

УДК 534.535

Г. В. КУЛАК¹, Г. В. КРОХ¹, П. И. РОПОТ², О. В. ШАКИН³

**КОЛЛИНЕАРНОЕ АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
 БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ДВУОСНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

¹Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина, Мозырь, Беларусь,
 e-mail: g.kulak57@mail.ru

²Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
 e-mail: p.ropot@dragon.bas-net.by

³Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия,
 e-mail: oshakin@mail.ru

Рассмотрено коллинеарное акустооптическое преобразование бесселевых световых пучков в два кольцевых пучка внутренней конической рефракции. С использованием метода преобразования Фурье найдены выражения для потоков мощности дифрагированных кольцевых пучков внутренней конической рефракции в замкнутой форме. Для кристалла бифталата калия произведен расчет зависимости эффективности дифракции от интенсивности ультразвука и длины взаимодействия. На основе данного взаимодействия предложено создание коллинеарных перестраиваемых АО фильтров с узкой шириной полосы пропускания, достигающей 0,1 Å.

Ключевые слова: коллинеарное акустооптическое взаимодействие, бесселевы световые пучки, внутренняя коническая рефракция, двuosный кристалл, эффективность дифракции.

G. V. KULAK¹, G. V. KROKH¹, P. I. ROPOT², O. V. SHAKIN³

COLLINEAR ACOUSTO-OPTIC INTERACTION OF BESSEL LIGHT BEAMS IN BIAxIAL CRYSTALS

¹Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, Mozyr, Belarus,
 e-mail: g.kulak57@mail.ru

²B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
 e-mail: p.ropot@dragon.bas-net.by

³State University of Aerospace Instrumentation, Saint-Petersburg, Russia, e-mail: oshakin@mail.ru

The collinear acousto-optic transformation of Bessel light beams into two ring beams of internal conical refraction has been considered. Using the Fourier transformation method, the expressions for power flows of ring diffracted beams of internal conical refraction are found in closed form. For a potassium biftalate crystal, the dependence of the diffraction efficiency on the ultrasound intensity and interaction durability is calculated. Based on this interaction, the creation of collinear convertible AO filters with a narrow width of a transmission band of about 0.1 is proposed.

Keywords: collinear acousto-optic interaction, Bessel light beams, internal conical refraction, biaxial crystal, diffraction efficiency.

Введение. Эффективное коллинеарное акустооптическое (АО) преобразование бесселевых световых пучков (БСП) вблизи оптической оси одноосного кристалла исследовано в работе [1]. Известно [2], что сечения поверхностей волновых векторов двuosного негиротропного кристалла плоскостью X_1X_3 представляют собой окружность с радиусом $k_0\sqrt{\epsilon_{22}}$ для световой волны, поляризованной перпендикулярно плоскости (010), и эллипс с полуосями $k_0\sqrt{\epsilon_{33}}$ и $k_0\sqrt{\epsilon_{11}}$ для света, поляризованного в главной плоскости кристалла (здесь $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 – длина световой волны в вакууме, ϵ_{11} , ϵ_{22} , ϵ_{33} – главные диэлектрические проницаемости кристалла). При распространении ограниченных световых пучков вдоль бинормали в двuosных кристаллах наблюдается внутренняя коническая рефракция [3–7]. Пространственное распределение световых пучков в кольце конической рефракции определяется отношением радиуса основания конуса кониче-

ской рефракции ρ_0 к радиусу падающего светового пучка w . В работе [5] приведены выражения, описывающие распределение световых полей в кольце внутренней конической рефракции. Показано, что при условии $\bar{\rho}_0 = \rho_0 / w \geq 2\sqrt{2}$ для прошедшего светового пучка отчетливо наблюдается два светлых кольца. Особенности распространения световых пучков и импульсов в окрестности оптических осей одноосных и двуосных кристаллов (включая гиротропные), связанные со сложной формой волновых поверхностей кристаллов вблизи бинормалей, исследованы в [6, 7]. Особенности преобразования гауссовых световых пучков в БСП различных порядков в двуосных гиротропных кристаллах при слабом АО взаимодействии исследованы в работе [8]. В [9] показано, что учет гиротропии при объяснении явления внутренней конической рефракции можно произвести, вводя в рассмотрение вместо собственных векторов линейной поляризации собственные векторы эллиптической поляризации. При этом эллиптичность собственных волн вблизи бинормали определяется гиротропией кристалла, линейной анизотропией и углом отклонения от бинормали плосковолновых компонент кольцевого пучка.

