

ISSN 1561-2430 (print)

УДК 534.535

Поступила в редакцию 30.05.2017

Received 30.05.2017

**В. Н. Белый<sup>1</sup>, П. А. Хило<sup>2</sup>, Н. С. Казак<sup>1</sup>, Н. А. Хило<sup>1</sup>**<sup>1</sup>*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*<sup>2</sup>*Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Гомель, Беларусь***НИЗКОЧАСТОТНОЕ ОБРАТНОЕ АКУСТООПТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ  
БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ**

**Аннотация.** Исследованы особенности акустооптической дифракции бесселева светового пучка (БСП) на бесселевом акустическом пучке (БАП) в поперечно анизотропных кристаллах. Рассмотрена схема акустооптического (АО) взаимодействия, когда ТН-поляризованный (или *e*-поляризованный) БСП падает на оптически одноосный кристалл в направлении оптической оси *c* и за счет анизотропной дифракции ТН→ТЕ падающий *e*-БСП возбуждает в кристалле рассеянный *o*-БСП. Задача АО дифракции решается для поперечно изотропных кристаллов, цилиндрически симметричная геометрия которых полностью согласована по симметрии с БСП и БАП, распространяющихся вдоль оптической оси, и процесс АО взаимодействия происходит без искажения пространственной структуры пучков. Показано, что в процессе обратного акустооптического рассеяния использование бесселевых световых пучков с большим углом конуса позволяет значительно уменьшить необходимую для выполнения условия продольного синхронизма частоту акустической волны (до значений менее 1 ГГц). Установлено, что эффективность АО взаимодействия БСП и БАП определяется не только интенсивностью акустического поля, продольной волновой расстройкой и длиной взаимодействия, как в случае плоских волн, но и поперечной структурой бесселевых пучков. Эта структура определяет величину интегралов перекрытия и, следовательно, эффективные АО параметры. При выполнении условий продольного и поперечного синхронизмов возможно достижение высокой эффективности дифракции, близкой к единице, а угловая ширина основного максимума составляет при этом величину ~0,5 мрад и возрастает при увеличении акустической мощности. Установлено, что при дифракции БСП происходит трансформация порядка его фазовой дислокации на величину, равную порядку фазовой дислокации БАП. Из-за малой ширины углового спектра рассеянного БСП обратное акустооптическое рассеяние бесселевых световых пучков перспективно для разработки низкочастотных акустооптических фильтров и спектроанализаторов, а свойство самореконструкции поперечной структуры перспективно для применений бесселевых пучков в дефектоскопии.

**Ключевые слова:** бесселевы световые пучки, бесселевы акустические пучки, акустооптическая дифракция, поперечный синхронизм, интегралы перекрытия

**Для цитирования.** Низкочастотное обратное акустооптическое рассеяние бесселевых световых пучков / В. Н. Белый [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2017. – № 3. – С. 78–86.

**V. N. Belyi<sup>1</sup>, P. A. Khilo<sup>2</sup>, N. S. Kazak<sup>1</sup>, N. A. Khilo<sup>1</sup>**<sup>1</sup>*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*<sup>2</sup>*Sukhoi State Technical University of Gomel, Gomel, Belarus***LOW-FREQUENCY BACKWARD ACOUSTO-OPTIC SCATTERING OF BESSEL LIGHT BEAMS**

**Abstract.** The features of acousto-optic diffraction of a Bessel light beam (BLB) on a Bessel acoustic beam (BAB) in transversely anisotropic crystals are investigated. The scheme of acousto-optic (AO) interaction is considered when the incident TH-polarized BLB propagating along the optical *c* axis of an optically uniaxial crystal is excited in the crystal of the TE-polarized BLB due to the process of anisotropic TH→TE diffraction. The diffraction problem is solved for transversely isotropic crystals, whose cylindrical symmetry is fully consistent with the symmetry of both BLB and BAB propagating along the optical axis and the AO interaction occurs without distortion of the spatial structure of beams. It is shown that in the process of backward acousto-optic scattering, the use of Bessel light beams with a large cone angle makes it possible to significantly reduce the frequency of the acoustic wave necessary for satisfying the longitudinal synchronism condition (values of less than 1 GHz). It is established that the efficiency of the AO interaction of the BLB and the BAB is determined not only by the intensity of the acoustic field, longitudinal wave detuning and the interaction length, but also by the period of transverse oscillations of Bessel beams. These oscillations determine the value of the overlap integrals and, consequently, the effective AO parameters. When the conditions of longitudinal and transverse synchronisms are realized, it is possible to achieve the high diffraction efficiency close to unity. The angular width of transverse synchronism is equal to about 0.5 mrad and increases with increasing acoustic power. It is shown that when the BLB is diffracted, the order of its phase dislocation changes by a value that is equal to the order of BAB phase dislocation. Because of the narrow angular spectrum of a scattered field, the backward AO diffraction of Bessel light beams is promising for the development of low-frequency AO filters and spectrum analyzers. The property of self-reconstruction of the transverse profile of an optical field is promising for applications of Bessel light beams in defectoscopy.

