232 Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series, 2019, vol. 64, no. 2, pp. 232–239

ISSN 1561-8358 (Print) ISSN 2524-244X (Online) УДК 004.942 https://doi.org/10.29235/1561-8358-2019-64-2-232-239

Поступила в редакцию 21.06.2018 Received 21.06.2018

# В. М. Артемьев, А.О. Наумов, Л.Л. Кохан

Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

# СИНТЕЗ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕНН РЛС С ЛИНЕЙНЫМ СКАНИРОВАНИЕМ ЛУЧА И АМПЛИТУДНОЙ ОБРАБОТКОЙ СИГНАЛОВ

Аннотация. В радиолокационных станциях (РЛС) с линейным сканированием луча угловая разрешающая способность определяется шириной диаграммы направленности антенны. Традиционным путем ее увеличения является повышение размеров апертуры антенны, что ограничивается техническими возможностями. Достичь увеличения угловой разрешающей способности можно путем использования специальных методов обработки принятых сигналов, позволяющих синтезировать диаграмму направленности с желаемой шириной. Цель работы состояла в разработке метода синтеза диаграммы направленности в РЛС с линейным сканированием луча и амплитудной обработкой сигналов.

Предлагается метод синтеза диаграммы с заданной шириной, определяемой расстоянием между нулями первых боковых лепестков. Это достигается путем одновременной весовой обработки задержанных во времени сигналов на выходе приемника и их суммирования. Метод синтеза диаграммы основан на выборе критерия оптимальности путем минимизации квадратичной функции потерь. В состав функции входит слагаемое, обеспечивающее минимизацию дисперсии шумов на выходе приемника, а также слагаемые, учитывающие линейные ограничения на амплитуду диаграммы направленности и ее ширину. Решение задачи осуществляется на основе метода неопределенных множителей Лагранжа с линейными ограничениями. Получены структурная схема формирования диаграммы направленности, соответствующая схеме трансверсального фильтра, и уравнения для нахождения ее оптимальных параметров.

Возможности метода показаны на модельных примерах синтеза диаграмм направленности при различном числе каналов измерений. Полагается, что исходная диаграмма описывается гауссовой функцией. Рассмотрены случаи равномерного и неравномерного положения исходных лучей в диапазоне ширины исходной диаграммы. Исследована зависимость отношения сигнал/шум от количества диаграмм направленности и амплитуд боковых лепестков.

**Ключевые слова:** угловая разрешающая способность, диаграмма направленности антенны, ширина диаграммы направленности, оптимизация, метод множителей Лагранжа

Для цитирования: Артемьев, В.М. Синтез диаграмм направленности антенн РЛС с линейным сканированием луча и амплитудной обработкой сигналов / В.М. Артемьев, А.О. Наумов, Л.Л. Кохан // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2019. – Т. 64, №2. – С. 232–239. https://doi.org/10.29235/1561-8358-2019-64-2-232-239

#### V.M. Artemiev, A.O. Naumov, L.L. Kokhan

Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

# SYNTHESIS OF RADAR ANTENNA PATTERNS WITH LINEAR BEAM SCANNING AND AMPLITUDE SIGNAL PROCESSING

Abstract. In radars with linear beam scanning the angular resolution is determined by the width of the antenna pattern. The traditional way to increase this resolution is to enlarge the size of the antenna aperture, which is limited by technical capabilities. It is possible to achieve an increase in the angular resolution by using special methods for processing the received signals, which make it possible to synthesize the antenna pattern with the desired width. The aim of the work was to develop such method for synthesizing of radar antenna pattern with linear beam scanning and amplitude signal processing. A method for the synthesis of the antenna patterns with a given width, determined by the distance between the zeros of the first side lobes is proposed. This is reached by simultaneous processing of delayed signals in the output of the receiver and its summations. The method of pattern synthesis is based on the choice of the optimality criterion by minimizing the quadratic loss function. This function includes a term that minimizes the noise variance at the output of the receiver, as well as terms that take into account linear restrictions on the antenna pattern amplitude and width. The solution to the problem is carried out on the basis of the method of Lagrange multipliers with linear constraints.

