

## ВЫВОД

Реализация метода дистанционной калибровки средств измерений предоставляет возможность оперативного проведения метрологических работ, повышает производительность за счет уменьшения времени калибровки и одновременной калибровки нескольких средств измерений, автоматизирует и систематизирует учет реального состояния средств измерений.

Вопрос разработки нормативных документов для дистанционной калибровки приобретает актуальность как на уровне национального метрологического законодательства, так и через внедрение специальных требований в международные и региональные стандарты.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Общие** требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий: СТБ ИСО/МЭК 17025.

2. **Новые** средства радиоизмерений в миллиметровом диапазоне длин волн / А. В. Гусинский [и др.] // Метрология и приборостроение. – 2004. – № 1. – С. 38–43.

3. **Гомодинные** анализаторы СВЧ цепей коротковолновой части миллиметрового диапазона длин волн / А. В. Гусинский [и др.] // Известия Белорусской инженерной академии. – 1999. – № 1 (7)/1. – С. 41–43.

4. **Измеритель** коэффициентов передачи и отражения трехмиллиметрового диапазона длин волн / А. В. Гусинский [и др.] // Известия Белорусской инженерной академии. – 2002. – № 2 (14)/2. – С. 18–19.

5. **Свирид, М. С.** Автоматическая калибровка векторного анализатора цепей / М. С. Свирид, А. В. Гусинский, А. М. Кострикин // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии: материалы 14-й Междунар. конф. – Севастополь, 2004. – С. 628–629.

6. **Галыго, А. В.** Метрологическое обеспечение векторных анализаторов цепей в диапазоне частот (25,86–37,5) ГГц. / А. В. Галыго // Метрология и измерительная техника: материалы конф. – Харьков, 2006. – Т. 1. – С. 247–255.

7. **Ефремова, Н. Ю.** Оценка неопределенности в измерениях / Н. Ю. Ефремова. – Минск: БелГИМ, 2003.

Поступила 9.06.2007

УДК 621.319.4

## ЭЛЕКТРОЕМКОСТНЫЕ ДАТЧИКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

*Канд. техн. наук, доц. ДЖЕЖОРА А. А.*

*Витебский государственный технологический университет*

Датчики (первичные преобразователи) являются основной частью любого измерительного устройства. Обоснованный выбор конструкции и параметров первичного преобразователя позволяет определять метрологические характеристики всего измерительного устройства, решает вопросы осуществимости технического решения поставленной задачи. Исследование первичных преобразователей, оптимизация их конструкций возможны либо физическим, либо математическим моделированием преобразователя и объекта контроля. Эти исследования часто характеризуются значительным объемом,

трудоемкостью и затратностью, что с учетом сложности структуры объектов контроля делает физическое моделирование трудноосуществимым. Поэтому основная нагрузка накладывается на математическое моделирование. Математическое моделирование неразрывно связано с широким использованием различных методов и средств математики, с огромным количеством вычислений и расчетов, использованием специализированных программ.

В статье дается расчет математической модели кольцевого первичного преобразователя для достаточно общего случая, когда объектом

контроля является ортотропный полимерный материал, обладающий ортогональной анизотропией. Его электрические свойства описываются тензорами второго ранга [1]. Константы тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ij}$  являются характеристиками материала и несут сведения о его составе, структуре, влажности, т. е. входят в комплекс исходной информации для диагностики качества композиционных материалов. Если анизотропия не выступает в качестве одного из информационных параметров, то для неразрушающего контроля ортотропных полимерных материалов используют электроёмкостные преобразователи, электроды которых выполнены в виде колец. Кольцевые электроды создают радиально-симметричные поля

и не требуют ориентации относительно осей анизотропии ортотропного материала (рис. 1). Это позволяет устранять неоднозначности результатов измерений, вызванных ориентацией электродов преобразователей.