**Keywords:** Bessel light beams, Bessel acoustic beams, acousto-optic diffraction, transverse synchronism, overlap integrals

**For citation.** Belyi V. N., Khilo P. A., Kazak N. S., Khilo N. A. Low-frequency backward acousto-optic scattering of Bessel light beams. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2017, no. 3, pp. 78–86 (in Russian).

**Введение.** Дифракция света на ультразвуке, или акустооптическое (АО) взаимодействие, представляет значительный интерес для исследований ввиду многочисленных применений данного явления в науке и технике. Акустооптические устройства позволяют эффективно управлять различными характеристиками светового поля, такими как интенсивность, частота, состояние поляризации, направление распространения и др. [1–2]. Использование в акустооптике бесселевых пучков (БП) представляет научный и практический интерес из-за наличия в таких пучках новых свойств, не характерных для пучков гауссова типа. К ним относятся в первую очередь бездифракционность и самовосстановление пространственного профиля за препятствиями. Указанные свойства обусловлены конической структурой пространственного спектра БП и в одинаковой степени присущи как бесселевым световым пучкам (БСП), так и бесселевым акустическим пучкам (БАП). Важно также, что БП соответствуют точным решениям волновых уравнений оптики и акустики и имеют одинаковую функциональную структуру как для параксиальных, так и непараксиальных полей, в том числе для эванесцентных бесселевых пучков, что позволяет применять единый подход при описании различных акустооптических устройств.

Применение БАП позволит значительно расширить возможности акустооптики в преобразовании характеристик БСП, таких как порядок фазовой дислокации волнового фронта, угол конусности, угловая расходимость. Свойство бездифракционности бесселевых световых и акустооптических пучков перспективно для повышения точности функционирования ряда устройств акустооптики, в частности спектроанализаторов, фильтров, а также модуляторов и дефлекторов. Свойство самореконструкции волнового фронта важно для применений БП в дефектоскопии. Коллинеарное акустооптическое взаимодействие в анизотропных кристаллах для разделения ТЕ- и ТН-поляризованных бесселевых пучков из их суперпозиций исследовалось в [3]. В работах [4, 5] проведено обобщение эффекта АО дифракции на случай, когда и световой, и акустический пучки являются бесселевыми.

Одним из режимов акустооптического взаимодействия, который относительно трудно реализовать при дифракции света на объемных акустических волнах, является обратное рассеяние, известное также как брэгговское отражение [6]. Основное препятствие для реализации данного режима – необходимость использовать высокие частоты ультразвука, порядка десяти гигагерц. Снизить акустическую частоту здесь можно только за счет увеличения длины волны электромагнитного излучения, т. е. выхода из видимого в средний инфракрасный диапазон длин волн.

Далее будет показано, что применение бесселевых световых пучков позволяет реализовать брэгговское отражение в видимом диапазоне без перехода в ГГц-область акустических частот.

Задача АО дифракции решается для поперечно изотропных кристаллов, цилиндрически симметричная геометрия которых полностью согласована по симметрии с БСП и БАП, распространяющихся вдоль оптической оси. В этом случае акустооптический процесс происходит без искажения пространственной структуры пучков.

**1. Распространение бесселевых световых пучков вдоль оптической оси одноосного кристалла.** При распространении вдоль оптической оси векторы электрического поля ТЕ- и ТН-поляризованных БСП в цилиндрической системе координат  $(\rho, \phi, z)$  имеют вид

$$\vec{E}_{TE} = A_m^o (\vec{c}_+ J_{m-1}(qr) + \vec{c}_- J_{m+1}(qr)) \exp(im\phi + ik_{o,z}z), \quad (1)$$

$$\vec{E}_{TH} = A_m^e \left[ \vec{c}_+ J_{m-1}(qr) - \vec{c}_- J_{m+1}(qr) - \frac{2iq\epsilon_o}{k_{ez}\epsilon_e} J_m(qr) \vec{e}_z \right] \exp(im\phi + ik_{e,z}z), \quad (2)$$

где  $J_n(q_s\rho)$  – бесселева функция порядка  $n$ ,  $\vec{c}_\pm = (\vec{e}_r \pm i\vec{e}_\phi)$  – векторы циркулярной поляризации в цилиндрических координатах,

$$k_{o,z} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_o - q^2}, \quad k_{e,z} = (n_o/n_e) \sqrt{k_0^2 \varepsilon_e - q^2}. \quad (3)$$

Далее формулы (1) и (2) будем представлять в сокращенном виде

$$\vec{E}_m^{(o)}(r, t) = A_m^o \vec{e}_m^{(o)}(\rho, \phi) \exp(ik_{o,z}z - i\omega t), \quad (4)$$

$$\vec{E}_m^{(e)}(r, t) = A_m^e \vec{e}_m^{(e)}(\rho, \phi) \exp(ik_{e,z}z - i\omega t), \quad (5)$$

где введены обозначения для векторных модовых функций

$$\vec{e}_m^{(o)}(\rho, \phi) = (\vec{c}_+ J_{m-1}(qr) + \vec{c}_- J_{m+1}(qr)) \exp(im\phi), \quad (6)$$

$$\vec{e}_m^{(e)}(\rho, \phi) = \left( \vec{c}_+ J_{m-1}(qr) - \vec{c}_- J_{m+1}(qr) - \frac{2iq\varepsilon_o}{k_{ez}\varepsilon_e} J_m(qr) \vec{e}_z \right) \exp(im\phi). \quad (7)$$

Векторные функции  $\vec{e}_m^{(o)}(\rho, \phi)$  и  $\vec{e}_m^{(e)}(\rho, \phi)$  взаимно ортогональны, т. е. скалярные произведения  $\vec{e}_m^{(o)}(\rho, \phi) \vec{e}_m^{(e)}(\rho, \phi) = 0$  в любой пространственной точке и при любых  $m$ .