В настоящей работе рассмотрен режим коллинеарного АО взаимодействия бesselовых световых пучков в условиях внутренней конической рефракции. Такой режим перспективен для создания перестраиваемых коллинеарных АО фильтров на основе БСП. Произведен учет сложного пространственного распределения поляризации света в кольцевых пучках при таком взаимодействии. При этом особое внимание уделяется изучению особенностей коллинеарного АО взаимодействия БСП в двуосных негиротропных кристаллах в условиях внутренней конической рефракции при их преобразовании из нулевого дифракционного порядка в первый.

Теоретические результаты и их обсуждение. Предполагается, что БСП, распространяющийся вдоль бинормали N двуосного кристалла, формирует световые пучки с конической структурой пространственного спектра, дифрагирующие на ультразвуковой (продольной или сдвиговой) волне. В случае негиротропного кристалла азимутально однородное распределение интенсивности кольцевых пучков достигается для циркулярно поляризованных БСП [9]. Амплитудное распределение и поляризация БСП рассматриваются в цилиндрической системе координат ρ, φ, z с осью симметрии, направленной вдоль бинормали ($N \parallel OZ$), причем азимутальный угол φ отсчитывается от оси OX (рис. 1).

Ультразвуковой (УЗ) пучок с круговой частотой Ω и волновым вектором \mathbf{K} также распространяется вдоль бинормали N и индуцирует периодическую в пространстве и времени решетку диэлектрической проницаемости: $\hat{\epsilon}(\mathbf{r}, t) = \hat{\epsilon}^0 + \Delta \hat{\epsilon} \cos(\mathbf{K}\mathbf{r} - \Omega t)$, где $\hat{\epsilon}^0$ – тензор диэлектрической проницаемости невозмущенного кристалла, $\Delta \hat{\epsilon}_{ik} = -\hat{\epsilon}_{il}^0 \hat{\epsilon}_{jk}^0 \hat{p}_{ljmn} \hat{U}_{mn}$, \hat{p}_{ljmn} – компоненты тензора фотоупругих постоянных, \hat{U}_{mn} – компоненты тензора деформаций.

