# ВЕСЦІ НАЦЫЯНАЛЬНАЙ АКАДЭМІІ НАВУК БЕЛАРУСІ № 1 2014 СЕРЫЯ ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ НАВУК

УДК 539.12

### А. Ю. МАНЬКО, И. С. САЦУНКЕВИЧ, Р. Г. ШУЛЯКОВСКИЙ

# МОНТЕ-КАРЛО ГЕНЕРАТОР НЕРСотр ДЛЯ ДВУХФОТОННОГО РОЖДЕНИЯ ЛЕПТОННЫХ ПАР В АДРОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

Институт физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси

(Поступила в редакцию 13.09.2013)

**Введение.** В работе использован созданный на языке C++ Монте-Карло генератор НЕРСотр для рассмотрения процесса двухфотонного рождения лептонных пар в адронных столкновениях [1–6]. Его можно также использовать для описания процесса рождения суперсимметричных скалярных лептонных (слептонных) пар. Необходимость создания таких генераторов событий объясняется тем, что двухфотонный механизм рождения лептонов можно использовать для альтернативной калибровки светимости коллайдера, поиска эффектов «новой физики» и для изучения лептонов. Такой механизм рождения можно исследовать на ускорителях с высокой точностью из-за малости фоновых процессов [7–9]. Процессы с двухфотонным механизмом рождения пары имеют полное сечение порядка  $\alpha^4$  ( $\alpha \approx 1/137$  – постоянная тонкой структуры), тогда как «однофотонный механизм» (процесс Дрелла – Яна) приводит к  $\sigma \sim \alpha^2$ . Однако при высоких энергиях ( $\sqrt{s} \gg 1$  ГэВ) соответствующее сечение порцесса Дрелла – Яна уменьшается как 1/*s*, в то время как двухфотонный механизм приводит к большому логарифмическому росту. Таким образом, двухфотонный механизм может считаться основным каналом рождения лептонных пар при энергиях БАК в определенных кинематических областях.

Кинематика процесса. Процесс рождения лептонных пар в адронных столкновениях с помощью двухфотонного механизма (рис. 1) изучается в данной работе в упругом канале в приближении Вайцзеккера – Вильямса [10–12]. В этом случае начальные адроны не разрушаются. Исследуются случаи протон-протонных и протон-антипротонных столкновений с рождением электрон-позитронных и мюон-антимюонных пар.



Рис. 1. Диаграммы исследуемых процессов: *P*<sub>1</sub>, *P*<sub>2</sub> (*P'*<sub>1</sub>, *P'*<sub>2</sub>) – 4-импульсы начальных (конечных) адронов; *p*<sub>1</sub> и *p*<sub>2</sub> – 4-импульсы виртуальных фотонов; *k*<sub>1</sub> и *k*<sub>2</sub> – 4-импульсы лептонной пары

В данной работе используется следующая параметризация для 4-импульсов виртуальных фотонов и лептонов конечного состояния [13–14]:

$$p_1 = \left(x_1 \frac{\sqrt{S}}{2}, 0, 0, x_1 \frac{\sqrt{S}}{2}\right); \tag{1}$$

108

$$p_2 = \left(x_2 \frac{\sqrt{S}}{2}, 0, 0, -x_2 \frac{\sqrt{S}}{2}\right); \tag{2}$$

$$k_{1} = \left(\sqrt{\vec{k}_{1}^{2} + m^{2}}, \left|\vec{k}_{1}\right| \sin \theta_{1} \cos \varphi_{1}, \left|\vec{k}_{1}\right| \sin \theta_{1} \sin \varphi_{1}, \left|\vec{k}_{1}\right| \cos \theta_{1}\right);$$
(3)

$$k_{2} = \left(\sqrt{\vec{k}_{2}^{2} + m^{2}}, \left|\vec{k}_{2}\right|\sin\theta_{2}\cos\phi_{2}, \left|\vec{k}_{2}\right|\sin\theta_{2}\sin\phi_{2}, \left|\vec{k}_{2}\right|\cos\theta_{2}\right).$$
(4)