The capabilities of the method are shown in model examples of the synthesis of antenna patterns with different number of measurement channels. It is assumed that the initial diagram is described by a Gaussian function. The cases of uniform and nonuniform distribution of angles in the range of the initial antenna pattern are considered. The dependence of the signal-to-noise ratio on the number of directional patterns and the amplitude of the side lobes is investigated.

Keywords: angular resolution, antenna pattern, width of antenna pattern, optimization, method of Lagrange multipliers

<sup>©</sup> Артемьев В. М., Наумов А. О., Кохан Л. Л., 2019

**For citation:** Artemiev V. M., Naumov A. O., Kokhan L. L. Synthesis of radar antenna patterns with linear beam scanning and amplitude signal processing. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnych navuk* = *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2019, vol. 64, no. 2, pp. 232–239 (in Russian). https://doi.org/10.29235/1561-8358-2019-64-2-232-239

Введение. Угловая разрешающая способность радиолокационных станций (РЛС) определяется шириной диаграммы направленности антенны [1]. Часто эта величина не удовлетворяет желаемым тактико-техническим требованиям, предъявляемым к системе, и традиционным путем ее увеличения является повышение размеров апертуры антенны, что ограничивается техническими возможностями. Достичь увеличения угловой разрешающей способности можно путем использования специальных методов обработки принятых сигналов, позволяющих синтезировать диаграмму направленности (ДН) с меньшей шириной. Синтезированные ДН используются в РЛС с фазированными антенными решетками (ФАР) путем фазовой обработки сигналов, поступающих от разнесенных в пространстве парциальных антенн и приемников, которые образуют многоканальную систему обработки [2]. В то же время широко используются РЛС с линейным сканированием лучей и амплитудной обработкой сигналов, например станции кругового обзора. Вопросы синтезирования узкополосных ДН в таких системах в литературе не рассматривались. Данная работа посвящена решению этой задачи и нахождению алгоритмов синтеза ДН с заданной шириной.

**Формулировка задачи.** Диаграмма направленности антенны РЛС с шириной луча 2у изображена на рис. 1 сплошной кривой.

Полагаем, что сканирование осуществляется по часовой стрелке с центром в точке O и угловой скоростью  $\omega$  (градус/с), а положения оси ДН в дискретные моменты времени k = 0, 1, 2,... показаны на рис. 1 штриховыми линиями для моментов k - n, k - n + 1,...k, где n – нечетное число положений оси в пределах угла  $2\gamma$ . В качестве оси синтезированной ДН в момент k принимается направление, соответствующее моменту  $0,5(k + 1)\tau$ , где  $\tau$  – интервал времени между измерениями. В дальнейшем этот интервал полагается равным единице. Угловые положения ДН относительно этой оси в различные моменты времени обозначаются через  $\alpha_i, i = 1, n$ . Пусть направление прихода волны от объекта находится под постоянным углом 9. Функция, описывающая *i*-ю ДН, обозначается  $f_i(9 - \alpha_i)$ , которая в частном случае может быть одинаковой для всех значений *i*. Эта функция полагается четной, то есть  $f(9 - \alpha_i) = f(-9 + \alpha_i)$ , и нормированной f(0) = 1. Амплитуда сигнала на выходе линейного приемника имеет величи-

ну  $u_i(\vartheta) = uf_i(\vartheta - \alpha_i)$ , где *и* является амплитудой сигнала от объекта на входе.