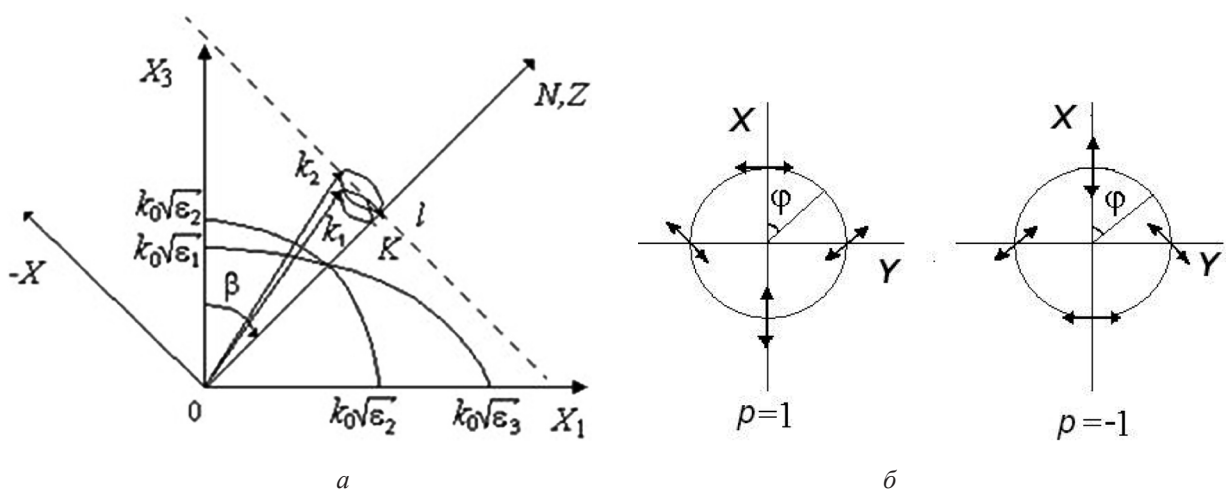


Рис. 1. Геометрия АО взаимодействия в окрестности оптической оси двуосного кристалла (а) и поляризация ортогонально-поляризованных кольцевых пучков (б): N – бинормаль; $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ и \mathbf{K} – волновые векторы преломленной, дифрагированной волн и ультразвука соответственно; $k_0 = 2\pi / \lambda_0$; $X_1 X_3$ – плоскость главного сечения кристалла

В области, занятой ультразвуком, напряженность \mathbf{E} и индукция \mathbf{D} светового поля удовлетворяют волновому уравнению, следующему из уравнений Максвелла:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla(\nabla \mathbf{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где c – скорость света в вакууме, $\mathbf{E} = \hat{\varepsilon}^{-1} \mathbf{D}$.

Положим, что падающий световой пучок на границе $z = 0$ области АО взаимодействия имеет бесселево распределение амплитуды для компоненты поля с правой циркулярной поляризацией $\mathbf{D}(\rho, z = 0) = \mathbf{e}_+ D_i J_0(k\gamma_0 \rho)$, где D_i – амплитуда падающего БСП, $J_0(k\gamma\rho)$ – функция Бесселя нулевого порядка, $k = 2\pi n / \lambda_0$, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, γ_0 – угол конусности БСП, \mathbf{e}_+ – единичный вектор правой циркулярной поляризации.

В квадратичном приближении с учетом малого угла отклонения от бинормали плосковолновых компонент кольцевых пучков волновые векторы $\mathbf{k}_{1,2}$ и векторы поляризации \mathbf{e}^\pm двух собственных мод можно представить в следующем виде [6, 10]:

$$\mathbf{k}_{1,2} = k_x \mathbf{e}_1 + k_y \mathbf{e}_2 + (k - \gamma k_x + p\gamma k_\perp - k_\perp^2 / 2k) \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{e}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_+ \mp e^{i\varphi} \mathbf{e}_-), \quad (2)$$

где $\cos \varphi = k_x / k_\perp$, $\sin \varphi = k_y / k_\perp$; $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ – единичные векторы, направленные вдоль осей X, Y, Z соответственно; $\gamma = \arctg \left[\sqrt{(\varepsilon_3^{-1} - \varepsilon_2^{-1})(\varepsilon_2^{-1} - \varepsilon_1^{-1})} / 2n^2 \right]$, $k_\perp = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$; k_x, k_y – проекции волнового вектора на оси $\mathbf{e}_1 \parallel X, \mathbf{e}_2 \parallel Y$; n – показатель преломления кристалла в направлении бинормали; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – главные диэлектрические проницаемости; $p = \pm 1$. Сечение поверхностей волновых векторов плоскостью $X_1 X_3$ двусосного негиротропного кристалла показано на рис. 1, а. В окрестности бинормали оно представляет собой два соосных конуса. «Быстрый» и «медленный» кольцевые пучки внутренней конической рефракции эффективно взаимодействуют в области УЗ-возмущения при выполнении условий пространственного и временного синхронизма: $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{K}$, $\omega_d = \omega + \Omega$ (ω и ω_d – циклическая частота падающей и дифрагированной световых волн). Частота $f = \Omega / 2\pi$, при которой происходит эффективное АО преобразование кольцевых пучков, определяется параметром γ , распространяющегося в кристалле БСП, причем $f = 2\gamma^2 n\nu / \lambda_0$ (ν – фазовая скорость УЗ-волны).

В соответствии с методом медленно изменяющихся амплитуд и с учетом геометрии АО взаимодействия, решение волнового уравнения (см. [8, 10]) для определения фурье-компонент дифрагированных пучков следует искать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{D} = & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{e}_\tau^+ U_t^+(k_x, k_y, z) \exp[i(k_2 r - \omega t)] dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{e}_\tau^- U_t^-(k_x, k_y, z) \exp[i(k_1 r - \omega t)] dk_x dk_y + \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{e}_\tau^+ U_d^+(k_x, k_y, z) \exp[i(k_2 r - \omega_d t)] dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{e}_\tau^- U_d^-(k_x, k_y, z) \exp[i(k_1 r - \omega_d t)] dk_x dk_y, \quad (3) \end{aligned}$$

где $U_{t,d}^\pm$ – фурье-спектры прошедшего (t) и дифрагированного (d) световых пучков.

