

<https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-1-21-31>

УДК 541.12

Влияние упругого ядра на размеры кольцевого изделия при изгибе фторопластовой ленты

Кандидаты техн. наук, доценты Г. А. Вершина¹⁾, Л. Е. Реут¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2019
Belarusian National Technical University, 2019

Реферат. Статья посвящена изучению возможности изготовления фторопластовых изделий методом холодного формования пресованных заготовок и исследованию особенностей механического поведения фторопласта, проявляющихся при деформировании и влияющих на качество и точность изготавливаемых деталей. Рассмотрена технология изготовления фторопластовых уплотнительных колец, получаемых методом навивки ленточной заготовки на цилиндрическую оправку с дальнейшей выдержкой в навитом состоянии и последующим разрезанием спирали на кольца. Важным этапом разработки технологического процесса являются расчет и проектирование инструмента (оправки-калибра), обеспечивающего получение кольцевых изделий требуемых размера и формы. Деформационное поведение фторопласта в условиях силового воздействия значительно отличается от поведения известных классических материалов и обладает целым рядом особенностей и специфических проявлений. Поэтому задача создания расчетной методики для разработки инструмента сложная и требует обоснованного подхода при выборе механической модели полимера. Учитывая, что фторопласт имеет структуру с высокой степенью кристалличности, механизм и последовательность протекания в нем деформаций под воздействием нагрузки во многом подобны поведению металлов и других низкомолекулярных материалов. Это позволяет использовать для расчета фторопластовых изделий методы и подходы, принятые в механике твердых тел, однако учитывая при этом, что деформационные процессы в полимерах протекают во времени и имеют другую природу упругих и остаточных деформаций. При изгибе фторопластовой ленты при наматывании ее на оправку определяющую роль играют остаточные деформации, обеспечивающие изделию необходимые размеры и форму. Однако не менее важны и упругие деформации, которые после снятия нагрузки вызывают пружинение и изменение размеров готового изделия. Доказывается, что даже при высоких степенях деформирования в области нейтрального слоя всегда будет присутствовать упругая зона конечной ширины, которая с учетом всех накапливаемых упругих деформаций оказывает определенное влияние на точность изготавливаемых изделий. При этом фторопласт является разномодульным материалом, имеющим упругость при растяжении значительно более высокую, чем при сжатии, а поэтому упругое восстановление в большей мере связано именно с областью растянутых волокон. На основании анализа деформационного поведения фторопласта с учетом специфики его механических свойств авторами разработана методика расчета инструмента для получения колец заданных размеров. Предложенная методика с достаточной степенью точности согласуется с результатами экспериментальных исследований.

Ключевые слова: фторопласт, деформации при силовом воздействии, механическая модель фторопласта, холодное формование изделий, изгиб фторопластовой ленты, накопление упругих деформаций, упругое ядро, упругое пружинение, расчет цилиндрического инструмента (калибра)

Для цитирования: Вершина, Г. А. Влияние упругого ядра на размеры кольцевого изделия при изгибе фторопластовой ленты / Г. А. Вершина, Л. Е. Реут // *Наука и техника*. 2019. Т. 18, № 1. С. 21–31. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-1-21-31>

Influence of Elastic Core on Size of Ring Product under Bending of Fluoroplastic Band

G. A. Vershina¹⁾, L. E. Reut¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The paper is devoted to study of a possibility to manufacture fluoroplastic products while using method of cold deformation of pressed blanks and research of peculiar features in mechanical behavior of fluoroplastic which are revealed

Адрес для переписки

Вершина Георгий Александрович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 292-76-64
oup@bntu.by

Address for correspondence

Vershina Georgey A.
Belarusian National Technical University
65 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-76-64
oup@bntu.by

during deformation that affects quality and accuracy of the manufactured parts. Manufacturing technique of fluoroplastic sealing rings which are obtained while using method of coiling a band blank on a cylindrical mandrel with further endurance in a wound state and subsequent cutting of a spiral on rings has been considered in the paper. An important stage in the development of the technological process is a calculation and a design of a tool (mandrel caliber) that ensure obtaining of ring products with the required size and shape. Deformation behavior of fluoroplastic under conditions of force action is significantly different from the behavior of the known classical materials and it has a number of specific features and manifestations. Therefore the problem for creation of a calculation methodology for tool development looks as a complicated one and it requires a justified approach while selecting a mechanical model of polymer. Considering the fact that fluoroplastic has a structure with a high degree of crystallinity, a mechanism and sequence of deformations in it due to load are largely similar to the behavior of metals and other low-molecular materials. It allows to use methods and approaches adopted in the mechanics of solids for a calculation of fluoroplastic products however it is necessary to take into account the fact that deformation processes in polymers proceed in time and have a different nature of elastic and residual deformations. When bending the fluoroplastic band in case of winding it on the mandrel residual deformations which provide the required size and shape play the most significant role. However elastic deformations which cause springing and change of size in a finished product after removal of loading are also important. It has been proved that an elastic zone of finite width which has a certain influence on accuracy of manufactured products with due account of all accumulated elastic deformations will be present in the field of a neutral layer even at high degrees of deformation. In this case, fluoroplastic is a multi-modulus material having elasticity which at stretching is significantly higher than in compression, and therefore elastic recovery is more associated with the area of stretched fibers. The authors have developed a methodology for calculation of the tool for obtaining rings of the required size on the basis of the analysis pertaining to deformation behavior of the fluoroplastic while taking into account specificity of its mechanical properties. The proposed methodology with a sufficient degree of accuracy is consistent with the results of experimental studies.