Здесь  $S = (P_1 + P_2)^2$ ;  $x_1$  и  $x_2$  – доли импульсов начальных адронов, уносимые виртуальными фотонами;  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  ( $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ) – полярные (азимутальные) углы векторов трехмерных импульсов конечных лептонов. В вычислениях мы полагаем, что направления векторов виртуальных фотонов и соответствующих начальных адронов совпадают. Это оправдано для больших энергий и лобовых столкновений адронов, что практически выполняется для экспериментов на ускорителях LHC и Тэватрон. Для моделирования полных и дифференциальных сечений используются следующие инварианты:  $p_1^2 = p_2^2 = 0$ ,  $k_1^2 = k_2^2 = m^2$ ,  $p_1 \cdot p_2 = k_1 \cdot k_2 + m^2$ ,  $p_1 \cdot k_2 = p_2 \cdot k_1$ ,  $p_2 \cdot k_2 = p_1 \cdot k_1$ ,  $k_1 \cdot k_2 = p_2 \cdot k_1 - m^2 + p_1 \cdot k_1$ , где m – масса лептона (электрона или мюона).

**Фотон-лептонный подпроцесс.** Полные сечения подпроцессов  $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$  имеют вид  $\sigma_{ll}(s) = I_2 / F$ , где  $F = \sqrt{\lambda(s,0,0)}$  определяет поток начальных частиц,  $I_2(s) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \int d\Omega_1 |\vec{k}| |M|^2$ ,  $|\vec{k}| = |\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = \frac{1}{2}\sqrt{s^{-1}\lambda(s,m^2,m^2)}$ ,  $\lambda$  – кинематическая функция,  $d\Omega_1 = d\cos\theta_1 d\phi_1$ ,  $s = (k_1 + k_2)^2 = (p_1 + p_2)^2 = x_1x_2S$  – квадрат инвариантной массы лептон-антилептонной пары, M – матричный элемент подпроцесса. Квадрат модуля матричного элемента был получен стандартным способом с помощью пакетов FeynCalc8.0.3 и FeynArts3.4 для программы Mathematica:

$$\left|M\right|^{2} = -\frac{2e^{4}m^{4}(k_{1} \cdot p_{1} + k_{1} \cdot p_{2})^{2}}{(k_{1} \cdot p_{1})^{2}(k_{1} \cdot p_{2})^{2}} + \frac{2e^{4}m^{2}(k_{1} \cdot p_{1} + k_{1} \cdot p_{2})}{(k_{1} \cdot p_{1})(k_{1} \cdot p_{2})} + \frac{2e^{4}((k_{1} \cdot p_{1})^{2} + (k_{1} \cdot p_{2})^{2})}{(k_{1} \cdot p_{1})(k_{1} \cdot p_{2})}.$$
 (5)

**Полные и дифференциальные сечения лептонных пар в адронных столкновениях.** Распределение плотности фотонов в приближении Вайцзеккера – Вильямса задается выражением [12]

$$q(x) = \frac{a}{\pi x} \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \left( \varphi \left( \frac{q_{\text{max}}^2}{q_0^2} \right) - \varphi \left( \frac{q_{\text{min}}^2}{q_0^2} \right) \right), \tag{6}$$

функция ф имеет вид:

$$\varphi(\xi) = \left(1 + ay\right) \left(\sum_{k=1}^{3} \frac{1}{k(1+x)^{k}} - \ln(1+\xi^{-1})\right) - \frac{(1-b)y}{4\xi(1+\xi)^{3}} + c\left(1 + \frac{y}{4}\right) \left(\ln\left(\frac{1+\xi-b}{1+\xi}\right) + \sum_{k=1}^{3} \frac{b^{k}}{k(1+\xi)^{k}}\right), \quad (7)$$