Как видим, в отличие от плоских волн, два бесселевых пучка, распространяющихся вдоль оптической оси одноосного кристалла, состоят из суперпозиций лево- и право-циркулярно-поляризованных компонент. При этом амплитуды данных компонент неодинаково зависят от радиальной координаты: для БСП  $m$ -го порядка эта зависимость, как следует из (1), (2), описывается бесселевыми функциями соответственно  $m - 1$  и  $m + 1$  порядков. Кроме того,  $e$ -пучок содержит, как и в случае плоских волн, продольную компоненту, пропорциональную бесселевой функции  $m$ -го порядка.

Отметим, что в частном случае  $m = 0$  решения (1), (2) соответствуют азимутально- и радиально-поляризованным ТЕ- и ТН-пучкам. В этом случае ТЕ-поляризация совпадает с поляризацией обыкновенных ( $o$ ) плоских волн, а ТН- поляризация – с поляризацией необыкновенных ( $e$ ) плоских волн. В дальнейшем для удобства будем использовать обозначения  $o$ -волна и  $e$ -волна и для общего случая ТЕ- и ТН-поляризованных БСП при любом  $m$ .

**2. Бесселевы акустические пучки в поперечно изотропных кристаллах.** Для описания БАП будем использовать теоретический подход, описанный в работах [7] и [8]. Для так называемой  $SH$ -волны (поперечная волна смещения) в поперечно изотропном кристалле компоненты вектора смещения могут быть представлены в виде [5]

$$\vec{U} = u_0 \left[ J_n^+(q_s \rho) \cos(n\phi) \vec{e}_\rho + J_n^-(q_s \rho) \sin(n\phi) \vec{e}_\phi \right] \exp i(k_{s,z}z - \Omega t), \quad (8)$$

где  $J_n^\pm(q_s \rho) = J_{n-1}(q_s \rho) \pm J_{n+1}(q_s \rho)$ ,  $q_s = k_s \sin(\gamma_s)$  и  $k_{s,z} = \sqrt{k_s^2 - q_s^2}$  – радиальная и продольная компоненты волнового вектора  $\vec{k}_s$ , относящегося к БАП;  $\gamma_s$  – угол конуса БАП;  $u_0 = \sqrt{\frac{P}{\rho v^3}} \frac{1}{k_{s,z} W}$ ;  $P$  – мощность акустической волны;  $\rho$  – плотность кристалла;  $v = 2\pi f/k_s$  – фазовая скорость;  $f$  – частота;  $W_s = 2\pi \int_0^{R_b} (J_{n-1}^2(q_s \rho) + J_{n+1}^2(q_s \rho)) \rho d\rho$ ;  $R_b$  – радиус бесселева акустического пучка.

**3. Векторная диаграмма обратного рассеяния.** Рассмотрим схему АО взаимодействия, когда ТН-поляризованный (или  $e$ -поляризованный) БСП падает на оптически одноосный кристалл в направлении оптической оси  $c$  (рис. 1). Далее будет рассматриваться анизотропная дифракция ТН→ТЕ или  $e \rightarrow o$  типа, когда падающий  $e$ -БСП возбуждает в кристалле рассеянный  $o$ -БСП.

Векторная диаграмма, иллюстрирующая рассматриваемую геометрию рассеяния в плоскости  $(x, z)$ , показана на рис. 1. Волновые векторы  $k_e$  и  $k_{o,d}$  относятся к падающему и дифрагированному БСП в кристалле, распространяющимся в направлениях  $z$  и  $-z$  соответственно. Отметим, что угол между этими волновыми векторами мал и поэтому обратное брэгговское рассеяние может быть реализовано на относительно низких акустических частотах (менее 1 ГГц). В то же время падающий и рассеянный БСП, в отличие от плоских волн с волновыми векторами  $k_e$  и  $k_{o,d}$ ,

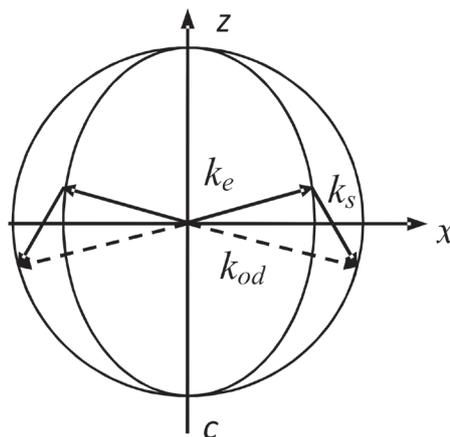


Рис. 1. Взаимная ориентация волновых векторов при обратном рассеянии БСП типа  $e \rightarrow o$   
 Fig. 1. Orientation of the wave vectors under  $e \rightarrow o$  type backscattering of the Bessel light beam

распространяются в противоположных направлениях. Волновой вектор  $k_s$  на рис. 1 относится к БАП. Проекции векторов  $k_e$ ,  $k_{o,d}$  и  $k_s$  на границу раздела будем называть поперечными волновыми числами БП.