Рассмотрим случай кольцевого преобразователя, заполненного неоднородной средой, когда контролируемый плоский ортотропный материал находится в изотропном пространстве (воздухе,  $\epsilon_1 = 1$ ):

$$\epsilon(z) = \begin{cases} \epsilon_1 = 1, & -\infty < z < h; \\ \epsilon_2 = \epsilon_{ij}, & h < z < h + b; \\ \epsilon_3 = 1, & h + b < z < +\infty. \end{cases} \quad (1)$$

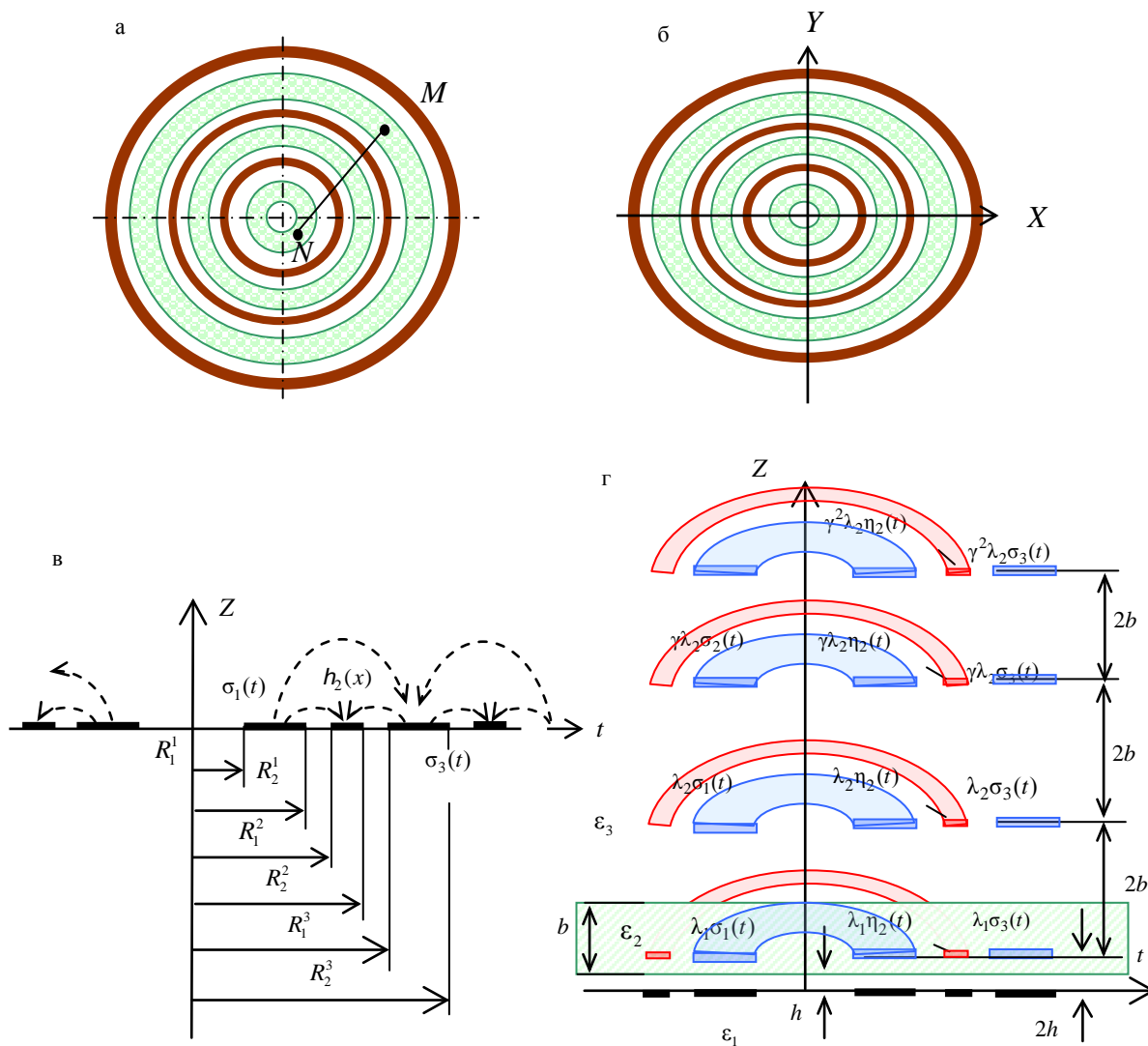


Рис. 1. К расчету электростатической емкости кольцевых первичных преобразователей: а – в однородной среде; б – в анизотропной среде; в – сечение преобразователя; г – сечение в трехслойной среде

Схема кольцевого преобразователя представлена на рис. 1. Ось симметрии кольцевых электродов совпадает с одной из осей ортотропного материала –  $OZ$ . Будем полагать, что толщина кольцевых электродов пренебрежимо мала по сравнению с размером колец электродов.