где a = 7,16, b = -3,96, c = 0,028,  $q_0^2 = 0,71$  ГэВ<sup>2</sup>,  $q_{max}^2 = s$ ,  $q_{min}^2 = \frac{m_p^2 x^2}{1-x}$ ,  $y = \frac{x^2}{1-x}$ ,  $m_p$  – масса адрона. Полное сечение процесса (см. рис. 1) дается формулой:

$$\sigma_2(S) = \int_{x_1 \min}^{x_1 \max} dx_1 \int_{\frac{x_2 \min}{x_1}}^{x_2 \max} dx_2 \gamma(x_1) \gamma(x_2) \sigma_{ll}(s), \tag{8}$$

где  $x_{1\max} = x_{2\max} = 1$ ,  $x_{1\min} = x_{2\min} = 4m_p^2 / S$ .

**Ограничения.** В работе для построения полных и дифференциальных сечений рассматриваемых процессов для Тэватрона и БАК на минимальные значения поперечной энергии  $E_{T \min}$ и импульса  $k_{T \min}$ , максимальное значение модуля псевдобыстроты  $|\eta_{\max}|$  конечных лептонов, а также на минимальное значение инвариантной массы лептон-антилептонной пары  $m_{ll}(m_{ll}^2 = s^2)$ накладываются ограничения. Их численные значения приведены в табл. 1.

109

Ускоритель	<i>Е<sub>тт</sub></i> , ГэВ	$ \eta_{max} $	<i>m<sub>ll</sub></i> , ГэВ	$k_{T\min}$ , ГэВ
Тэватрон ( $pp \rightarrow p\overline{p}e^+e^-$ )	5,0	2,0	_	_
БАК $(pp \rightarrow ppe^+e^-)$	5,0	2,5	11,5	-
БАК ( $pp \rightarrow pp\mu^+\mu^-$ )	_	2,5	11,5	4,0

**Результаты вычисления сечений методом Монте-Карло.** Полные сечения для укорительных комплексов Тэватрон и БАК моделировались методом Монте-Карло [15–16] на генераторе НЕРСотр, написанном на языке программирования С++. Результаты моделирования полного сечения с учетом ограничений для данных ускорительных комплексов представлены в табл. 2. Из нее следует, что созданный Монте-Карло генератор НЕРСотр для полного сечения рождения лептонной пары хорошо работает для описания процессов в *pp*-процессе на Тэватроне и позволяет считать, что полные сечения *pp*-процесса на БАК оценены также достоверно. Они примерно в 3 раза превышают сечение, полученное для Тэватрона.

Таблица 2. Полные сечения для ускорителей Тэватрон и БАК

Ускоритель	$\sqrt{s}$ , ГэВ	$\sigma(pp \rightarrow ppe^+e^-)$ , pb	$\sigma(pp \rightarrow pp\mu^+\mu^-)$ , pb	$\sigma_{exp}(pp \rightarrow ppe^+e^-)$ , pb
Тэватрон	1,96	$1,\!614 \pm 0,\!008$	_	$1,6^{+0,5}_{-0,3}\pm0,3$
БАК	7,0	$4,643 \pm 0,065$	$5,56 \pm 0,07$	_
БАК	8,0	$5,05 \pm 0,08$	$5,9 \pm 0,1$	_
БАК	14,0	$6,33 \pm 0,17$	$6,97 \pm 0,21$	_

Дифференциальные сечения процессов (см. рис. 1) в зависимости от инвариантной массы пары лептонов, поперечного импульса лептона и псевдобыстроты лептона для соответствующих энергий были рассчитаны численно и представлены на графиках (рис. 2–8). Все дифференциальные сечения правильно выявляют ожидаемое поведение для двухфотонного механизма, обнаруженное в предыдущих работах (напр., [7–9]).