В общем случае в рассматриваемой схеме возможны четыре типа АО взаимодействия, т. е.  $e \rightarrow o$ ;  $o \rightarrow e$ ;  $e \rightarrow e$ ;  $o \rightarrow o$ , эффективности которых зависят от выполнения условий синхронизма. Применительно к рассматриваемому далее рассеянию  $e \rightarrow o$  условие векторного синхронизма имеет вид [5, 8]

$$\vec{k}_e + \vec{k}_s = \vec{k}_{d,o}. \tag{9}$$

Проекция векторных уравнений (9) на ось  $z$  и на плоскость  $(x, y)$  дает условия так называемых продольного и поперечного синхронизмов.

На рис. 1 показаны волновые векторы, соответствующие анизотропной дифракции  $e \rightarrow o$  на бесселевом акустическом пучке. Исходя из (9) рассчитаем частоту  $f_s$  БАП и его угол конусности, необходимые для реализации синхронного брэгговского отражения. Из уравнения (9) следует:

$$f_s = \frac{vk_o}{2\pi} \left[ n_o^2 + n_e^2(\gamma_e) - 2n_on_e(\gamma_e)\cos(\gamma_{od} - \gamma_e) \right]^{1/2}, \tag{10}$$

$$\text{tg}(\gamma_s) = \frac{k_o \sin(\gamma_{od}) - k_e \sin(\gamma_e)}{k_o \cos(\gamma_{od}) - k_e \cos(\gamma_e)}. \tag{11}$$

Отметим, что все углы в приведенных формулах отсчитываются от положительного направления оси  $z$  по часовой стрелке.

На рис. 2 представлены зависимости частоты БАП, необходимой для реализации обратного рассеяния от угла конуса дифрагированного БСП. Как следует из графиков, частота  $f_s$  не превышает 1 ГГц при углах дифракции до 100 градусов. Для сравнения, в случае обратного рассеяния БСП на плоской ультразвуковой волне ее частота в условиях синхронизма находится из соотношения

$$f_s = \frac{v}{2\pi} (k_{ez}(\gamma_e) + k_{oz}(\gamma_e)) \tag{12}$$

и для углов падения  $\gamma_e = 81$  и  $85$  град равна соответственно 2,3 и 2,0 ГГц. Если же обратное рассеяние  $e \rightarrow o$  осуществляется в схеме с плоскими световой и акустической волнами, распространяющимися перпендикулярно оптической оси, то частота составляет 8,2 ГГц. Таким образом, переход от плоских волн к бесселевым световому и акустическому пучкам приводит к существенному понижению частоты акустического поля.

В общем случае АО взаимодействие БСП и БАП происходит при некоторой отстройке от синхронизма (рис. 3). Легко видеть, что если волновой вектор дифрагированного поля заканчивается в точке  $I$ , то имеет место поперечный синхронизм, но максимальная продольная