Для получения синтезированной ДН (СДН) обработка сигналов осуществляется за интервал времени *n*. Посредством цепочки из линий задержки на один интервал измерений, равный единице, накапливается *n* измерений (момент *k* на рис. 1). Каждый сигнал умножается на весовой коэффициент  $K_i$ , и затем эти результаты суммируются, образуя итоговый сигнал  $u \sum_{i=1}^{n} K_i f_i (9 - \alpha_i)$ . В дальнейшем без потери общности полагается, что амплитуда u = 1. Синтезированная диаграмма направленности F(9) определяется формулой

$$F(\vartheta) = \sum_{i=1}^{n} K_i f_i (\vartheta - \alpha_i).$$
(1)

Схема формирования СДН приведена на рис. 2. Здесь и далее символом  $z^{-1}$  обозначается задержка на период измерений.



Рис. 1. Диаграмма направленности антенны РЛС и положения ее оси в дискретные моменты времени





Рис. 2. Схема формирования синтезированной диаграммы направленности Fig. 2. Scheme of formation of synthesized antenna pattern

Данная схема соответствует трансверсальному фильтру с весовыми коэффициентами  $K_i$  [3]. Задача исследования состоит в выборе величин коэффициентов  $K_i$ , удовлетворяющих определенному критерию оптимальности, который обеспечивает повышение угловой разрешающей способности.

Алгоритм синтеза СДН. Решение поставленной задачи предполагает использование совокупности из *n* сигналов в соответствии со схемой на рис. 2. Критерием оптимальности является условие минимизации функции потерь, учитывающей необходимость получения СДН с шириной 2β меньшей, чем у исходной ДН, равной 2γ. Задача синтеза может быть решена методом наименьших квадратов (МНК) [4]. В этом случае используется квадратичная функция потерь, состоящая из двух частей: квадратичной функции минимизации и линейных ограничений.

Предполагаем, что шумы на выходе приемника являются дискретным белым шумом, статистически независимым в различные моменты времени k и одинаковыми дисперсиями. Это предположение обусловлено тем, что во все моменты измерений используется один и тот же приемник и его характеристики с течением времени не изменяются. Тогда дисперсия белого шума на выходе схемы, изображенной на рис. 2, будет пропорциональна сумме квадратов весовых коэффициентов

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^n K_i^2.$$
 (2)

Величина  $\delta$  определяет изменение отношения сигнал/шум на выходе. В качестве квадратичной составляющей функции потерь можно выбрать функцию  $\delta^2$ , обеспечивающую минимизацию дисперсии шумов на выходе.

В дополнение к ней можно предложить ряд функций ограничений. Во-первых, для получения центрированной СДН (F(9 = 0) = 1) необходимо выполнение равенства, вытекающего из формулы (1):

$$\sum_{i=1}^{n} K_{i} f_{i}(\alpha_{i}) = 1.$$
(3)

Ширину 2β будем определять расстоянием между ближайшими точками пересечения функции СДН нулевого уровня, то есть между точками появления первых боковых лепестков. Тогда в качестве второго ограничения используется равенство

$$\sum_{i=1}^{n} K_i f_i \left( \pm \beta - \alpha_i \right) = 0.$$
(4)

Минимизация квадратичной функции (2) при линейных ограничениях (3) и (4) осуществляется методом неопределенных множителей Лагранжа [5]. В этом случае функция потерь принимает вид

$$J(K) = \sum_{i=1}^{n} K_i^2 + \lambda_1 \left[ \sum_{i=1}^{n} K_i f_i(\alpha_i) - 1 \right] + \lambda_2 \left[ \sum_{i=1}^{n} K_i f_i(\beta - \alpha_i) \right] + \lambda_3 \left[ \sum_{i=1}^{n} K_i f_i(-\beta - \alpha_i) \right],$$
(5)

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , и  $\lambda_3$  – неопределенные множители.

