i = Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = \text{const}$ . Из графика видно, что давление формования будет равно сумме перепадов давлений  $\Delta P_i$  на отдельных участках:

$$\Delta P_{\phi} = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \Delta P_4 = \sum \Delta P_i. \quad (26)$$

При использовании данных табл. 2–4 необходимо иметь в виду, что в них приводятся значения пластической вязкости  $\eta_{пл}$ . Взаимосвязь пластической вязкости с динамической вязкостью по Бингаму можно определить из выражения

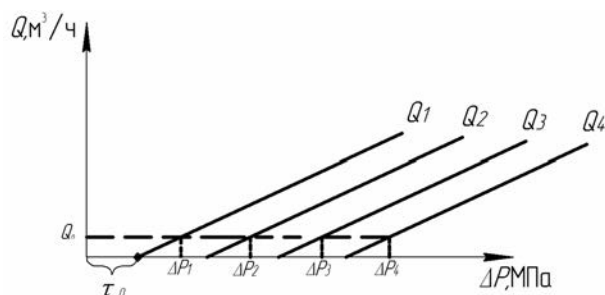


Рис. 4. График зависимости объемной производительности от перепада давления на каждом участке канала:  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  – расход (объемная производительность канала) в каждой ступени канала;  $\tau_0$  – сдвиговая прочность материала;  $\Delta P_1, \Delta P_2, \Delta P_3, \Delta P_4$  – перепад давления в каждой ступени канала

$$\eta_{пл} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \tag{27}$$

Поскольку для бингамовских сред величина касательных напряжений  $\tau$  определяется по выражению (12), то значение пластической вязкости следующее:

$$\eta_{пл} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu \tag{28}$$

Выражение (28) объясняет уменьшение пластической вязкости в табл. 2–4 с увеличением скорости сдвига.

Таким образом, полученные зависимости составляют теоретическую основу приближенных (оценочных) расчетов производительности макаронного прессы, давления формования как функции от конструктивных размеров формирующего канала и структурно-механических (реологических) характеристик тестовой массы. Для более строгих расчетов необходимо проанализировать погрешность от применения формулы Бингама при учете фактической зависимости вязкости тестовой массы от скорости сдвига, а также вклада входных реологических эффектов.

**Оптимизация конструкции матрицы. Новые технические решения.** Существенным недостатком прессования на шнековых макаронных прессах является неравномерность выпрессовывания макаронных изделий по плоскости матрицы. Неравномерная скорость прессования приводит к увеличению количества отходов и в конечном счете – к снижению производительности прессы. Количество отходов по указанной причине на макаронных прессах достигает до 20%.

На рис. 5 представлена эпюра скоростей и давления прессования макаронных изделий через круглую матрицу, из которой выделяется несколько кольцевых зон по ее диску с примерно одинаковой скоростью. В точках, расположенных по наружному радиусу значения, скорости прессования выше, чем в точках, расположенных ближе к центру матрицы. Наибольшая скорость истечения теста наблюдается в центральной части матрицы.

Исследования показали, что эпюра скоростей выпрессовываемых полуфабрикатов является прямым отражением характера распределения давления по полю матрицы. Выявлено, что температура в центральной части матрицы примерно одинаковая, а ближе к периферии начинает возрастать и достигает максимального значения в зоне предматричной камеры. Повышение температуры в периферийных слоях тестовой массы приводит к уменьшению вязкости формируемой массы и, как следствие, к увеличению значения скорости выпрессовывания в периферийных зонах матрицы. Высокая

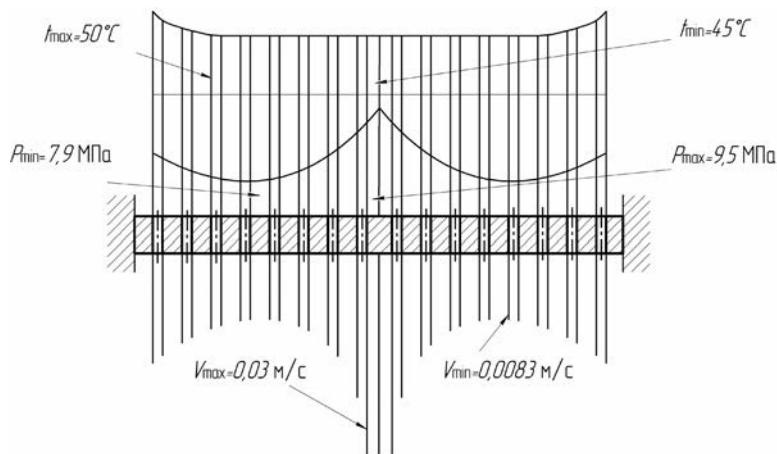


Рис. 5. Эпюра скоростей и давления прессования макаронных изделий через круглую матрицу



скорость формования изделий в центральной зоне матрицы объясняется максимальным давлением тестового потока.