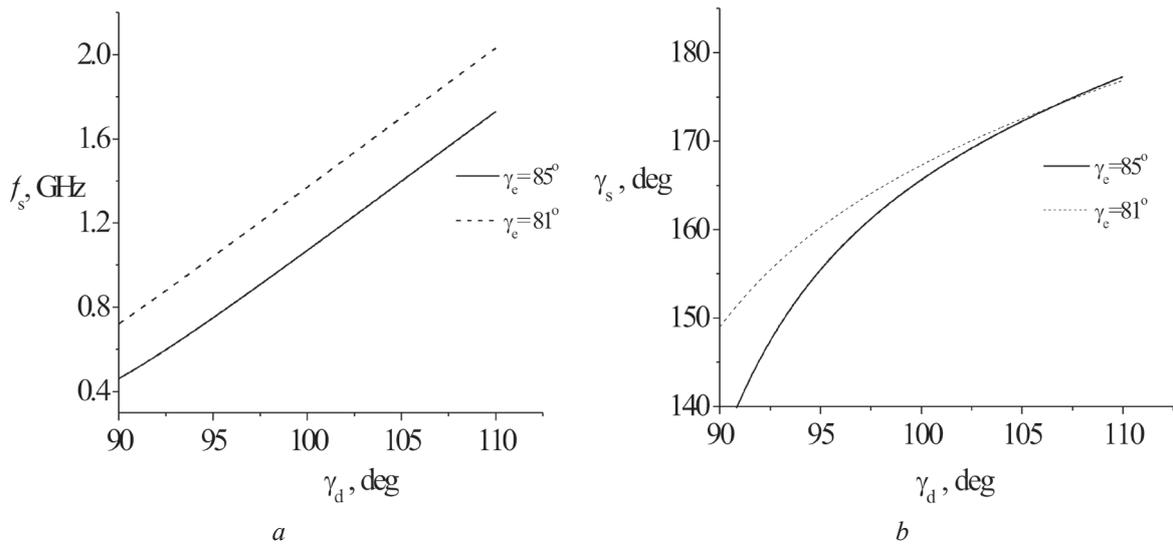


Рис. 2. Зависимость частоты (а) и угла конуса (б) БАП при обратном рассеянии в кристалле  $\text{LiJO}_3$ :  $\gamma_c = 81$  и  $85$  град;  $\lambda = 1,06$  мкм;  $\epsilon_o = 3,43$ ;  $\epsilon_e = 2,92$ ;  $\rho = 4,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $P = 2$  Вт;  $v = 2,35 \cdot 10^3$  м/с; толщина кристалла  $L = 3$  мм  
 Fig. 2. Frequency (a) and cone angle (b) of the Bessel acoustic beam vs. the cone angle of the diffracted Bessel light beam for backscattering in a  $\text{LiJO}_3$  crystal:  $\gamma_c = 81^\circ$  and  $85^\circ$ ;  $\lambda = 1.06$   $\mu\text{m}$ ;  $\epsilon_o = 3.43$ ;  $\epsilon_e = 2.92$ ;  $\rho = 4.6 \cdot 10^3$   $\text{kg/m}^3$ ;  $P = 2$   $\text{W}$ ;  $v = 2.35 \cdot 10^3$   $\text{m/s}$ ; the crystal length  $L$  is equal to 3 mm

расстройка. В точке 2, наоборот, имеет место фазовый синхронизм и максимальная поперечная расстройка. В этих условиях невозможно априори сделать вывод о направлении вектора  $k_{od}$  рассеянного бesselового светового пучка.

С помощью векторной диаграммы (см. рис. 3) несложно рассчитать продольную и поперечную волновые расстройки [5]. Для произвольной ориентации волнового вектора между точками 1 и 2 величина  $q$  изменяется в интервале между  $q_1$  и  $q_2$ , где

$$q_1 = k_{e,in} \sin \gamma_{e,in} + k_s \sin \gamma_s, \quad q_2 = \sqrt{k_0^2 \epsilon_o - k_{z2}^2}, \quad (13)$$

а

$$k_{z2} = k_{e,in} \cos \gamma_{e,in} + k_s \cos \gamma_s.$$

Далее по известной величине  $q$  рассчитывается интеграл перекрытия (см. п. 4), интенсивность отраженного поля на выходе кристалла и его угловое распределение.

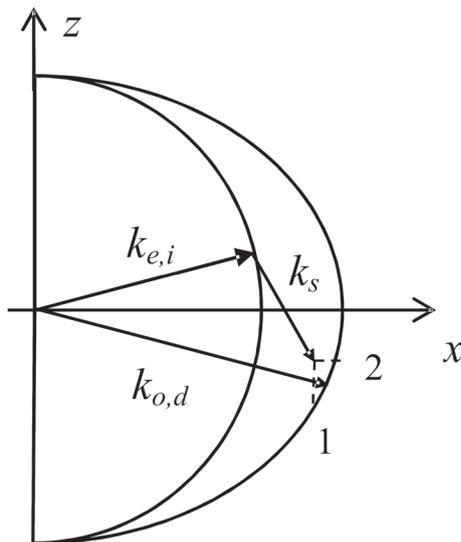


Рис. 3. Векторная диаграмма акустооптического взаимодействия при отсутствии продольного и поперечного синхронизмов  
 Fig. 3. Vector diagram of acousto-optic interaction in the absence of longitudinal and transverse synchronisms

**4. Уравнения для медленно меняющихся амплитуд (ММА).** При наличии АО преобразования взаимодействующие БСП описываются в общем случае уравнением Гельмгольца

$$\left(\Delta - c^{-2}\partial_t^2(\epsilon + \Delta\epsilon)\right)\vec{E} = 0, \tag{14}$$

где  $\Delta\epsilon_{ij} = -\epsilon_{ik}^0 \epsilon_{je}^0 p_{kenn} u_{mn}$  – изменение тензора диэлектрической проницаемости кристалла, индуцированное акустической волной,  $\epsilon_{ik}^0$  – диэлектрическая проницаемость кристалла в отсутствие ультразвука,  $p_{kenn}$  – компоненты тензора фотоупругих постоянных,  $u_{mn}$  – компоненты тензора упругих деформаций.

Будем предполагать, что АО взаимодействие бesselевых пучков, так же как и плоских волн, приводит в первую очередь к  $z$ -модуляции скалярных амплитуд  $A_{o,e}$  в формулах (4), (5). В то же время векторные модовые функции  $\vec{e}_m^{(o),(e)}(\rho, \phi)$  будем считать неизменными. Для получения ММА-уравнений, описывающих трансформацию падающего БСП  $m$ -го порядка  $e$ -типа в БСП порядка  $m + n$   $o$ -типа при дифракции на БАП  $n$ -го порядка, подставляем в уравнение Гельмгольца (14) решения в виде (4), (5) с зависящими от  $z$  амплитудами  $A_{o,e}$  и получаем

$$\frac{dA_{m+n}^o}{dz} = -i\chi_{m+n,m}^{oe} A_m^e \exp(-i\Delta k_z z), \tag{15}$$

$$\frac{dA_m^e}{dz} = i\chi_{m,m+n}^{eo} A_{m+n}^o \exp(i\Delta k_z z). \tag{16}$$