Предположим, что толщина контролируемого материала, обладающего ортогональной анизотропией  $b$ , меньше глубины зоны контроля конденсатора

$$b < R_2^{k+1} - R_1^{k+1}, \quad (2)$$

где  $R_1^{k+1}, R_2^{k+1}$  – внутренний и внешний радиусы электродов каждой пары кольцевого преобразователя;  $k = 1, 2, \dots, m$ .

Для проведения расчетов воспользуемся методом изотропизирующего преобразования координат [1]. Сущность этого метода заключается в таком преобразовании координат в анизотропной среде, чтобы в полученных новых выражениях уравнение Лапласа соответствовало бы уравнению в изотропной среде, причем на границе раздела изотропного и анизотропного пространств новые и старые координаты должны быть сопряжены. Тогда после выполнения изотропизирующего преобразования на границе раздела двух сред произойдет деформация кольцевых электродов. Они примут эллипсоидальный вид, их радиусы в полярной системе координат будут описываться функцией от угла  $\varphi$  по отношению к одной из осей анизотропии материала [2]

$$R^l(\varphi) = R^l \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi}, \quad (3)$$

где  $l$  – номер электрода;  $l = 1, 2, \dots, m$ .

Отсутствие радиальной симметрии приводит к изменению радиусов кривизны электродов и межэлектродных расстояний. Поверхностная плотность заряда становится функцией двух переменных  $\sigma(r, \varphi)$  и достигает максимального значения в наиболее узких областях межэлектродных зазоров.

Диэлектрическая проницаемость изотропизированного пространства будет определяться как [3]:

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_1 = 1, & -\infty < z < h; \\ \varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_y \varepsilon_x}, & h < z < h + b; \\ \varepsilon_3 = 1, & h + b < z < +\infty. \end{cases} \quad (4)$$

где  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  – константы тензора диэлектрической проницаемости вдоль осей анизотропии контролируемого материала  $OX$  и  $OY$ ;  $h$  – толщина воздушного зазора.

На границах раздела слоев  $y = h$  и  $y = h + b$  появятся наведенные заряды. Эти заряды заменяются сосредоточенными, отраженными от границ раздела, расчетными зарядами. Коэффициенты отражений  $\lambda_1, \lambda_2$ , коэффициент повторных отражений  $\gamma$  для этих зарядов определяются выражениями [4]:

$$\lambda_1 = \frac{\varepsilon_1 - \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y}}{\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y}}; \quad (5)$$

$$\lambda_2 = 4 \frac{\varepsilon_1 \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} (\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} - \varepsilon_3)}{(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y})^2 (\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} + \varepsilon_3)}; \quad (6)$$

$$\gamma = \alpha_{21} \alpha_{23} = \frac{(\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} - \varepsilon_1)(\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} - \varepsilon_3)}{(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y})(\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} + \varepsilon_3)}. \quad (7)$$

Согласно теории потенциала [3] исходное выражение при составлении интегрального уравнения для радиально-симметричного поля имеет вид

$$V_M = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0} \int_s \frac{\sigma(s)}{r_{MN}} ds = \iint_{r\varphi} \frac{\sigma(t, \varphi)}{r_{MN}} t dt d\varphi, \quad (8)$$

где  $\sigma(t, \varphi)$  – функция распределения заряда.

Учтем, что расстояние между точкой наблюдения  $M(r^k, \vartheta)$  и переменной точкой расположения элементарного заряда  $N(t^l, \varphi)$  в полярных координатах

$$r^k = \sqrt{t^2 + r^{k2} - 2tr^k \cos(\varphi - \vartheta_w)}, \quad (9)$$

тогда для потенциала каждого из  $m$  знакопеременно заряженных концентрических компланарных электродов, расположенных в трехслойной среде, получим систему интегральных уравнений [5]:

$$\frac{1}{4} \sum_{l=1}^m \int_{R_1^l}^{R_2^l} \sigma_l(t, \varphi) \left[ K(r^k, \theta, t, \varphi) + \lambda_1 L(r^k, \theta, t, \varphi) + \lambda_2 M(r^k, \theta, t, \varphi) \right] dt = \pi \varepsilon_1 \varepsilon_0 V_k, \quad (10)$$

где

$$R_1^k \leq r^k \leq R_2^k; \quad k = 1, 2, \dots, m;$$

$$V_k = \begin{cases} V_1 & \text{при } k = 1, 3, \dots; \\ V_2 & \text{при } k = 2, 4, \dots \end{cases}$$

Для численного решения системы интегральных уравнений (10) воспользуемся методом Крылова – Боголюбова. Согласно названному методу промежутки интегрирования на поверхности деформированных электродов разобьем на криволинейные секторы (рис. 2), в пределах которых искомая функция  $\sigma_l(t, \varphi)$  принимает постоянное значение и выносится за знак интеграла [6].