Keywords: fluoroplastic, deformations due to force actions, mechanical model of fluoroplastic, cold formation of products, bend of fluoroplastic band, accumulation of elastic deformations, elastic core, elastic springing, calculation of cylindrical tool (caliber)

For citation: Vershina G. A., Reut L. E. (2019) Influence of Elastic Core on Size of Ring Product under Bending of Fluoroplastic Band. *Science and Technique*. 18 (1), 21–31. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-1-21-31> (in Russian)

Введение

В настоящее время в различных отраслях промышленности и народного хозяйства одно из ведущих мест занимают полимерные материалы и модификации на их основе. Высокая востребованность полимеров обусловлена особенностями и уникальностью их свойств, принципиально отличающихся от свойств известных классических материалов, что обеспечивает полимерным изделиям требуемые эксплуатационные характеристики в различных температурно-силовых условиях. Полимерные материалы экологичны, долговечны, обладают высокой прочностью, являются технологичными в обработке и переработке и могут быть получены химическим путем в любом количестве и с любыми заданными свойствами. Уникальность свойств полимеров делает их практически незаменимыми материалами в радиоэлектронике и приборостроении, военной, авиационной и космической технике, сельском хозяйстве и медицине, электротехнической, химической и пищевой промышленности, машиностроительных конструкциях и строительном производстве [1].

Одно из достойных мест в ряду полимерных конструкционных материалов занимает

фторопласт, открытый в 1938 г. и известный первоначально под названием тефлон. Широкое применение фторопласта обусловлено спецификой и уникальностью его физических и механических свойств. Он обладает химической инертностью к любым агрессивным средам, проявляемой вплоть до 300 °С, отличными диэлектрическими и антифрикционными свойствами, высокой механической прочностью и эластичностью, сохраняемыми в диапазоне температур от –269 °С до 260 °С, уникальной для пластмасс термо- и морозостойкостью, гидрофобностью. Все эти качества в сочетании с высокой технологичностью изготовления из него деталей (в силу большой плотности (2,2–2,3 г/см³) фторопласт легко поддается обработке резанием, а его высокая пластичность и деформируемость, проявляемые даже при низких температурах, позволяют изготавливать фторопластовые изделия методами силового формоизменения) обеспечивают этому материалу широкое применение для деталей узлов и механизмов различных машиностроительных конструкций [2–4].

В статье рассматривается технологический процесс изготовления уплотнительных фторо-

пластовых колец, получаемых из ленточной заготовки путем ее наматывания на цилиндрическую оправку с последующими нагреванием, термофиксацией и разрезкой на кольца [5, 6]. Этот метод обладает рядом преимуществ, связанных со значительным снижением отходов производства и повышением производительности за счет автоматизации полного производственного цикла. Однако необходимость обязательной термообработки с целью фиксации размеров детали приводит к дополнительным энергозатратам, что требует увеличения времени изготовления и, как следствие, повышает стоимость изделий.

Цель работы и постановка задачи

Цель работы – исследование возможности изготовления колец методом холодной навивки ленты на цилиндрическую оправку-калибр и разрезания спирали на кольца без последующей их термофиксации, а также расчет инструмента, обеспечивающего получение изделий требуемого диаметра.

Следует отметить, что деформационное поведение полимеров в условиях силового воздействия значительно отличается от поведения известных классических материалов. Полимер обладает целым рядом особенностей и специфических проявлений, зависящих от его природы, молекулярного строения, химической и физической структуры, а также от температуры, скорости нагружения и времени воздействия нагрузки [7, 8]. Это вызывает большие трудности при создании строгой теории механики полимеров, и в настоящее время основными формулами, используемыми в расчетах, являются эмпирические формулы, построенные на результатах экспериментальных исследований.

Разработка технологического процесса изготовления фторопластовых колец [5, 6] методом холодной навивки, помимо разработки температурно-скоростного режима, включает в себя расчет и проектирование инструмента, обеспечивающего получение изделий требуемых размеров и формы. При отсутствии теории механического поведения полимеров в условиях силового воздействия для выполнения вышеуказанных расчетов необходимо принятие расчетной модели для фторопласта и использо-

вание для этой модели соответствующих методов, подходов и расчетных формул.

На основании анализа строения фторопласта, учитывая высокую плотность материала и степень кристалличности структуры (80–95 %), с достаточной степенью точности его механическое поведение под нагрузкой можно рассматривать аналогично поведению классических низкомолекулярных материалов и принять для расчета фторопластовых изделий методы и подходы, используемые в механике твердых деформируемых тел [9].

В [10] рассмотрен изгиб фторопластовой ленты прямоугольного сечения и выполнен расчет диаметра оправки, обеспечивающей получение кольцеобразного изделия требуемого размера. Наматывание ленты на цилиндрическую оправку, т. е. сворачивание ее в кольцо, происходит по схеме чистого изгиба, при котором наружные и внутренние волокна получают соответственно деформацию растяжения и сжатия. В полимерах, как и в низкомолекулярных материалах, при деформировании возникают обратимые упругие и необратимые остаточные деформации, однако с той лишь разницей, что деформации в полимерах имеют иную природу и другой характер протекания [4, 7]. При этом, как показывают исследования [8, 11], при сжатии фторопласта образец после снятия нагрузки практически не восстанавливает свои размеры даже с течением времени, откуда следует, что доля упругих деформаций при сжатии бесконечно мала и почти весь объем материала охвачен необратимыми остаточными деформациями. В то же время при растяжении фторопласт проявляет высокую эластичность, доля возникающих в нем упругих деформаций довольно велика, и образец после разгрузки частично возвращается к первоначальным размерам, хотя сохраняется некоторое удлинение, не исчезающее со временем. Таким образом, при выполнении расчетов в [10] для фторопласта были приняты следующие модели механического поведения: в области сжатия он рассматривался как жесткопластичный, а в области растяжения – как упругопластичный материал.

Однако задача изгиба фторопластовой ленты при сворачивании ее в кольцо требует некоторого уточнения, связанного с необходимостью учета доли упругих деформаций в области сжатых волокон и влиянием этого фактора на результаты решения. Наличие зоны упругости

в области сжатия можно доказать математически. Поэтому целью данной работы являются корректировка постановки задачи, в которой фторопласт как в области растяжения, так и в области сжатия будет рассматриваться как упругопластичный материал, а также решение задачи в новой постановке и сравнительный анализ результатов.

Обоснование и разработка расчетной методики

Рассмотрим изгиб фторопластовой ленты путем наматывания ее на цилиндрическую оправку (рис. 1) и примем для фторопласта модель идеального (без упрочнения) упругопластичного материала (модель Прандтля), считая, что в сечении и в области растяжения, и в области сжатия, помимо остаточных, присутствуют и упругие деформации.