Акустооптические параметры  $\chi_{m+n,m}^{oe}$  и  $\chi_{m,m+n}^{eo}$  имеют вид

$$\chi_{m+n,m}^{oe} = \alpha_{m+n}^o g(m, n), \tag{17}$$

$$\chi_{m,m+n}^{eo} = \alpha_m^e g(m, n), \tag{18}$$

где

$$g(m, n) = 2\pi \int_0^{Rb} J_m(q_{in}\rho) [J_{m+n-1}(q\rho)J_{n-1}(q_s\rho) + J_{m+n+1}(q\rho)J_{n+1}(q_s\rho)] \rho d\rho, \tag{19}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{m+n}^o \\ \alpha_m^e \end{pmatrix} = \frac{k_0^2 \Delta\epsilon_0 q_{in} \epsilon_o}{\epsilon_e} \begin{pmatrix} (k_{oz} k_{ez} W_{m+n}^o)^{-1} \\ (k_{ez}^2 W_m^e)^{-1} \end{pmatrix},$$

$$W_m^o(q) = 2\pi \int_0^{Rb} [J_{m-1}(q\rho)^2 + J_{m+1}(q\rho)^2] \rho d\rho, \tag{20}$$

$$W_m^e(q_{in}) = 2\pi \int_0^{Rb} \left[ J_{m-1}(q_{in}\rho)^2 + J_{m+1}(q_{in}\rho)^2 + 2 \left( \frac{q_{in} \epsilon_o}{k_{ez} \epsilon_e} \right)^2 J_m(q_{in}\rho)^2 \right] \rho d\rho. \tag{21}$$

Как видим, АО параметры имеют смысл интегралов перекрытия, так как их величина пропорциональна степени пространственного перекрытия бesselевых функций, описывающих БСП и БАП.

Решение системы уравнений (15, 16) для амплитуды дифрагированного бesselева пучка  $A_{m+n}^o(z)$  имеет вид

$$A_{m+n}^o(z) = \frac{\chi_{m+n,m}^{oe} \text{sh}[p(L-z)]}{p \text{ch}(pL) + (i\Delta k_z/2) \text{sh}(pL)} A_e \exp(-i\Delta k_z z/2), \tag{22}$$

где  $L$  – длина АО взаимодействия,  $p^2 = \chi^2 - (\Delta k_z/2)^2$ ,  $\chi^2 = \chi_{m,m+n}^{eo} \cdot \chi_{m+n,m}^{oe}$ . При  $\chi > \Delta k_z/2$  эффективность обратного рассеяния  $\eta_{eo}$  равна

$$\eta_{eo} = \frac{(\chi_{m+n,m}^{oe})^2 \text{th}^2(pL)}{p^2 + (\Delta k_z/2)^2 \text{th}^2(pL)}. \tag{23}$$

При  $\chi < \Delta k_z/2$  имеем

$$\eta_{eo} = \frac{(\chi_{m+n,m}^{oe})^2 \operatorname{tg}^2(p_0 L)}{p_0^2 + (\Delta k_z/2)^2 \operatorname{tg}^2(p_0 L)}, \quad (24)$$

где  $p_0 = ip$ . При  $\Delta k_z = 0$ , т. е. в условиях продольного синхронизма, получим

$$\eta_{eo} = \frac{\chi_{m+n,m}^{oe}}{\chi_{m,m+n}^{eo}} \operatorname{th}^2(pL). \quad (25)$$

Отметим, что в наиболее важном случае малых значений  $\Delta k_z$  реализуется процесс дифракции, который характеризуется монотонным увеличением коэффициента преобразования по мере возрастания толщины кристалла и АО параметров  $\chi_{m,m+n}^{eo}$  и  $\chi_{m+n,m}^{oe}$ .

Из полученных формул следует, что эффективность АО взаимодействия БСП и БАП определяется не только интенсивностью акустического поля, волновой расстройкой  $\Delta k_z$  и длиной взаимодействия  $L$ , аналогично случаю плоских волн, но и поперечной структурой бesselева пучка. Эта структура определяет величину интегралов перекрытия (17), (18), интегралов мощности (20), (21) и, следовательно, АО параметры  $\chi_{m,m+n}^{eo}$  и  $\chi_{m+n,m}^{oe}$ . При этом в условиях поперечного синхронизма имеем  $\chi = \chi_{\max}$ .