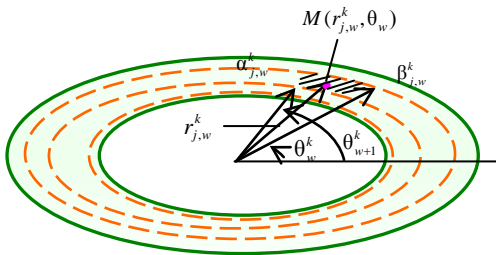


Рис. 2. К определению границ интегрирования на concentрических электродах в анизотропной среде

Разбиение осуществим как по угловым, так и по радиальным направлениям. Если координаты краев  $l$ -го электрода  $R_1^l, R_2^l$ , а центр весовой функции имеет координату  $R_0^l$ , то границы интегрирования криволинейных участков зададим следующим образом:

$$\alpha_{j,\varphi}^k = \alpha_j^k \sqrt{\frac{\varepsilon_z \cos^2 \varphi + \varepsilon_x \sin^2 \varphi}{\varepsilon_y}}; \quad (11)$$

$$\beta_{j,\varphi}^k = \beta_j^k \sqrt{\frac{\varepsilon_z \cos^2 \varphi + \varepsilon_x \sin^2 \varphi}{\varepsilon_y}}.$$

Здесь  $\alpha_j^k, \beta_j^k$  – границы разбиений колец электродов, они равны:

$$\alpha_j^k = R_0^k - (R_0^k - R_1^k) \frac{1 - q_1^{n_1+1-j}}{1 - q_1^{n_1}}; \quad (12)$$

$$\alpha_j^k = R_0^k + (R_2^k - R_0^k) \frac{1 - q_1^{j-n_1-1}}{1 - q_1^{n_2}};$$

$$\beta_j^k = R_0^k + (R_2^k - R_0^k) \frac{1 - q_2^{j-n_1}}{1 - q_2^{n_2}}, \quad (13)$$

$j = 1, 2, 3, \dots, 2(n_1 + n_2)$ , аналогичным образом определяются границы разбиения для  $\alpha_i^l, \beta_i^l$ .

Угловые границы криволинейных участков  $\theta_w$  зададим с учетом кривизны линий и выразим с помощью геометрической прогрессии:

$$\theta_w = \frac{\pi}{2} \left( \frac{q^{\frac{N-w}{4}} - q^{\frac{N}{4}+1}}{1 - q^{\frac{N}{4}+1}} \right) \text{ при } 0 \leq w \leq \frac{N}{4} - 1;$$

$$\theta_w = \pi - \theta_{\frac{N}{2}-1-w} \text{ при } \frac{N}{4} \leq w \leq \frac{N}{2} - 1;$$

$$\theta_w = \pi + \theta_{\frac{N}{2}-w} \text{ при } \frac{N}{2} \leq w \leq \frac{3N}{4} - 1;$$

$$\theta_w = 2\pi - \theta_{N-w-1} \text{ при } \frac{3N}{4} \leq w \leq N - 1. \quad (14)$$

Координаты точки наблюдения  $M(r_{j,w}^k, \vartheta_w)$  и переменной точки расположения элементарного заряда  $N(t_{i,v}^l, \varphi_v)$  выразим как:

$$r_{1 \leq j \leq n_1 + n_2, 0 \leq w \leq N-1}^k = \frac{\alpha_{j,w}^k + \beta_{j,w}^k}{2}; \quad t_{1 \leq i \leq n_1 + n_2, 0 \leq v \leq N-1}^l = \frac{\alpha_{i,v}^l + \beta_{i,v}^l}{2};$$

$$\vartheta_w = \frac{\theta_w + \theta_{w-1}}{2}, \quad 0 \leq w \leq N - 1. \quad (15)$$