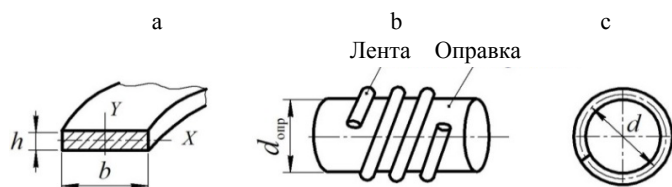


Рис. 1. Схема деформации ленты:

а – вид сечения; б – наматывание ленты на оправку; в – готовое кольцевое изделие

Fig. 1. Band deformation scheme: a – type of section; б – winding band on a caliber; в – finished ring product

При этом необходимо учитывать, что фторопласт имеет различную механическую жесткость при растяжении и сжатии, т.е. является разномодульным материалом ($E_{сж} \neq E_{раст}$), а значит, и наклон участков, соответствующих области применения модуля упругости, на принятой диаграмме Прандтля будет различным (рис. 2).

Важной особенностью является также и то, что для различных модификаций фторопласта эти величины могут отличаться не только по величине, но и по соотношению: некоторые марки фторопласта являются более жесткими при растяжении, некоторые – при сжатии, в результате и форма диаграммы Прандтля будет изменяться соответствующим образом.

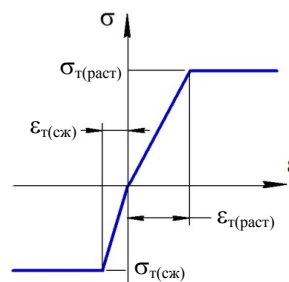


Рис. 2. Механическая модель фторопласта
Fig. 2. Mechanical model of fluoroplastic

Сварачивание ленты в кольцо происходит по схеме чистого изгиба (рис. 3а), при котором изгибающий момент сначала приводит к появлению в сечении упругих деформаций, а затем возникают остаточные деформации, которые, начинаясь от наружных поверхностей ленты, по мере увеличения момента продвигаются в глубь сечения, уменьшая упругую область (рис. 3б) и изменяя характер распределения напряжений по сечению (рис. 3с).

Рассмотрим изгиб ленты, когда и в растянутых, и в сжатых волокнах первоначально возникают только упругие деформации. Тогда, согласно линейной теории упругости [12–14], продольная деформация волокна (рис. 3а) пропорциональна его расстоянию от нейтрального слоя и определяется зависимостью

$$\epsilon = \frac{y}{\rho} \tag{1}$$

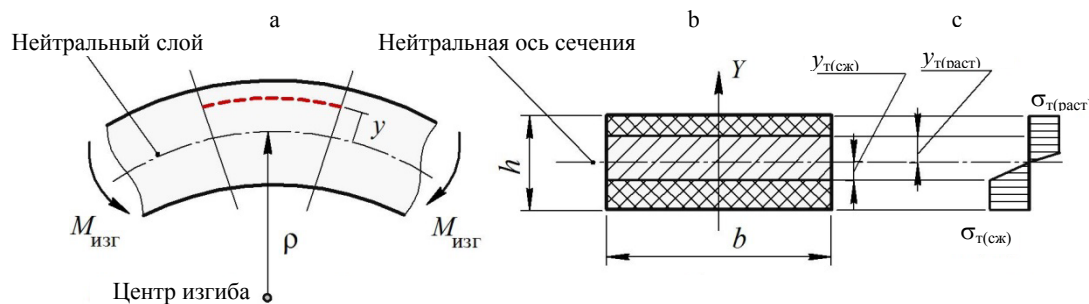


Рис. 3. Изгиб ленты и характер изменения напряжений в сечении
Fig. 3. Bending of band and nature of stress changes in cross section

Следовательно, для волокон, расположенных на одинаковом расстоянии от нейтрального слоя, справедливым будет равенство

$$\varepsilon_{\text{раст}} = \varepsilon_{\text{сж}}. \quad (2)$$

Но, с другой стороны, согласно закону Гука

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}. \quad (3)$$

Поэтому для растянутых и сжатых волокон деформации будут соответственно равны:

$$\varepsilon_{\text{раст}} = \frac{\sigma_{\text{раст}}}{E_{\text{раст}}}; \quad \varepsilon_{\text{сж}} = \frac{\sigma_{\text{сж}}}{E_{\text{сж}}}. \quad (4)$$

Подставляем значения (4) в (2) и для равноудаленных волокон получаем

$$\sigma_{\text{сж}} = \frac{E_{\text{сж}}}{E_{\text{раст}}} \sigma_{\text{раст}}. \quad (5)$$

Так как фторопласт имеет различную жесткость при растяжении и сжатии, т.е. различные модули упругости при этих деформациях, напряжения в равноудаленных волокнах также будут неодинаковыми. Так, фторопласт Ф-4 является более жестким при сжатии ($E_{\text{сж}} > E_{\text{раст}}$), а это значит, что в указанных волокнах при одинаковых деформациях $\sigma_{\text{сж}} > \sigma_{\text{раст}}$. При изгибе ленты из Ф-4 по мере увеличения ее кривизны ($1/\rho$) в первую очередь именно в области сжатия на границе сечения $y_{\text{сж}} = y_{\text{т(сж)}} = h/2$ (рис. 3б) начнется «текучесть» материала и появятся остаточные деформации. Это произойдет, когда

$$\sigma_{\text{сж}} = \varepsilon_{\text{сж}} E_{\text{сж}} = \frac{y_{\text{т(сж)}}}{\rho_1} E_{\text{сж}} = \frac{h/2}{\rho_1} E_{\text{сж}} = \sigma_{\text{т(сж)}}, \quad (6)$$

что соответствует радиусу кривизны ленты ρ_1 , на основании (6) равному

$$\rho_1 = \frac{E_{\text{сж}} h}{2 \sigma_{\text{т(сж)}}}. \quad (7)$$

В момент наступления текучести в крайних сжатых волокнах, где $\sigma_{\text{сж}} = \sigma_{\text{т(сж)}}$, вся область растяжения остается упругой. Здесь напряжения пока не достигают своего предельного значения $\sigma_{\text{т(раст)}}$ и на основании зависимости (5) равны

$$\sigma_{\text{раст}} = \frac{E_{\text{раст}}}{E_{\text{сж}}} \sigma_{\text{т(сж)}} < \sigma_{\text{т(раст)}}. \quad (8)$$