На рис. 4 показаны зависимости эффективности рассеяния  $\eta_{eo}$  при  $\Delta k_z = 0$  от расстройки поперечного волнового числа  $\Delta q = q - q_2$ . Как видно, графики зависимости эффективности дифракции от поперечной расстройки имеют характерный профиль с максимумом и боковыми осцилляциями. Максимум реализуется в точке  $\Delta q = 0$ , соответствующей выполнению поперечного синхронизма. Максимальное значение эффективности дифракции достаточно велико и может приближаться к единице при оптимизации оптической схемы. Угловая ширина основного максимума на рис 4, *a* составляет величину  $\sim 0,5$  мрад и возрастает при увеличении акустической мощности (рис. 4, *b*). Далее, из рис. 4, *a* следует, что при заданной мощности падающего БСП эффективность преобразования повышается при уменьшении диаметра пучка. Это вызвано тем, что уменьшение диаметра БАП при неизменной его мощности приводит к возрастанию интенсивности поля и, соответственно, к увеличению глубины АО модуляции диэлектрической проницаемости. Влияние акустической мощности на эффективность дифракции показано на рис 4, *b*. Здесь наблюдается горизонтальное плато, вне которого имеет место резкое падение эффек-

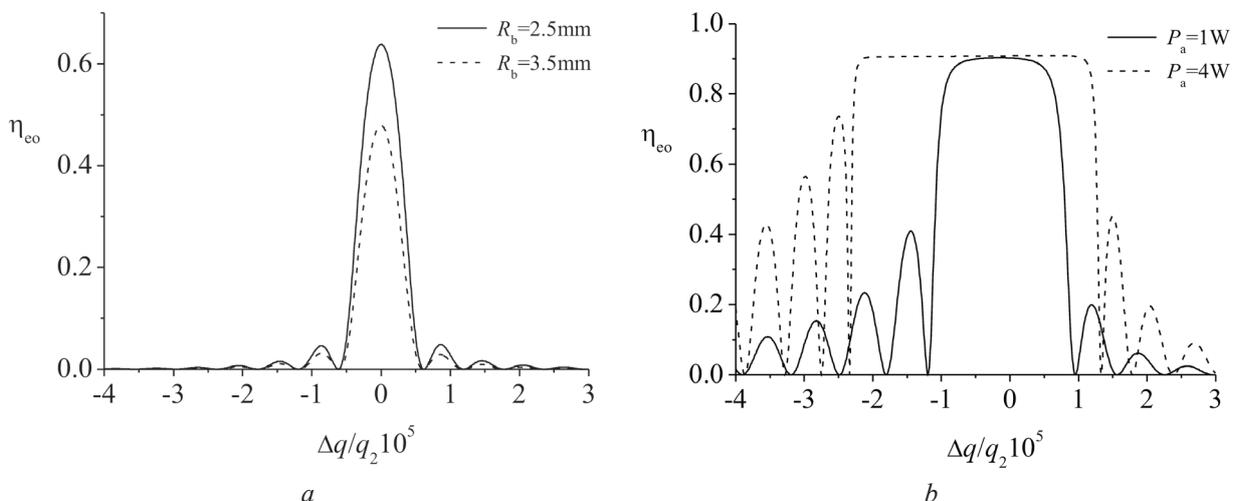


Рис. 4. Зависимость эффективности обратного рассеяния  $\eta_{eo}$  от расстройки поперечного волнового числа  $\Delta q$ . Параметры:  $P_a = 1$  Вт,  $R_b = 2,5$  и  $3,5$  мм (*a*);  $P_a = 1,0$  и  $4,0$  Вт (*b*);  $R_b = 4,5$  мм (*a, b*);  $f_s = 0,72$  ГГц (*a, b*);  $\gamma_e = 85$  град (*a, b*)

Fig. 4. Backscattering efficiency vs. the detuning of the transverse wave number  $\Delta q$ . The parameters are:  $P_a = 1$  W,  $R_b = 2.5$  and  $3.5$  mm (*a*);  $P_a = 1.0$  and  $4.0$  W (*b*);  $R_b = 4.5$  mm (*a, b*);  $f_s = 0.72$  GHz (*a, b*);  $\gamma_e = 85^\circ$  (*a, b*)

тивности. Ширина плато растёт при возрастании акустической мощности, т. е. при увеличении глубины модуляции индуцируемой в среде дифракционной решетки. Кроме того, возрастает уровень боковых осцилляций, что ведет к уширению углового спектра рассеянного БСП. Отметим, что аналогичные эффекты наблюдаются и при дифракции плоских волн (см., напр., [9]).

**Заключение.** В работе исследован процесс обратного акустооптического рассеяния с участием бесселевых светового и акустического пучков. Рассмотрена схема анизотропной дифракции типа  $e \rightarrow o$ , когда падающий ТН-поляризованный бесселев световой пучок трансформируется в дифрагированный ТЕ-поляризованный БСП. Показано, что обратное рассеяние может быть реализовано на относительно низких частотах акустического поля, меньших 1 ГГц. При выполнении условий продольного и поперечного синхронизмов возможно достижение высокой эффективности дифракции, близкой к единице. Особенностью дифрагированного БСП является трансформация порядка его фазовой дислокации на величину, равную порядку фазовой дислокации БАП. Малая ширина углового спектра рассеянного БСП позволяет использовать рассмотренную схему для разработки низкочастотных акустооптических фильтров и спектроанализаторов. Свойство самореконструкции поперечной структуры перспективно для применений бесселевых пучков в дефектоскопии.