Рис. 2. Дифференциальное сечение в зависимости от инвариантной массы электрон-позитронной пары (*a*) и поперечного импульса электрона (*б*) для Тэватрона



Рис. 3. Дифференциальное сечение в зависимости от псевдобыстроты электрона для Тэватрона



Рис. 4. Дифференциальное сечение в зависимости от инвариантной массы электрон-позитронной пары (*a*) и поперечного импульса электрона (б) для БАК (здесь и далее: верхняя линия – при 14 ТэВ, средняя – при 8 ТэВ, нижняя – при 7 ТэВ)



Рис. 5. Дифференциальное сечение в зависимости от инвариантной массы мюон-антимюонной пары (*a*) и поперечного импульса мюона (*б*) для БАК



Рис. 6. Дифференциальное сечение в зависимости от псевдобыстроты электрона (*a*) и мюона (*б*) для БАК при энергии сталкивающихся протонов 7 ТэВ



Рис. 7. Дифференциальное сечение в зависимости от псевдобыстроты электрона (*a*) и мюона (*б*) для БАК при энергии сталкивающихся протонов 8 ТэВ



Рис. 8. Дифференциальное сечение в зависимости от псевдобыстроты электрона (*a*) и мюона (б) для БАК при энергии сталкивающихся протонов 14 ТэВ

Заключение. В работе использован созданный на языке C++ Монте-Карло генератор НЕРСотр для рассмотрения процесса двухфотонного рождения лептонных пар в адронных столкновениях. Получены полные и дифференциальные сечения для двухфотонного рождения лептонных пар для энергий Теватрона; результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Предсказаны полные и дифференциальные сечения для соответствующих процессов на БАК; экспериментальные данные в настоящее время отсутствуют.

Генератор НЕРСотр можно использовать для оценки рождения новых лептонов самого разного происхождения. С небольшими модификациями его также можно применить для изучения рождения лептонных пар через двухфотонный механизм на будущем лептонном ускорителе ILC, а также можно использовать для создания Монте-Карло генератора для двухфотонного рождения суперсимметричных слептонных пар.

# Литература

- 1. Буднев В. М. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12. С. 249–351.
- 2. Буднев В. М. и др. // ЭЧАЯ. 1973. Т. 4, № 1. С. 239–283.
- 3. Балакин В. Е., Буднев В. М., Гинзбург И. Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 11. С. 559–562.
- 4. Pisano C. // Hep-ph:0512306.
- 5. Биленький С. М. // Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия. М., 1990. С. 327.
- 6. Сацункевич И. С., Хилькевич А. Я., Шелковый Д. В. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2012. № 2. С. 61–66.
- 7. Aaltonen T. // Hep-ex:0902.1271v1.
- 8. Abulencia A. // Hep-ex:0611040v2.
- 9. Chatrchyan S. // Hep-ex:1111.5536v1.
- 10. Weizsäcker C. F. // Z. Phys. 1934. Vol.88. P. 612-625.
- 11. Williams E. J. // Phys. Rev. 1934. Vol.45. P. 729-730.
- 12. Budnev V. M., Ginsburg I. F., Meledin G. V., Serbo V. G. // Phys. Rep. 1975. N 15. P. 181-282.
- 13. Хелзен Ф., Мартин А. // Кварки и лептоны. Введение в физику частиц. М., 1987. С. 456.
- 14. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. // Введение в теорию квантованных полей. М., 1973.
- 15. Буклинг К., Каянти К. // Кинематика элементарных частиц. М., 1975. С. 343.
- 16. Weinzierl S. // Hep-ph:0006229v1.

#### A. U. MANKO, I. S. SATSUNKEVICH, R. G. SHULYAKOVSKY

### HEPComp MONTE CARLO GENERATOR FOR TWO-PHOTON PRODUCTION OF LEPTON PAIRS AT HADRON COLLISIONS

#### **Summary**

The processes of lepton pair production by means of the two-photon mechanism in hadron collisions at LHC and Tevatron energies are considered. These processes could be used for luminosity calibration of LHC and for a «new physics» search at the collider, in particular, heavy leptons. Constructing the needed Monte Carlo generator we have obtained total and differential cross sections of the above mentioned processes for elastic hadron scattering in natural approximation.