Увеличиваем кривизну ленты до тех пор, пока на границе в области растяжения на уровне сечения $y_{\text{раст}} = y_{\text{т(раст)}} = h/2$ также появится текучесть. Это произойдет, когда

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{раст}} &= \varepsilon_{\text{раст}} E_{\text{раст}} = \frac{y_{\text{т(раст)}}}{\rho_2} E_{\text{раст}} = \\ &= \frac{h/2}{\rho_2} E_{\text{раст}} = \sigma_{\text{т(раст)}}, \end{aligned} \quad (9)$$

что соответствует радиусу кривизны ленты ρ_2 , на основании (9) равному

$$\rho_2 = \frac{E_{\text{раст}} h}{2 \sigma_{\text{т(раст)}}}. \quad (10)$$

Отношение радиусов (7) и (10) показывает, что для наступления текучести в крайних растянутых волокнах радиус кривизны следует уменьшить в m раз, т.е. $\rho_2 = m \rho_1$

$$m = \frac{E_{\text{раст}}}{E_{\text{сж}}} \frac{\sigma_{\text{т(сж)}}}{\sigma_{\text{т(раст)}}}. \quad (11)$$

Дальнейшее увеличение кривизны ленты приведет к продвижению зоны остаточных деформаций вглубь сечения (рис. 3б, с) и уменьшению упругой зоны как в области растяжения, так и в области сжатия. Определим для любого момента изгиба соотношение размеров упругих зон в этих областях. На основании зависимости (1) и закона Гука (3) радиус кривизны ленты $\rho = E y / \sigma$. Соответственно для областей растяжения и сжатия имеем выражения:

$$\rho = \frac{E_{\text{сж}}}{\sigma_{\text{т(сж)}}} y_{\text{т(сж)}}; \quad \rho = \frac{E_{\text{раст}}}{\sigma_{\text{т(раст)}}} y_{\text{т(раст)}}. \quad (12)$$

Приравниваем значения (12) и получаем

$$y_{\text{т(сж)}} = m y_{\text{т(раст)}}, \quad (13)$$

где m – коэффициент, определяемый по (11).

Зависимость (13) показывает, что если зона упругости есть хотя бы в одной области, она обязательно будет присутствовать и в другой. В противном случае, если рассматривать область сжатия жесткопластичной и принять для

нее $y_{T(сж)} = 0$, как это было сделано в [10], значит, и в растянутой области также будет отсутствовать упругая зона, что не подтверждается экспериментально. Фторопластовый образец при растяжении обладает значительным запасом упругости и при разгрузке достаточно быстро восстанавливает размеры, хотя и не полностью, сохраняя некоторое остаточное удлинение [3–4]. Наличие упругой зоны в области сжатия подтверждается также зависимостью (1), которая на основании рис. 1, 3 принимает вид $y_{T(сж)} = \varepsilon_{T(сж)}\rho$. Тогда, предполагая $y_{T(сж)} = 0$ при $\varepsilon_{T(сж)} \neq 0$, получаем $\rho = 0$, а $1/\rho = \infty$, что не соответствует реальным условиям и в действительности неосуществимо. Обязательное наличие в сечении упругой зоны, доказанное в [10] для области растяжения, подтверждается выражением (13) и для области сжатия. А полная ширина упругого ядра на основании этого выражения

$$y_{\text{упр.ядра}} = y_{T(\text{раст})} + y_{T(сж)} = y_{T(\text{раст})} (m + 1). \quad (14)$$

Необходимо отметить, что в сопротивлении материалов и других смежных науках при исследовании несущей способности конструкций рассматривается вопрос, когда при изгибе все сечение охвачено пластической деформацией, а упругое ядро полностью отсутствует. Этот случай считается предельным и означает полное исчерпание несущей возможности элемента, не способного уже воспринимать никакую рабочую нагрузку. В предельном состоянии на нейтральной оси (в симметричных сечениях она проходит через центр тяжести сечения, а в несимметричных – по линии, разделяющей сечение на две равновеликие площади) образуется пластический шарнир или шарнир текучести, способный воспринимать деформации изгиба без увеличения нагрузки, т. е. при постоянном изгибающем моменте $M_{\text{гр}}$ [12, 13]. Поэтому расчеты, связанные с оценкой несущей способности конструкции, основаны на рассмотрении предельного состояния и вычислении соответствующих параметров данного процесса.

Однако захват всего сечения пластической деформацией является гипотетическим случаем и в реальности существовать не может. Даже в предельном состоянии упругая область вблизи нейтральной оси, пусть даже очень незначи-

тельная по размерам, но все же будет присутствовать [15]. В силу малости ширины упругой прослойки во многих расчетах, если упругое последствие детали роли не играет, упругими деформациями пренебрегают и рассматривают предельное состояние в том виде, как описано выше. Однако для многих технологических процессов, например при изготовлении деталей методами силового формоизменения и особенно при холодном формообразовании, учет наличия упругой области крайне важен, так как возникающее после разгрузки упругое пружинение требует соответствующего расчета инструмента и оснастки, обеспечивающих получение деталей заданных размеров и формы.

Возвращаясь к вопросу фторопласта и принимая для марки Ф-4 значения механических характеристик (ГОСТ 10007–80): $\sigma_{T(сж)} = 12$ МПа, $\sigma_{T(\text{раст})} = 14$ МПа, $E_{сж} = 686$ МПа, $E_{\text{раст}} = 410$ МПа, на основании (11) получаем $m \approx 0,5$. Значит, согласно (13), ширина зоны упругости сжатых волокон составляет примерно половину ширины зоны упругости в области растяжения. В зависимости от механических характеристик фторопласта, либо его модификаций, значение коэффициента m может изменяться, но суть обязательного наличия упругих зон в сечении остается неизменной.

Продолжим решение задачи с учетом принятой постановки и рассмотрим в сечении четыре зоны (рис. 3b): зону упругих и остаточных деформаций в области растяжения и такие же зоны в области сжатия [12, 13].