### Список использованных источников

1. Korpel, A. *Acousto-Optics* / A. Korpel. – New York, Taylor & Francis, 1996. – 330 p.
2. Балакший, В. И. Физические основы акустооптики / В. И. Балакший, В. Н. Парыгин, Л. И. Чирков. – М.: Радио и связь, 1985. – 279 с.
3. Generation of TH- and TE-polarized Bessel light beams at acousto-optic interaction in anisotropic crystals / P. A. Khilo [et al.] // *Opt. Commun.* – 2014. – Vol. 325, № 7. – P. 84–91.
4. Transformation of phase dislocations under acousto-optic interaction of optical and acoustical Bessel beams / V. N. Belyi [et al.] // *J. Opt.* – 2016. – Vol. 18. – P. 074002 (6 pp.).
5. Особенности акустооптического взаимодействия световых и акустических бесселевых пучков в поперечно изотропных кристаллах / В. Н. Белый [и др.] // *Опт. журн.* – 2017. – Т. 84. – С. 81–89.
6. Oliveira, E. B. Backward collinear acoustooptic interactions in bulk Materials / E. B. Oliveira, Cheng-Kuei Jen // *Appl. Opt.* – 1990. – Vol. 29, № 6. – P. 836–840.
7. Honarvar, F. Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders / F. Honarvar, N. N. Sinclair // *J. Acoust. Soc. Am.* – 2003. – Vol. 100, № 1. – P. 57–63.
8. Ahmad, F. Acoustic scattering by transversely isotropic cylinders / F. Ahmad, A. Rahman // *Int. J. Eng. Sci.* – 2000. – Vol. 38, № 8. – P. 325–335.
9. He, J. Resonant acousto-optical interaction in superlattices / J. He, J. Sapriel // *Appl. Phys. Lett.* – 1993. – Vol. 55, № 22. – P. 2292–2294.

### References

1. Korpel A. *Acousto-Optics*. New York, Taylor & Francis, 1996. 330 p.
2. Balakshy V. I., Parygin V. N., Chirkov L. E. *Physicals principles of acousto-optics*, Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1985, 279 p. (in Russian).
3. Khilo P. A., Kazak N. S., Khilo N. A. and Belyi V. N. Generation of TH- and TE-polarized Bessel light beams at acousto-optic interaction in anisotropic crystals. *Optics Communications*, 2014, vol. 325, no. 7, pp. 84–91. Doi: 10.1016/j.optcom.2014.03.061
4. Belyi V. N., Khilo P. A., Kazak N. S., Khilo N. A. Transformation of phase dislocations under acousto-optic interaction of optical and acoustical Bessel beams. *Journal of Optics*, 2016, vol. 18, pp. 074002 (6 pp.). Doi: 10.1088/2040-8978/18/7/074002
5. Belyi V. N., Khilo P. A., Kazak N. S., Khilo N. A. Features of the acousto-optic interaction of Bessel light beams and Bessel acoustic beams in transversely isotropic crystals. *Journal of Optical Technology*, 2017, vol. 84, no. 2, pp. 130–136. Doi: 10.1364/jot.84.000130
6. Oliveira E. B., Cheng-Kuei Jen. Backward collinear acoustooptic interactions in bulk Materials. *Applied Optics*, 1990, vol. 29, no. 6, pp. 836–840. Doi: 10.1364/ao.29.000836
7. Honarvar F., Sinclair N. N. Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2003, vol. 100, no. 1, pp. 57–63. Doi: 10.1121/1.415868
8. Ahmad F., Rahman A. Acoustic scattering by transversely isotropic cylinders. *International Journal of Engineering Science*, 2000, vol. 38, no. 3, pp. 325–335. Doi: 10.1016/s0020-7225(99)00031-2
9. He J., Sapriel J. Resonant acousto-optical interaction in superlattices. *Applied Physics Letters*, 1993, vol. 55, no. 22, pp. 2292–2294. Doi: 10.1063/1.102041

### Информация об авторах

**Белый Владимир Николаевич** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, заведующий центром «Диагностические системы», Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by

**Хило Петр Анатольевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей физики, Гомельский технический университет им. П. О. Сухого (пр. Октября, 48, 246746, г. Гомель, Республика Беларусь). E-mail: khilo\_p@tut.by

**Казак Николай Станиславович** – академик, доктор физико-математических наук, директор Института физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: lod@dragon.bas-net.by

**Хило Николай Анатольевич** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории оптической диагностики, Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 68, 220072, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: n.khilo@dragon.bas-net.by

### Information about the authors

**Vladimir N. Belyi** – Corresponding Member, D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Center “Diagnostic Systems”, B. I. Stepanov Institute of Physics, National Academy of Sciences of Belarus (68, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by

**Piotr A. Khilo** – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Department of General Physics, Sukhoy State Technical University of Gomel (48, Oktyabrya Ave., 48, 246746, Gomel, Republic of Belarus). E-mail: khilo\_p@tut.by

**Nikolai S. Kazak** – Academician, D. Sc. (Physics and Mathematics), Director of the B. I. Stepanov Institute of Physics, National Academy of Sciences of Belarus, (68, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: lod@dragon.bas-net.by

**Nikolai A. Khilo** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Scientific Researcher of the Laboratory for Optical Diagnostics, B. I. Stepanov Institute of Physics, National Academy of Sciences of Belarus (68, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: n.khilo@dragon.bas-net.by