Нахождение оптимальных весовых коэффициентов *K<sub>j</sub>* производится путем минимизации функции потерь (5) на основе решения уравнений необходимых условий оптимальности:

$$\frac{\partial J(K)}{\partial K_{i}} = 0; \quad j = \overline{1, n}$$

при фиксированных значениях λ. Они приводятся к виду

$$\frac{\partial J(K)}{\partial K_j} = 2K_j + \lambda_1 f_j \left(\alpha_j\right) + \lambda_2 f_j \left(\beta - \alpha_j\right) + \lambda_3 f_j \left(-\beta - \alpha_j\right) = 0, \ j = \overline{1, n}.$$
(6)

Из этих выражений находим уравнение для оптимальных весовых коэффициентов:

$$K_{i} = -0.5 \left[ \lambda_{1} f_{j} \left( \alpha_{j} \right) + \lambda_{2} f_{j} \left( \beta - \alpha_{j} \right) + \lambda_{3} f_{j} \left( -\beta - \alpha_{j} \right) \right], \tag{7}$$

где множители λ еще не определены. Для их нахождения используются уравнения ограничений (3) и (4) при подстановке в них выражения (7). В итоге приходим к системе из трех линейных уравнений для неопределенных коэффициентов:

$$\lambda_1 a_n + \lambda_2 d_n + \lambda_3 e_n = -2;$$
  

$$\lambda_1 d_n + \lambda_2 b_n + \lambda_3 g_n = 0;$$
  

$$\lambda_1 e_n + \lambda_2 g_n + \lambda_3 c_n = 0.$$
(8)

Здесь используются следующие обозначения:

$$a_{n} = \sum_{i=1}^{n} f_{i}^{2} (\alpha_{i}); \ b_{n} = \sum_{i=1}^{n} f_{i}^{2} (\beta - \alpha_{i}); \ c_{n} = \sum_{i=1}^{n} f_{i}^{2} (-\beta - \alpha_{i});$$
  

$$d_{n} = \sum_{i=1}^{n} f_{i} (\alpha_{i}) f_{i} (\beta - \alpha_{i}); \ e_{n} = \sum_{i=1}^{n} f_{i} (\alpha_{i}) f_{i} (-\beta - \alpha_{i});$$
  

$$g_{n} = \sum_{i=1}^{n} f_{i} (\beta - \alpha_{i}) f_{i} (-\beta - \alpha_{i}).$$
(9)

Решение системы уравнений (8) имеет вид

$$\lambda_{1} = -2 \left[ a_{n} - \frac{c_{n}^{2} d_{n}^{2} - 2c_{n} d_{n} e_{n} g_{n} + b_{n} c_{n} e_{n}^{2}}{c_{n} (b_{n} c_{n} - g_{n}^{2})} \right]^{-1};$$

$$\lambda_{2} = -\lambda_{1} \left( \frac{c_{n} d_{n} - e_{n} g_{n}}{b_{n} c_{n} - g_{n}^{2}} \right);$$

$$\lambda_{3} = -\lambda_{1} \frac{1}{c_{n}} \left( e_{n} - g_{n} \frac{c_{n} d_{n} - e_{n} g_{n}}{b_{n} c_{n} - g_{n}^{2}} \right).$$
(10)

С учетом полученных значений  $\lambda$  оптимальные весовые коэффициенты находятся по формуле (7), что обеспечивает минимальное значение дисперсии шумов и ширину СДН, равную 2 $\beta$ . Однако следует отметить, что в результате синтеза отношение сигнал/шум на выходе по отношению к этой величине на входе каждого канала уменьшится в  $\delta$  раз и увеличится амплитуда боковых лепестков СДН. При этом измерения угловых координат происходят с запаздыванием на время  $\gamma \cdot \omega$ . Эти факторы являются «платой» за повышение угловой разрешающей способности.

**Результаты моделирования.** В качестве примера использования предложенной методики рассмотрим случай, когда исходная ДН описывается гауссовой функцией, одинаковой для всех значений  $i = \overline{1, n}$ , то есть

$$f(9) = e^{-9,29^2}.$$
 (11)

Ширина этой функции на уровне 0,1 от максимального значения равна  $2\gamma = 1$ . Число ДН, формирующих СДН, выбирается равным n = 3, 5, 7. Рассмотрим случай, когда СДН должна иметь ширину в 2 раза меньшую, чем у исходной, то есть  $2\beta = 0,5$ .