В настоящее время неравномерность скоростей формования макаронных изделий по сечению матрицы остается не решенной проблемой как в отечественной, так и в зарубежной практике. Известно несколько способов частичного устранения неравномерности скоростей формования по зонам матрицы: применение устройств конусно-цилиндрической формы, колосников, тормозящих решеток, устанавливаемых на диск матрицы.

Наибольший эффект в данном направлении получен с помощью матрицы с различной высотой формирующих отверстий конструкции по патенту на изобретение РБ № 12618 (рис. 6). Конструкция матрицы основана на зависимости скоростей истечения тестовой массы от сопротивления формирующих отверстий. Известно, что с изменением высоты формирующего отверстия в диске матрицы изменяется и противодействие. Чем больше высота формирующего отверстия, тем выше сопротивление для прохода теста и соответственно меньше скорости его истечения.

Матрица для производства макаронных изделий представляет собой диск, в котором выполнены формирующие отверстия, имеющие одинаковый диаметр и различную высоту формирующей щели, а площадь диска разделена на кольцевые центральную, среднюю и периферийную зоны. При этом в центральной зоне высота формирующей щели наибольшая, а количество отверстий наименьшее, а в средней зоне высота формирующей щели наименьшая, а количество отверстий наибольшее. Здесь высота формирующей щели в средней зоне  $h_{cp}$  выбрана из первых чисел ряда Фибоначчи по числу 3, а количество отверстий в средней зоне  $Z_{cp}$  выбрано из последующих чисел того же ряда по числу 377.

Высота формирующей щели отверстий в периферийной зоне  $h_{п}$  определяется по формуле

$$h_{п} = (1,618)h_{cp}, \quad (29)$$

где  $h_{п}$  – высота формирующей щели отверстий в периферийной зоне;  $h_{cp}$  – высота формирующей щели отверстий в средней зоне; 1,618 – коэффициент пропорциональности. Высота формирующей щели отверстий в центральной зоне  $h_{ц}$  вычисляется по уравнению

$$h_{ц} = (2,618)h_{cp}, \quad (30)$$

(2,618 – коэффициент пропорциональности).

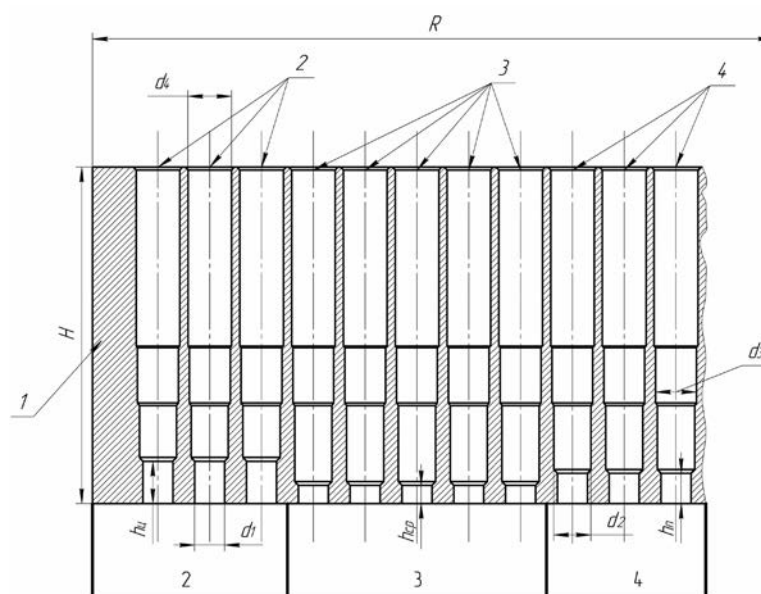


Рис. 6. Схема матрицы с различной высотой формирующих отверстий: 1 – корпус матрицы; 2, 3, 4 – формирующие отверстия матрицы периферийной зоны 2, средней зоны 3, центральной зоны 4

При этом количество отверстий в периферийной зоне  $Z_{\text{п}}$  определяется таким образом:

$$Z_{\text{п}} = \left[ \frac{Z_{\text{ср}}}{1,618} \right], \quad (31)$$

где квадратные скобки обозначают целую часть числа;  $Z_{\text{п}}$  – количество отверстий в периферийной зоне;  $Z_{\text{ср}}$  – количество отверстий в средней зоне. Количество отверстий в центральной зоне  $Z_{\text{ц}}$  вычисляется по выражению

$$Z_{\text{ц}} = \left[ \frac{Z_{\text{ср}}}{2,618} \right]. \quad (32)$$

Матрица содержит корпус 1, площадь которого разделена на кольцевые центральную 4, среднюю 3 и периферийную 2 зоны. При этом в центральной зоне высота  $h_{\text{ц}}$  формирующей щели отверстий наибольшая, а количество отверстий 4 наименьшее, а в средней зоне высота  $h_{\text{ср}}$  формирующей щели отверстий наименьшая, а количество отверстий 3 наибольшее.