На основании условия равновесия внешних и внутренних сил и согласно линейной теории изгиба [14] изгибающий момент определяется интегралом вида (рис. 3a)

$$M_{\text{изг}} = \int_A \sigma y dA = \left| dA = b dy \right| = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma y b dy. \quad (15)$$

Разбиваем интеграл (15) на указанные зоны и определяем величину изгибающих моментов, вызывающих соответствующие деформации в растянутых и сжатых волокнах.

В области растяжения (рис. 3b, c) от нейтральной оси до точек $y = y_{T(\text{раст})}$ возникает упругая деформация с напряжениями $\sigma = E_{\text{раст}}\varepsilon = E_{\text{раст}}(y/\rho)$, а от уровня $y = y_{T(\text{раст})}$ до края сечения – остаточная, в которой напряжения посто-

яны ($\sigma = \sigma_{\text{т(раст)}}$) (рис. 3б, с). Изгибающий момент, вызывающий указанные деформации в области растяжения:

$$M_{\text{раст}} = \int_0^{y_{\text{т(раст)}}} \sigma y b dy + \int_{y_{\text{т(раст)}}}^{+h/2} \sigma_{\text{т(раст)}} y b dy =$$

$$= \int_0^{y_{\text{т(раст)}}} E_{\text{раст}} \frac{y}{\rho} y b dy + \int_{y_{\text{т(раст)}}}^{+h/2} \sigma_{\text{т(раст)}} y b dy = \quad (16)$$

$$= \frac{E_{\text{раст}} b y_{\text{т(раст)}}^3}{3\rho} + \frac{\sigma_{\text{т(раст)}} b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_{\text{т(раст)}}^2 \right),$$

где

$$y_{\text{т(раст)}} = \varepsilon_{\text{т(раст)}} \rho = \frac{\sigma_{\text{т(раст)}}}{E_{\text{раст}}} \rho. \quad (17)$$

Подставляем (17) в (16), преобразовываем и получаем выражение для изгибающего момента $M_{\text{раст}}$ в области растяжения

$$M_{\text{раст}} = \frac{\sigma_{\text{т(раст)}} b h^2}{8} - \frac{\sigma_{\text{т(раст)}}^3 b}{6E_{\text{раст}}^2} \rho^2. \quad (18)$$

В области сжатия, согласно принятой постановке задачи, также возникают две деформации: от нейтральной оси до точек границы $y = y_{\text{т(сж)}}$ – упругая с напряжениями $\sigma = E_{\text{сж}}(y/\rho)$, а от уровня $y_{\text{т(сж)}}$ до края сечения – остаточная, в которой $\sigma = \sigma_{\text{т(сж)}}$ (рис. 3б, с). Тогда момент $M_{\text{сж}}$ в области сжатия с учетом знака координаты y равен

$$M_{\text{сж}} = \int_{-y_{\text{т(сж)}}}^0 \sigma(-y) b dy + \int_{-h/2}^{-y_{\text{т(сж)}}} \sigma_{\text{т(сж)}}(-y) b dy =$$

$$= \int_{-y_{\text{т(сж)}}}^0 E_{\text{сж}} \frac{(-y)}{\rho} (-y) b dy + \int_{-h/2}^{-y_{\text{т(сж)}}} \sigma_{\text{т(сж)}}(-y) b dy = \quad (19)$$

$$= \frac{E_{\text{сж}} b y_{\text{т(сж)}}^3}{3\rho} + \frac{\sigma_{\text{т(сж)}} b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_{\text{т(сж)}}^2 \right),$$

где

$$y_{\text{т(сж)}} = \varepsilon_{\text{т(сж)}} \rho = \frac{\sigma_{\text{т(сж)}}}{E_{\text{сж}}} \rho. \quad (20)$$

Подставляем значение (20) в (19), преобразовываем и получаем выражение для изгибающего момента $M_{\text{сж}}$ в области сжатия

$$M_{\text{сж}} = \frac{\sigma_{\text{т(сж)}} b h^2}{8} - \frac{\sigma_{\text{т(сж)}}^3 b}{6E_{\text{сж}}^2} \rho^2. \quad (21)$$

Полный изгибающий момент в сечении на основании (18) и (21) определяется как

$$M_{\text{полн}} = M_{\text{раст}} + M_{\text{сж}} = \frac{b h^2}{8} \left[\sigma_{\text{т(раст)}} + \sigma_{\text{т(сж)}} \right] -$$

$$- \frac{\sigma_{\text{т(раст)}}^3 b}{6E_{\text{раст}}^2} \left[1 + \frac{\sigma_{\text{т(сж)}}^3}{\sigma_{\text{т(раст)}}^3} \frac{E_{\text{раст}}^2}{E_{\text{сж}}^2} \right] \rho^2$$

и после преобразования принимает вид

$$M_{\text{полн}} = p - q k \rho_{\text{полн}}^2, \quad (22)$$

где $\rho_{\text{полн}}$ – радиус кривизны ленты, создаваемой упругими и остаточными деформациями; q, p, k – значения, введенные для упрощения вида формулы и соответственно равные:

$$q = \frac{\sigma_{\text{т(раст)}}^3 b}{6E_{\text{раст}}^2}; \quad p = \frac{b h^2}{8} (\sigma_{\text{т(раст)}} + \sigma_{\text{т(сж)}});$$

$$k = 1 + \frac{\sigma_{\text{т(сж)}}^3}{\sigma_{\text{т(раст)}}^3} \frac{E_{\text{раст}}^2}{E_{\text{сж}}^2}. \quad (23)$$

Полная кривизна ленты, создаваемая суммарным действием упругих и остаточных деформаций, на основании (22) может быть определена как

$$\frac{1}{\rho_{\text{полн}}} = \sqrt{\frac{qk}{p - M_{\text{полн}}}}. \quad (24)$$