Предположим, что распределение амплитуды в поперечном сечении УЗ-пучка имеет гауссов профиль. При этом вектор смещений УЗ-волны определяется в соответствии с выражением $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 \exp[(-\rho^2 / 2w_a^2) + i(Kr - \Omega t)]$, где \mathbf{U}_0 – амплитуда смещений, w_a – радиус поперечного сечения УЗ-пучка. При малой расходимости УЗ-пучка (когда $\theta_a \leq \gamma$) эффективно дифрагируют лишь те компоненты светового пучка, для которых выполняются условия фазового синхронизма. При этом происходит преобразование светового пучка с правой циркулярной поляризацией в левую и наоборот. Положив, что исходно на кристалл падает световой пучок с правой циркулярной поляризацией ($\mathbf{D}(\rho, z = 0) = \mathbf{e}_+ D_i J_0(k\gamma_0 \rho)$), для упрощения записи опустим в амплитудах индек-

сы \pm , т. е. $U_t^+ \equiv U_t, U_d^- \equiv U_d$. При расходимости УЗ-волны $\theta_a > \gamma$ могут наблюдаться значительные искажения кольцевой структуры световых пучков вследствие других АО процессов, не связанных с АО преобразованием кольцевых пучков. При этом в (3) и системе уравнении связанных волн следует рассматривать все четыре комплексные амплитуды ($U_{t,d}^\pm$) с соответствующей расстройкой [10].

Подставляя выражение (3) в волновое уравнение (1) и используя приближения [11]

$$(\varepsilon_{ij} - \bar{\varepsilon}), \Delta\varepsilon_{ij} \ll \bar{\varepsilon}, \quad \left| \frac{dD_m}{dz} \right| (\varepsilon_{ij} - \bar{\varepsilon}) \approx 0, \quad (k^2 \gamma^2 l / (k_{\pm z})) \ll 1, \quad \theta_a \leq \gamma,$$

(здесь $\bar{\varepsilon} = Sp\hat{\varepsilon} / 3$, $m = x, y, z$; l – длина области АО взаимодействия), получим систему уравнений для фурье-спектров U_p, U_d дифрагированных пучков [12]:

$$\begin{aligned} \frac{dU_t}{dz} &= \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{2ik_1} \right) U_t - i\chi_- \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_d(k_x - K_x, k_y - K_y) U_a(K_x, K_y) dK_x dK_y, \\ \frac{dU_d}{dz} &= \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{2ik_2} \right) U_d + i\chi_+ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_t(k_x + K_x, k_y + K_y) U_a(K_x, K_y) dK_x dK_y, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\chi_{\mp} = \frac{\pi n^3 p_{\text{эф}} \sin \varphi \sqrt{2I_a / \sigma v^3}}{2\lambda_0 (1 - \gamma k_{\perp} \cos \varphi / k + p\gamma k_{\perp} / k - k_{\perp}^2 / 2k)},$$

$U_a(K_x, K_y)$ – фурье-спектр УЗ-пучка, I_a – интенсивность ультразвука, K_x, K_y – проекции волнового вектора УЗ-волны на соответствующие оси, σ – плотность кристалла; $p_{\text{эф}}$ – эффективная фотоупругая постоянная кристалла.

Решение системы уравнений связанных волн находим с привлечением граничных условий

$$\begin{aligned} U_t(z=0) &= D_i F(k_{\perp}, \varphi), \\ U_d(z=0) &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$F(k_{\perp}, \varphi) = \frac{k_{\perp} (\cos \varphi \sqrt{k_{\perp}^2 \cos^2 \varphi - k^2 \gamma_0^2} + \sin \varphi \sqrt{k_{\perp}^2 \sin^2 \varphi - k^2 \gamma_0^2})}{(k^2 \gamma_0^2 - k_{\perp}^2) \sqrt{(k_{\perp}^2 \cos^2 \varphi - k^2 \gamma_0^2)(k_{\perp}^2 \sin^2 \varphi - k^2 \gamma_0^2)}}.$$

При записи выражения (5) учитывался фурье-спектр падающего бесселевого светового пучка [13].