Интегрирование проведем в пределах секторов (рис. 2), для которых поверхностная плотность заряда  $\sigma(t_{i,v}^l, \varphi_v) = \text{const}$ . Составляющая ядра, обусловленная физическими зарядами, будет определяться выражением

$$K(r_{j,w}^k, v_w, t_{i,v}^l, j_v) = \int_{v_v}^{v_{v+1}} \int_{\alpha_{i,v}^l}^{\beta_{i,v}^l} \frac{1}{4} t dt d\varphi \sqrt{t^2 + r_{j,w}^k{}^2 - 2tr_{j,w}^k \cos(\varphi - v_w)}. \quad (16)$$

Составляющая ядра, обусловленная отраженными от первой граница раздела слоев диэлектрика ( $z = h$ ) зарядами, будет определяться выражением

$$L(r_{j,w}^k, \vartheta_w, t_{i,v}^l, \varphi_v) = \int_{\vartheta_v}^{\vartheta_{v+1}} \int_{\alpha_{i,v}^l}^{\beta_{i,v}^l} \frac{1}{4} d\varphi dt \sqrt{t^2 + r_{j,w}^k{}^2 - 2tr_{j,w}^k \cos(\varphi - \vartheta_w) + 4h^2} \quad (17)$$

Аналогичным образом рассчитаем составляющую ядра, обусловленную отраженными от второй границы раздела слоев диэлектрика ( $z = h + b$ ) зарядами:

$$M(r_{j,w}^k, \vartheta_w, t_{i,v}^l, \varphi_v) = \sum_{s=0}^{\infty} \gamma^s \int_{\vartheta_v}^{\vartheta_{v+1}} \times \int_{\alpha_{i,v}^l}^{\beta_{i,v}^l} \frac{1}{4} d\varphi dt \sqrt{t^2 + r_{j,w}^k{}^2 - 2tr_{j,w}^k \cos(\varphi - \vartheta_w) + 4[b(s+1)h]^2} \quad (18)$$

Система линейных алгебраических уравнений в рассматриваемом случае будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n_1+n_2} \sum_{v=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sum_{v=0}^{N-1} a(r_{j,w}^k, \vartheta_w, t_{i,v}^l, \varphi_v) \sigma(t_{i,v}^l, \varphi_v) = \pi \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_0 V_k}; \\ \sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sum_{v=0}^{N-1} s(t_{i,v}^l, \varphi_v) \sigma(t_{i,v}^l, \varphi_v) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Составляющие коэффициента  $a(r_{j,w}^k, \vartheta_w, t_{i,v}^l, \varphi_v)$  этой системы определяются по (16)–(18). Площади секторов, по которым ведется интегрирование, находим по выражению

$$s(t_{i,v}^l, \varphi_v) = \frac{1}{2} \int_{\vartheta_v}^{\vartheta_{v+1}} (\beta_i^{l^2} - \alpha_i^{l^2}) \left( \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \cos^2 \varphi + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_y} \sin^2 \varphi \right) d\varphi \quad (20)$$

После нахождения дискретных значений  $\sigma(t_{i,v}^l, \varphi_v)$  емкость конденсатора с кольцевыми электродами выразится следующим образом:

$$C = \frac{\sum_{l=1,3,5}^m \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sum_{v=0}^{N-1} s(t_{i,v}^l, \varphi_v) \sigma(t_{i,v}^l, \varphi_v)}{V_1 - V_2} = \frac{\sum_{l=2,4,6}^m \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sum_{v=0}^{N-1} s(t_{i,v}^l, \varphi_v) \sigma(t_{i,v}^l, \varphi_v)}{V_1 - V_2} \quad (21)$$

Рабочая емкость, обусловленная потоком силовых линий в области контролируемого материала, будет определяться как разность

$$C_p = \frac{\sum_{l=1,3,5}^m \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \sum_{v=0}^{N-1} s(t_{i,v}^l, \varphi_v) \sigma(t_{i,v}^l, \varphi_v)}{V_1 - V_2} - \frac{\sum_{l=1,3,5}^m \sum_{i=1}^{n_1+n_2} s(t_i^l) \sigma(t_i^l)}{2(V_1 - V_2)}, \quad (22)$$