Уплотненное макаронное тесто с помощью шнека, преодолевая сопротивление матрицы, продавливается сквозь формирующие отверстия 2, 3, 4 корпуса матрицы 1 посредством запрессовки.

Происходит формование теста, т.е. получение сырых макаронных изделий заданной формы, которая определяется профилем формирующих отверстий.

Выполнение условий по формулам (29), (30)–(32) обеспечивает равномерное распределение гидравлического сопротивления в зонах, что дестабилизирует движение теста через перфорированную поверхность, его сжатие, нарушает равномерное распределение его массы на единицу площади рабочей поверхности условной зоны и, как следствие, уменьшает производительность матрицы и ухудшает качество формования, а следовательно, и снижает эффективность работы устройства.

**Закключение.** Результаты выполненных исследований позволили разработать методику определения минимального давления формования, необходимого для преодоления предела текучести при сдвиге (предельного сопротивления сдвигу) макаронной тестовой массы, находящейся в каналах кругового, кольцевого, прямоугольного и произвольного сечений. Выполнена расчетная оценка этого давления при формовании теста первого и высшего сорта, а также теста на основе полукрупки для промышленно используемых типоразмеров каналов ступенчато-переменного сечения. Показано, что в общем гидродинамическом сопротивлении преобладает вклад составляющей, обусловленной вязким сдвиговым деформированием при течении. Произведена приближенная расчетная оценка скоростных и силовых параметров течения макаронного теста с использованием линейной вязкопластичной модели Бингама. Результаты исследований могут быть востребованы при проектировании формирующей оснастки, а также при разработке методов расчета процессов формования макаронного теста.

#### Список использованных источников

1. Шенкель, Г. Шнековые прессы для пластмасс: пер. с нем. / Г. Шенкель ; под ред. А. Я. Шапиро. – Л. : Госхимиздат, 1962. – 467 с.
2. Elbirii, B. Mathematical modeling of melting of polymers in barrier-screw extruders / B. Elbirii, J. T. Lindt // Polim. Eng. Sci. – 1983. – Vol. 23. – N 2. – P. 86–94.
3. Martin, J. Extruderzonen in denen Warmedurchleitung und erzwungene Konvektion abgefuehrt wird / J. Martin // Wärmeübertrag. – Kunststoffanfert. – Dusseldorf, 1986. – S. 169–196.
4. Potente, H. Durchsatzgleichung für Konventionelle, Plastifizier- extruder / H. Potente, H. Lappe // Kunststoffe. – 1984. – Bd 34, N 3. – S 173–177.
5. Melcion, I.P. La cnisson-extrusion dans le domaine alimentaire: principe, applications, perspectives / I.P. Melcion, P. Colonna // Revue de l'alimentation animal. – 1983. – N 368. – S. 45–51, 53–54.
6. Rossen, I. L. Food extrusion / I. L. Rossen, R. C. Miller // Food trchnology. – 1973. – N 27. – P. 46–53.
7. Структурно-механические характеристики пищевых продуктов / А. В. Горбатов [и др.]; под ред. А. В. Горбатова. – М. : Легкая и пищевая промышленность, 1982. – 296 с.
8. Мачихин, Ю. А. Инженерная реология пищевых материалов / Ю. А. Мачихин, С. А. Мачихин. – М. : Легкая и пищевая промышленность, 1981. – 216 с.
9. Назаров, Н. И. Структурно-механические свойства макаронного теста / Н. И. Назаров, М. А. Калинина, Ю. В. Калинин // Хлебопекарная и кондитерская промышленность, 1971. – № 2 – С. 18–20.

10. Медведев, Г. М. Технология макаронного производства: учебник для вузов / Г. М. Медведев. – М. : Колос, 1998. – 272 с.

11. Груданов, В. Я. Процесс формирования макаронных изделий в узлах прессования с улучшенными гидравлическими и технологическими характеристиками / В. Я. Груданов, А. Б. Торган, В. М. Поздняков // Весці. НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2013. – № 2. – С. 58–65.

12. Назаров, Н. И. Технология макаронного производства / Н. И. Назаров. – М. : Легкая и пищевая промышленность, 1969. – 288 с.