Первоначально полагаем, что углы  $\alpha_i$  равномерно распределены в диапазоне ±0,5 при центральном значении  $\alpha_{0,5(n+1)} = 0$ . Используя формулы (9) и (10), находятся значения оптимальных весовых коэффициентов по формуле (7), а затем строятся СДН в соответствии с выражением (1). На рис. 3 приведены функции СДН для указанных условий.



гис. 5. Функции синтезированной диаграммы направленности в случае равномерного распределения углов  $\alpha_i$  в диапазоне ±0,5 Fig. 3. Functions of synthesized antenna pattern in case of uniform distribution of angles  $\alpha_i$ 

in range  $\pm 0.5$ 

В табл. 1 приведены значения δ, определяющие снижение отношения сигнал/шум и уровни боковых лепестков φ.

## Таблица 1. Величины снижения отношения сигнал/шум δ и значения амплитуд боковых лепестков φ при различном числе диаграмм направленности *n* в случае равномерного распределения углов α<sub>i</sub> в диапазоне ±0,5

Table	1.	The values of the decrease of the signal-to-noise ratio $\delta$ and the side-lobe amplitudes $\phi$ for a different
		number of antenna patterns $\pmb{n}$ in case of uniform distribution of angles $lpha_i$ in range ±0.5

Число диаграмм направленности <i>п</i>	Значения углов α <sub>i</sub>	Снижение отношения сигнал/шум б	Амплитуда боковых лепестков ф
3	-0,25; 0; 0,25	2,91	-0,48
5	-0,33; -0,17; 0;0,17; 0,33	2,09	-0,64
7	-0,375; -0,25; -0,125; 0; 0,125; 0,25; 0,375	1,75	-0,68

Из данных таблицы следует, что увеличение числа *n* приводит к увеличению уровня боковых лепестков φ, однако при этом снижается величина δ. Одним из факторов влияния на эти величины является выбор значений углов α<sub>i</sub>. В приведенном примере они выбирались равномерно в пределах угла γ. Представляет интерес рассмотреть возможности другого подхода к выбору их значений.

Рассмотрим варианты, когда выбор  $\alpha_i$  осуществляется в пределах углов, меньших 2 $\gamma$ . В первом случае (А) они выбираются равномерно в диапазоне углов ±0,3, а во втором (Б) – в пределах от –0,5 до –0,2 и от 0,2 до 0,5. На рис. 4 показаны функции СДН для значений n = 3 (a), n = 5 (b) и n = 7 (c). В табл. 2 приведены значения  $\alpha_i$ ,  $\delta$  и  $\phi$  для случая А, а в табл. 3 – для случая Б.

Из результатов следует, что в случае А отношение сигнал/шум снижается больше, чем в случае Б, однако уровень боковых лепестков становится меньше. Можно утверждать, что значения углов  $\alpha_i$  в определенной степени влияют на форму СДН и их следует выбирать исходя из смысла решаемой задачи, определяющего требования к форме СДН.



Рис. 4. Функции синтезированной диаграммы направленности при различных значениях n: a - n = 3, b - n = 5, c - n = 7Fig. 4. Functions of synthesized antenna pattern for different values of n: a - n = 3, b - n = 5, c - n = 7

#### Таблица 2. Величины снижения отношения сигнал/шум δ и значения амплитуд боковых лепестков φ при различном числе диаграмм направленности *n* в случае равномерного распределения углов α<sub>i</sub> в диапазоне ±0,3

T a b l e 2. The values of the decrease of the signal-to-noise ratio  $\delta$  and the side-lobe amplitudes  $\phi$  for a different number of antenna patterns *n* in the case of uniform distribution of angles  $\alpha_i$  in range ±0.3