Окончательно потоки мощностей дифрагированных волн P_t и P_d находим в виде

$$\begin{aligned} P_t &= P_0 D_i^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \cos^2(z\sqrt{\chi_+ \chi_-}) F^2(k_{\perp}, \varphi) k_{\perp} d\varphi dk_{\perp}, \\ P_d &= P_0 D_i^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \sin^2(z\sqrt{\chi_+ \chi_-}) F^2(k_{\perp}, \varphi) k_{\perp} d\varphi dk_{\perp}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $P_0 = c / 8(\bar{\varepsilon})^{3/2}$. При этом эффективность АО взаимодействия находится из соотношения $\eta = P_d(z=l) / P_t(z=0)$.

Численные расчеты были сделаны для кристалла бифталата калия (БФК). На рис. 2 представлены зависимости эффективности дифракции η от интенсивности продольной УЗ-волны I_a , рассчитанные при разных значениях длины l области АО взаимодействия. Из рис. 2 следует, что при увеличении интенсивности УЗ-волны дифракционная эффективность достигает максимального значения, близкого к 67 % при малых интенсивностях ультразвука $\sim 0,001$ Вт/см². Достижение

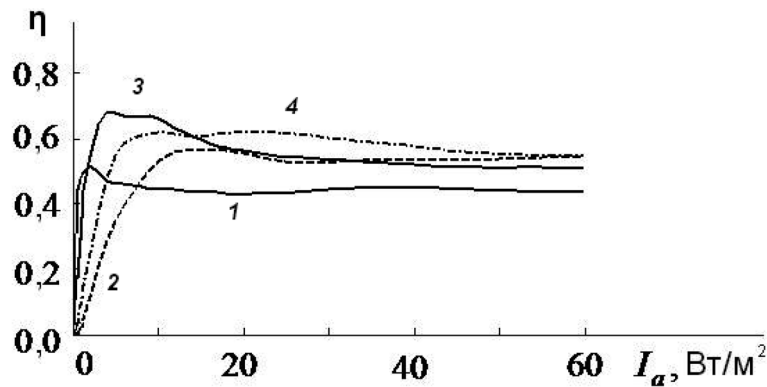


Рис. 2. Зависимость эффективности дифракции η от интенсивности УЗ-волны I_a при различных длинах АО взаимодействия l : 1 – 2 мм; 2 – 4 мм; 3 – 6 мм; 4 – 8 мм ($\gamma = 0,01$ рад, $\gamma_0 = 0,03$ рад, $f = 1,71$ МГц, $\lambda_0 = 0,6328$ мкм, $n = 1,603$, $p_{эф} = 0,226$, кристалл БФК)

высокой эффективности дифракции при столь малой интенсивности ультразвука объясняется кольцевой структурой бесселевого светового пучка, преобразующегося в кольцевые же пучки внутренней конической рефракции. Для гауссовых световых пучков такой эффект достигается при значительно больших интенсивностях ультразвука [10]. Увеличение длины АО взаимодействия приводит к значительному изменению эффективности дифракции лишь при малых интенсивностях ультразвука. При этом кольцевые пучки внутренней конической рефракции имеют существенно отличающуюся интенсивность света. При больших интенсивностях ультразвука $\sim 0,1$ Вт/см² эффективность дифракции достигает $\sim 50\%$ и практически не изменяется при увеличении УЗ-интенсивности и длины АО взаимодействия. Данная особенность АО дифракции объясняется эффективным преобразованием БСП в два кольцевых пучка внутренней конической рефракции, достигающих примерно одинаковой интенсивности света.