## References

1. Shenkel, G. (1962), *Shnekovye pressy dlya plastmass* [Screw presses for plastics lane. with it], in Shapiro, A. Ya. (ed.), Goskhimizdat, Leningrad, RU.

2. Elbirii, B. and Lindt, J. T. (1983), "Mathematical modeling of melting of polymers in barrier-screw extruders", *Polymer Engineering and Science*, vol. 23, no. 2, pp. 86–94.

3. Martin, J. (1986), "Extruderzonen in denen Warmedurch Leitung und erzwungene Konvektion abgefuehrt wird", *Warmeuebertrag*, Kunststoffanf bereit, Dusseldorf, DE, no. 2, pp. 169–196.

4. Potente, H. and Lappe, H. (1984), "Potente Durchsatzgleichung fur Konventionele, Plastifizier- extruder", *Kunststoffe*, bd. 34, no. 3, pp. 173–177.

5. Melcion, I.P. and Colonna, P. (1983), "La cnisson-extrusion dans le domaine alimetaire: principe, applications, perspectives", *Revue de l'alimentation animal*, no. 368, pp. 45–51, 53–54.

6. Rossen, I. L. and Miller, R.C. (1973), "Food extrusion", *Food technology*, no. 27, pp. 46–53.

7. Gorbatov, A. V., Machikhin, S. A., Maslov, A. M., Tabachnikov, V. P., Machikhin, Yu. A. and Kosoi, V. D. (1982), *Strukturno-mekhanicheskie kharakteristiki pishchevykh produktov* [Structural and mechanical characteristics of the food], in Gorbatov A. V. (ed.), Light and Food Industry, Moscow, RU.

8. Machihin, Y. (1981), *Inzhenernaya reologiya pishchevykh materialov* [Engineering rheology of food materials], Light and food industrial st, Moscow, RU.

9. Nazarov, N. I., Kalinin, M. A. and Kalinin, Y. (1971), "Structurally-mechanical properties of the pasta", *Bakery and confectionery industry*, vol. 2, pp. 18–20.

10. Medvedev, G. M. (1998), *Tekhnologiya makaronnogo proizvodstva* [The technology of production of pasta]: a textbook for high schools, Kolos, Moscow, RU.

11. Grudanov, V. Y., Torhan, A. B. and Pozdnyakov, V. M. (2013), "The process of forming pasta pressing units with improved processability and hydraulic", *Vesti NAN Belarusi. Ser. fiz.-tekhn. navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physico-technical series], vol. 2, pp. 58–65.

12. Nazarov, N. I. (1969), *Tekhnologiya makaronnogo proizvodstva* [Technology macaroni production], Light and Food Industry, Moscow, RU.

## Информация об авторах

*Груданов Владимир Яковлевич* – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры технологий и технического обеспечения процессов переработки сельскохозяйственной продукции. Белорусский государственный аграрный технический университет (220124, г. Минск, пр-т Независимости, 99, Беларусь).

*Торган Анна Борисовна* – кандидат технических наук, доцент кафедры технологий и технического обеспечения процессов переработки сельскохозяйственной продукции. Белорусский государственный аграрный технический университет (220124, г. Минск, пр-т Независимости, 99, Беларусь). E-mail: anechkat@tut.by

*Ткачева Людмила Тимофеевна* – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры охраны труда. Белорусский государственный аграрный технический университет (220124, г. Минск, пр-т Независимости, 99, Беларусь).

## Для цитирования

Груданов, В. Я. Моделирование и оптимизация процессов формирования макаронных изделий в каналах матриц ступенчато-переменного сечения / В. Я. Груданов, А. Б. Торган, Л. Т. Ткачева // Вес. Нац. акад. Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2016. № 4. С. 73–83.

## Information about the authors

*Grudanov Vladimir Yakovlevich* – D. Sc. (Engineering), Professor, Professor of Technology and Logistics Processes, Processing of Agricultural Products. Belarusian State Agrarian Technical University (99, Nezavisimosti Ave., 220124, Minsk, Belarus).

*Torhan Anna Borisovna* – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor of Technology and Logistics Processes, Processing of Agricultural Products. Belarusian State Agrarian Technical University (99, Nezavisimosti Ave., 220124, Minsk, Belarus). E-mail: anechkat@tut.by

*Tkacheva Lyudmila Timofeevna* – Ph. D., (Engineering), Assistant Professor, Assistant Professor of Department of Health and Safety. Belarusian State Agrarian Technical University (99, Nezavisimosti Ave., 220124, Minsk, Belarus).

## For citation

Grudanov V. Ya., Torhan A. B., Tkachyova L. T. Modeling and optimization of processes of shaping of pastas in channels of matrices of step-variable section. Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus, physical-technical series. 2016, no. 4, pp. 73–83.