При выполнении расчетов важно помнить, что пластическое формоизменение всегда сопровождается наличием в материале упругих деформаций, которые сохраняются до момента снятия нагрузки, а после разгрузки исчезают, создавая эффект упругого пружинения [13, 16]. А это значит, что на любом этапе нагружения, в том числе и за пределом текучести, когда появляются остаточные деформации, полная деформация элемента $\Delta_{\text{полн}}$ всегда определяется суммой ($\Delta_{\text{упр}} + \Delta_{\text{ост}}$) (рис. 4), а накопленные на данный момент упругие деформации в соответствии с законом разгрузки [13, 14, 16] всегда являются линейными и подчиняются закону Гука. Таким образом, при изгибе фторопластовой ленты до тех пор, пока она находится под нагрузкой, ее полная деформация (полная кривизна)

$$\frac{1}{\rho_{\text{полн}}} = \frac{1}{\rho_{\text{упр}}} + \frac{1}{\rho_{\text{ост}}}. \quad (25)$$

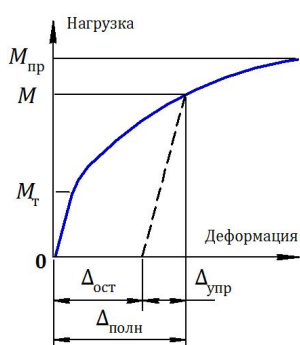


Рис. 4. Диаграмма нагружения

Fig. 4. Loading diagram

Упругие деформации будут присутствовать не только в области упругого ядра, о котором было сказано выше, но и во всем сечении, включая области, захваченные остаточной деформацией. Это следует учитывать при выполнении расчетов, так как именно полная величина всех упругих деформаций определит степень пружинения и упругого изменения размеров заготовки.

Рассмотрим изгибающий момент, при котором на данном этапе нагружения в сечении возникают не только упругие, но и остаточные деформации и который, следовательно, соответствует значению $M_{полн}$, и определим упругую составляющую деформации (упругую кривизну ленты), созданную моментом такой величины. Основываясь на законе разгрузки (рис. 4) и принимая соотношение $\sigma = E\varepsilon = E y/\rho$, справедливое для упругих деформаций, на основании (15) для областей растяжения и сжатия получаем

$$M_{полн} = \int_0^{+h/2} \sigma y b dy + \int_{-h/2}^0 \sigma(-y) b dy =$$

$$= \int_0^{+h/2} E_{раст} \frac{y}{\rho} y b dy + \int_{-h/2}^0 E_{сж} \frac{(-y)}{\rho} (-y) b dy = (26)$$

$$= \frac{bh^3}{24\rho} (E_{раст} + E_{сж}) = \frac{g}{\rho},$$

где

$$g = \frac{bh^3}{24} (E_{раст} + E_{сж}). \quad (27)$$

Тогда упругая кривизна ленты из выражения (26) с учетом (27) будет равна

$$\frac{1}{\rho_{упр}} = \frac{24 M_{полн}}{bh^3 (E_{раст} + E_{сж})} = \frac{M_{полн}}{g}, \quad (28)$$

что выражает закон Гука при изгибе и соответствует значению упругой кривизны стержня для материалов, имеющих одинаковый модуль упругости при растяжении и сжатии, т. е. $1/\rho = M/EI_{н.о}$ [12, 14], где $E_{раст} = E_{сж} = E$, а $I_{н.о} = bh^3/12$ – момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

Как видно из (24) и отмечено в [10], предельным значением для изгибающего момента является величина, равная

$$M_{пр} = p, \quad (29)$$

при которой кривизна изгибаемой ленты $1/\rho = \infty$, а радиус кривизны равен нулю. Это соответствует случаю, когда в сечении согласно формуле (1) $y_{т(раст)} = 0$ и $y_{т(сж)} = 0$ и оно целиком охвачено остаточной деформацией, т. е. зоны упругости и в области растяжения, и в области сжатия отсутствуют. Однако, как было доказано выше, такая ситуация не может существовать в действительности, и указанный предельный случай является чисто теоретическим. Кривизна элемента с расширением зоны остаточной деформации от края сечения к нейтральной оси будет оставаться конечной до тех пор, пока в сечении будет существовать упругая зона. Поэтому упругое ядро, даже бесконечно малой ширины, должно обязательно присутствовать в сечении.

Но применимость формулы (22) для определения изгибающего момента $M_{полн}$ следует ограничивать не только сверху, т. е. предельным состоянием, когда сечение полностью захвачено необратимыми деформациями, но и снизу, когда в сечении имеют место только упругие области, а остаточные деформации отсутствуют.

Учитывая (13) и принимая для заданной марки фторопласта-4 $m \approx 0,5$, предположим, что в качестве нижнего крайнего случая, когда в сечении имеют место только упругие деформации, следует рассматривать вариант, при котором целиком упруго деформирована область сжатия – от нейтральной оси до края сечения, т. е. когда $y_{т(сж)} = h/2$ (рис. 5а). Тогда, согласно (13), в области растяжения будут гарантированно возникать только упругие деформации. Иначе, если в качестве нижнего крайнего случая упругую деформацию рассматривать в области растяжения, приняв $y_{т(раст)} = h/2$, на основании (13) $y_{т(сж)} = h/4$, т. е. область сжатия будет наполовину охвачена остаточными деформациями (рис. 5б).

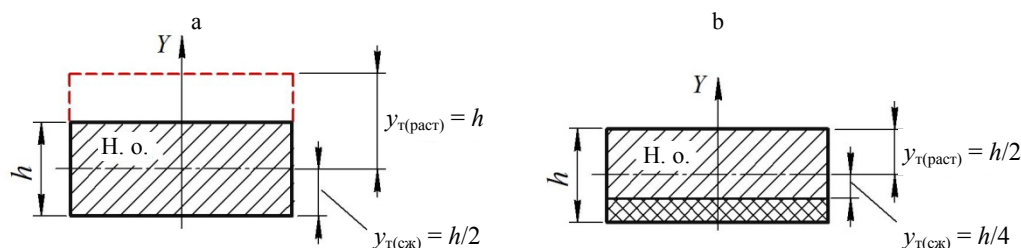


Рис. 5. Соотношение зон упругости при изгибе фторопластовой ленты

Fig. 5. Ratio of elastic zones while bending fluoroplastic band

Таким образом, рассматривая область сжатия в качестве крайнего случая, определим изгибающий момент M_T , называемый моментом текучести, до которого вся область сжатых волокон будет испытывать только упругие деформации (рис. 4 и 5а), и только на самом краю сечения напряжения достигнут предельного значения $\sigma_{T(сж)}$

$$\sigma = M_T / W_x = \left| W_x = bh^2 / 6 \right| = 6M_T / bh^2 = \sigma_{T(сж)}, \quad (30)$$