При коллинеарной АО фильтрации БСП в условиях внутренней конической рефракции, при геометрии взаимодействия, представленной на рис. 1, ширина полосы пропускания устройства определяется дисперсией двулучепреломления кристалла и находится из соотношения $\Delta\lambda = 0,8\lambda / (\partial\Delta n / \partial\lambda)$. Для кристалла БФК ширина полосы пропускания АО фильтра на длине волны $\lambda_0 = 0,6328$ мкм составляет $0,1\text{--}1,0$ Å. При малой длине АО взаимодействия, когда $l \approx 6$ мм, в кристаллах БФК реализуется узкополосное преобразование бесселевых световых пучков с малым значением ширины полосы пропускания.

Заключение. Рассмотрено коллинеарное акустооптическое преобразование бесселевых световых пучков в условиях внутренней конической рефракции. Установлено, что в двуосных негиротропных кристаллах в условиях внутренней конической рефракции возможно эффективное низкочастотное коллинеарное АО преобразование бесселевых световых пучков нулевого порядка. Для кристалла бифталата калия произведен численный расчет зависимости эффективности дифракции от интенсивности ультразвука и длины взаимодействия. Показано, что эффективность дифракции в этом случае остается неизменной в широком диапазоне изменений интенсивности УЗ-волны и длины АО взаимодействия. При этом для малых длин АО взаимодействия достигается узкополосное преобразование световых бесселевых пучков. На основе таких преобразований предложено создание коллинеарных перестраиваемых АО фильтров с узкой шириной полосы пропускания, достигающей $0,1$ Å.

Список использованной литературы

1. Generation of TH- and TE – polarized Bessel light beams at acoustooptic interaction in anisotropic crystals / V. N. Belyi [et al.] // Opt. Commun. – 2014. – Vol. 325. – P. 84–91.
2. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив. – М.: Мир, 1987.
3. Бельский, А. М. Внутренняя коническая рефракция на границе светового пучка в двуосных кристаллах / А. М. Бельский, А. П. Хапалюк // Оптика и спектроскопия. – 1978. – Т. 44, № 4. – С. 746–751.
4. Fève, J. P. Experimental study of internal and external conical refractions in KTP / J. P. Fève, B. Boulanger, G. Marnier // Opt. Commun. – 1994. – Vol. 105, N 3/4. – P. 243–252.

5. Бельский, А. М. Внутренняя коническая рефракция когерентных световых пучков / А. М. Бельский, М. А. Степанов // Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. физика. – 1999. – № 1. – С. 3–7.
6. Хаткевич, А. Г. Внутренняя коническая рефракция световых пучков / А. Г. Хаткевич // Оптика и спектроскопия. – 1979. – Т. 46, № 3. – С. 505–510.
7. Хаткевич, А. Г. Коническая рефракция и преобразование излучения вблизи оптических осей / А. Г. Хаткевич // Журн. прикладной спектроскопии. – 1996. – Т. 63, № 6. – С. 1017–1025.
8. Kulak, G. V. Transformation of Gaussian light beam into Bessel one for control systems / G. V. Kulak, A. E. Anisimova, P. I. Ropot // Optical Techniques and Nanotools for Material and Life Sciences: Intern. Conf., Minsk, June, 18, 2010. – Minsk, 2010. – P. 104–109.
9. Schell, A. J. Laser studies of internal conical diffraction. II. Intensity patterns in an optically active crystal, α -iodic acid / A. J. Schell, N. Blombergen // J. Opt. Soc. Am. – 1978. – Vol. 68, N 8. – P. 1093–1098.
10. Кулак, Г. В. Акустооптическое взаимодействие световых пучков в условиях внутренней конической рефракции / Г. В. Кулак // Оптика и спектроскопия. – 2001. – Т. 90, № 3. – С. 464–467.
11. Vachss, F. Holographic beam coupling in anisotropic photorefractive media / F. Vachss, I. Hesselink // J. Opt. Soc. Am. – 1987. – Vol. 4, N 2. – P. 325–339.
12. Парыгин, В. Н. Коллинеарная дифракция гауссова пучка на акустическом цуге / В. Н. Парыгин, А. В. Вершубский, Ю. Г. Резвов // Оптика и спектроскопия. – 1998. – Т. 84, № 6. – С. 1005–1011.
13. Прудников, А. П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. – М.: Наука, 1983.

Поступила в редакцию 23.07.2015