Число диаграмм направленности <i>п</i>	Значения углов α <sub>i</sub>	Снижение отношения сигнал/шум б	Амплитуда боковых лепестков ф
3	-0,15; 0; 0,15	6,14	-0,4
5	-0,2; -0,1; 0;0,1; 0,2	3,11	-0,47
7	-0,225; -0,15; -0,075; 0; 0,075; 0,15; 0,225	1,87	-0,6

Таблица 3. Величины снижения отношения сигнал/шум δ и значения амплитуд боковых лепестков φ при различном числе диаграмм направленности *n* в случае распределения углов α<sub>i</sub> в диапазонах от -0,2 до -0,5 и от 0,2 до 0,5

T a b 1 e 3. The values of the decrease of the signal-to-noise ratio  $\delta$  and the side-lobe amplitudes  $\phi$  for a different number of antenna patterns *n* in the case of distribution of angles  $\alpha_i$  in ranges from -0.2 to -0.5 and from 0.2 to 0.5

Число диаграмм направленности <i>п</i>	Значения углов α <sub>i</sub>	Снижение отношения сигнал/шум б	Амплитуда боковых лепестков ф
3	-0,35; 0; 0,35	2,12	-0,64
5	-0,4; -0,4; 0;0,3; 0,4	2,01	-0,9
7	-0,425; -0,35; -0,275; 0; 0,275; 0,35; 0,475	2,0	-0,85

Заключение. Предложенный метод и полученные на его основе алгоритмы позволяют синтезировать диаграммы направленности антенн с заданной шириной в РЛС с линейным сканированием луча и амплитудной обработкой сигналов. Это достигается путем многоканальной обработки сигналов с последовательным их измерением в процессе сканирования. Сигналы на выходе каналов взвешиваются посредством весовых коэффициентов и затем суммируются, образуя синтезированную диаграмму направленности. Метод синтеза основан на оптимальном выборе весовых коэффициентов по критерию минимума дисперсии шумов на выходе при заданной ширине диаграммы направленности. Решение поставленной задачи приводит к уменьшению отношения сигнала к шумам и росту амплитуд боковых лепестков диаграммы направленности. Возможности метода показаны на модельных примерах синтеза диаграмм направленности при различном числе каналов измерений. Дальнейшие исследования можно вести в направлениях решения задач автокомпенсации внешних помех, действующих по боковым лепесткам.

#### Список использованных источников

1. Справочник по радиолокации: в 2 кн. / под ред. М. И. Сколника. – М.: Техносфера, 2014. – Кн. 1. – 672 с.

2. Монзинго, Р.А. Адаптивные антенные решетки / Р.А. Монзинго, Т.У. Миллер. – М.: Радио и связь, 1986. –

448 c.

3. Адаптивные фильтры / под ред. К.Ф. Н. Коуэна, П.М. Гранта. – М.: Мир, 1988. – 392 с.

4. Фомин, В.Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация / В.Н. Фомин. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

# References

- 1. Skolnik M. I. (ed.). Radar Handbook. N. Y., McGraw-Hill, 1970. 1328 p.
- 2. Monzingo R. A., Haupt R., Miller T. W. Introduction to Adaptive Arrays. N. Y., Wiley, 1980. 543 p.

3. Kowan C. F. N., Grant P. M. (eds.). Adaptive Filters. Prentice-Hall, Inc., 1985. 308 p.

4. Fomin V. N. Recurrent Estimation and Adaptive Filtering. Moscow, Nauka Publ., 1984. 288 p. (in Russian).

### Информация об авторах

Артемьев Валентин Михайлович – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by

Наумов Александр Олегович – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией радиотомографии, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: naumov@iaph.basnet.by

Кохан Леонид Леонидович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kokhanll@iaph.bas-net.by

## Information about the authors

Valentin M. Artemiev – Corresponding Members of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, Chief Researcher, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by

Alexander O. Naumov – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of Laboratory, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: naumov@iaph.bas-net.by

Leonid L. Kokhan – Ph. D. (Engineering), Senior Researcher, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kokhanll@ iaph.bas-net.by