где  $\sigma(t_i^l)$  – функция распределения заряда, рассчитанная для однородной среды  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$ ;  $s(t_i^l)$  – площади колец, по которым ведется интегрирование в случае однородной среды,

$$s(t_i^l) = \pi (\beta_i^{l^2} - \alpha_i^{l^2}). \quad (23)$$

На рис. 3 представлены кривые распределения поверхностной плотности заряда, рассчитанные для ортотропного диэлектрика (материал береза:  $\varepsilon_x = 4,39$ ;  $\varepsilon_y = 3,66$ ;  $\varepsilon_z = 3,47$ ) и частного случая изотропной среды  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$ . Размеры электродов:  $R_1^l = 0,5$  см;  $R_2^l = 1,5$  см;  $R_1^2 = 2,0$  см;  $R_2^2 = 3,0$  см. Из графиков видно, что в случае анизотропной среды функция распределения поверхностной плотности заряда изменяется в зависимости от углового направления. Максимальная плотность заряда приходится на те угловые направления, где межэлектродный зазор минимален.

Сравнение емкостей кольцевых НИК, рассчитанных аналитическим путем [5] и рассмотренным численным методом для однородной среды  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$ , дает хорошее совпадение результатов. Так, для кольцевого НИК ( $R_1^l = 0,5$  см;  $R_2^l = 1,5$  см;  $R_1^2 = 2,0$  см;  $R_2^2 = 3,0$  см) согласно [5] значение емкости составляет

1,43 пФ, а расчетное значение емкости – 1,49 пФ. При контроле древесины  $\epsilon_x = 4,39$ ;  $\epsilon_y = 3,66$ ;  $\epsilon_z = 3,47$  с помощью кольцевого НИК ( $R_1^1 = 0,5$  см;  $R_2^1 = 1,5$  см;  $R_1^2 = 2,0$  см;  $R_2^2 = 3,0$  см;  $h = 0$ ;  $b = 10$  см) значение рабочей емкости, вычисленное согласно (22), составило  $C_p = 2,02$  пФ, а экспериментальное значение  $C_p = 1,99$  пФ.

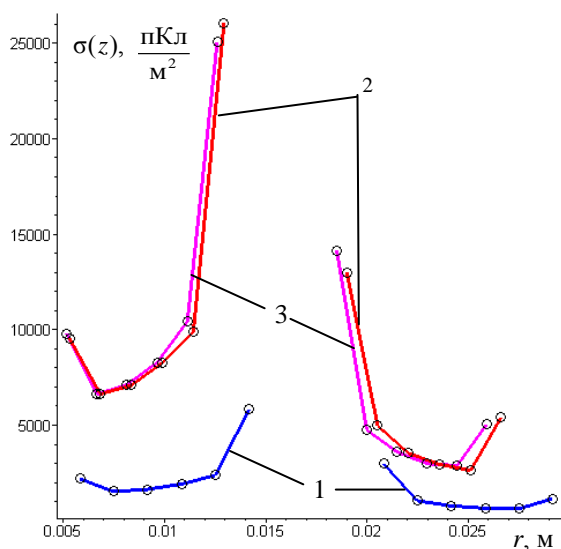


Рис. 3. Графики поверхностной плотности заряда: 1 – однородная среда; 2, 3 – анизотропная среда

## ВЫВОД

Разработанная математическая модель хорошо учитывает основные особенности работы датчиков с кольцевыми электродами. Она позволяет проводить физическое моделирование в ортотропных слоистых средах, обоснованно решать задачи их проектирования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Нетушил, А. В.** Электрические поля в анизотропных средах / А. В. Нетушил // Электричество. – 1950. – № 3. – С. 9–19.
2. **Джежора, А. А.** Расчет электрических полей накладных измерительных конденсаторов в ортотропных средах / А. А. Джежора, В. В. Рубаник // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2005. – № 1. – С. 82–86.
3. **Джежора, А. А.** Компланарные концентрические кольцевые конденсаторы / А. А. Джежора // Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов: материалы XVI междунар. науч.-техн. конф. – Могилев, 2006. – 131 с.
4. **Джежора, А. А.** Расчет емкости датчика с симметричной системой плоских ленточных электродов в случае контроля гетерогенных сред // Весці Акад. навук БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – Минск, 1989. Деп. в ВИНТИ 20.02.1989, № 1099-В89.
5. **Иоссель, Ю. Я.** Расчет электрической емкости / Ю. Я. Иоссель, Э. С. Кочанов, М. Г. Струнский. – Л.: Энергия, 1969. – 329 с.
6. **Конторович, Л. В.** Приближенные методы высшего анализа / Л. В. Конторович, В. И. Крылов. – М.: Гостехиздат, 1952. – 695 с.

Поступила 21.11.2006