где

$$M_T = bh^2 \sigma_{T(сж)} / 6. \quad (31)$$

Тогда использование (24) на основании выражений (29) и (31) возможно только в пределах $M_T \leq M_{\text{полн}} \leq M_{\text{пр}}$ (рис. 4), когда остаточная деформация в большей или меньшей степени охватывает сечение

$$bh^2 \sigma_{T(сж)} / 6 < M_{\text{полн}} < p. \quad (32)$$

При разработке технологического процесса изготовления фторопластовых колец по предложенному методу [5, 6] важным этапом являются проектирование инструмента и определение диаметра цилиндрической оправки $d_{\text{опр}}$. Учитывая, что вследствие наличия в заготовке упругих деформаций и после снятия нагрузки возможны пружинение детали и изменение ее размеров, оправку следует проектировать с учетом этого фактора.

Полная кривизна ленты, согласно (25), на основании выражений (24) и (28) с учетом (23) и (26) равна

$$\sqrt{\frac{qk}{p - M_{\text{полн}}}} = \frac{M_{\text{полн}}}{g} + \frac{1}{\rho_{\text{ост}}}. \quad (33)$$

Величина остаточной деформации определяет, по сути, размеры готового изделия,

т. е. диаметр кольца d . Поскольку последний определен техническим заданием и заранее известен, значит, остаточную деформацию, т. е. остаточную кривизну заготовки ($1/\rho_{\text{ост}}$), следует считать величиной заданной и соответственно равной (рис. 1с)

$$1/\rho_{\text{ост}} = 1/(d/2) = 2/d. \quad (34)$$

Подставляем (34) в (33) и приводим последнее к виду кубического уравнения

$$M_{\text{полн}}^3 - \left(p - \frac{4g}{d} \right) M_{\text{полн}}^2 - \frac{4g}{d} \left(p - \frac{g}{d} \right) M_{\text{полн}} - g^2 \left(\frac{4p}{d^2} - qk \right) = 0. \quad (35)$$

В результате решения (35) определяем $M_{\text{полн}}$, а затем по выражению (24) находим кривизну ленты $1/\rho_{\text{полн}}$, включающую в себя упругую и остаточную составляющие. Следует заметить, что в данной задаче из трех корней кубического уравнения только один является действительным, поэтому он и принимается для дальнейшего рассмотрения.

Диаметр оправки $d_{\text{опр}}$, обеспечивающей получение кольцевых изделий заданных размеров, вычисляется как [10]

$$d_{\text{опр}} = 2\rho_{\text{полн}} - 2(h/2) = 2\rho_{\text{полн}} - h. \quad (36)$$

Совершенно очевидно, что $d > d_{\text{опр}}$ (рис. 1), поэтому изготовлению одного готового кольца диаметром d соответствует число витков n заготовки на оправке, равное

$$\pi(d - h) = \pi d_{\text{опр}} n, \text{ откуда } n = (d - h) / d_{\text{опр}}. \quad (37)$$

Предложенная методика расчета и проектирования инструмента достаточно неплохо согласуется с результатами экспериментальных исследований, учитывая специфику свойств фторопласта и целый ряд упрощений и допу-

щений, принятых для него при создании расчетной модели, позволяющей с той или иной точностью использовать для данного полимера теоретические методы и подходы, разработанные для низкомолекулярных материалов.

Графические зависимости для ленточных заготовок из фторопласта-4 с различными размерами прямоугольного сечения, определяющие связь диаметра изготавливаемого кольца d с диаметром оправки $d_{опр}$, обеспечивающей получение кольца требуемого размера с учетом упругого пружинения заготовки после снятия силового воздействия, представлены на рис. 6.

Анализ результатов показывает, что графические зависимости (экспериментальные и расчетные), представленные на рис. 6, имеют одинаковый характер изменения и по своей форме не противоречат друг другу, что подтверждает правильность разработанной методики расчета и корректность расчетных формул. Однако при этом наблюдается некоторое расхождение теоретических значений с опытными, особенно для сечений, имеющих $h/b \geq 1,8$ (рис. 6с–е). Согласно теоретическому подходу, в этих сечениях момент инерции относительно нейтральной оси, равный $I_{н.о} = bh^3/12$ и определяющий жесткость сечения при изгибе, а значит, и упругую кривизну ленты $1/\rho_{упр} = M/EI_{н.о}$, при большом значении h имеет значительную величину, при которой, согласно формуле, упругая кривизна ленты будет невелика. Учитывая, что остаточная кривизна, задаваемая размером готового кольцевого изделия, есть величина фиксированная ($1/\rho_{ост} = 1/(d/2)$), на основании (25) понятно, что полная кривизна $1/\rho_{полн}$ также будет невелика, что и определяет, согласно (36), большой диаметр оправки $d_{опр}$, не совпадающий с опытными его значением.

Рассуждая на тему относительно некоторого несовпадения расчетных данных с опытными, а значит, и возможности применения разработанной методики для расчета и проектирования инструмента (оправки-калибра), следует сказать, что теоретический расчет всегда опирается на логику и строгие математические формулы, которые при создании любой теории являются идеализированными, построенными на целом ряде допущений и упрощений, и которые не всегда в полной мере отражают реальную картину, а только в той или иной степени являются приближенными к ней.

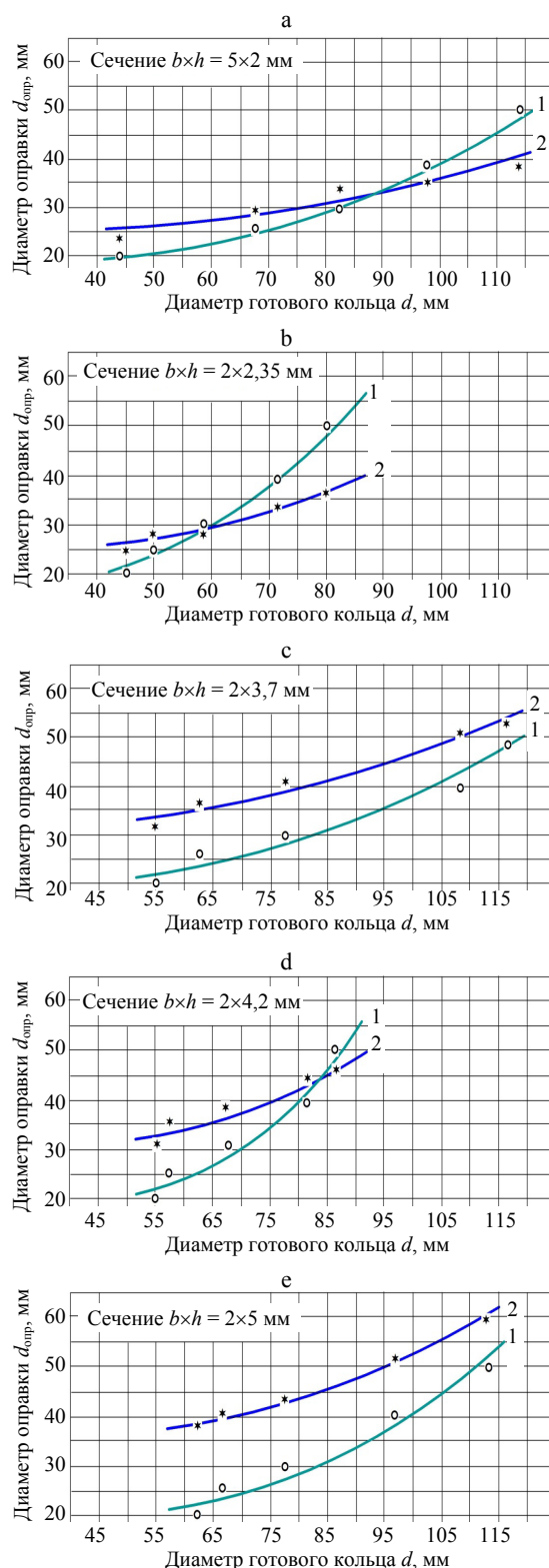


Рис. 6. Зависимости, определяющие связь диаметра изготавливаемого кольца d с диаметром оправки $d_{опр}$: 1 – экспериментальные; 2 – теоретические

Fig. 6. Dependences determining interrelation of manufactured ring diameter d with caliber diameter d_{cal} : 1 – experimental; 2 – theoretical

Поэтому при любом научном исследовании какого-либо явления имеет место некоторое расхождение между теорией и экспериментом. Это в значительной степени относится к полимерам, принципиально новым материалам, обладающим особыми, уникальными свойствами и проявляющими специфическое поведение в различных температурно-силовых условиях.

ВЫВОД

Предложенная методика расчета инструмента для изготовления фторопластовых колец методом холодной навивки ленты на цилиндрическую оправку является вполне достоверной, достаточно точно согласуется с опытными данными и может быть использована для проектирования оправки, обеспечивающей получение колец заданных размеров. При этом следует учитывать, что данные по механическим свойствам фторопласта Ф-4 и модификаций на его основе, представленные в различных справочных источниках, могут отличаться. Для получения наиболее точного и корректного результата необходимо проверять свойства материала в лабораторных условиях и в расчетных формулах использовать соответствующие данные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шур, А. М. Высокомолекулярные соединения / А. М. Шур. М.: Высш. шк., 1981. 656 с.
2. Привалко, В. П. Молекулярное строение и свойства полимеров / В. П. Привалко. Л.: Химия, 2006. 238 с.
3. Краткая химическая энциклопедия: в 5 т. / гл. ред. И. Л. Кнуныц. М.: Советская энциклопедия, 1964. Т. 3: Мальтаза–Пиролиз. 560 с.
4. Тугов, И. И. Химия и физика полимеров / И. И. Тугов, Г. И. Кострыкина. М.: Химия, 2009. 432 с.
5. Способ изготовления разрезного кольца из полимерного материала и устройство для его осуществления: пат. Респ. Беларусь 14191; МПК F16J 9/00, B21F 11/00 / Г. А. Вершина, А. Ю. Пилатов. Оpubл.: 30.04.2011.
6. Способ изготовления разрезных защитных колец из полимерного материала: пат. Респ. Беларусь 19073 / Г. А. Вершина, А. Ю. Пилатов. Оpubл.: 30.04.2015.
7. Каргин, В. А. Структура и механические свойства полимеров / В. А. Каргин. М.: Наука, 1979. 449 с.
8. Гуль, В. Е. Структура и механические свойства полимеров / В. Е. Гуль, В. Н. Кулезнев. М.: Лабиринт, 1994. 370 с.
9. Вершина, Г. А. Анализ деформационного поведения фторопласта-4 в условиях силового воздействия / Г. А. Вершина, Л. Е. Реут // Весці НАН Беларусі. Сер. физ.-техн. наук. 2016. № 4. С. 23–30.
10. Вершина, Г. А. Упругопластический изгиб фторопластовой ленты при сворачивании в кольцо / Г. А. Вершина, Л. Е. Реут // Весці НАН Беларусі. Сер. физ.-техн. наук. 2017. № 2. С. 40–48.
11. Циклис, Д. С. Техника физико-химических исследований при высоких и сверхвысоких давлениях / Д. С. Циклис. М.: Химия, 1965. 416 с.
12. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. М.: Наука, 1967. 550 с.
13. Биргер, И. А. Сопротивление материалов / И. А. Биргер, Р. П. Мавлютов. М.: Наука, 1986. 560 с.
14. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. М.: Наука, 1979. 566 с.
15. Курс сопротивления материалов / М. М. Филоненко-Бородич [и др.]; под общ. ред. М. М. Филоненко-Бородич. М.-Л.: Гостехиздат, 1949. Т. 1. 428 с.
16. Самуль, В. И. Основы теории упругости и пластичности / В. И. Самуль. М.: Высш. шк., 1970. 288 с.

Поступила 09.10.2018

Подписана в печать 18.12.2018

Опубликована онлайн 30.01.2019

REFERENCES

1. Shur A. M. (1981) *High-Molecular Compounds*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 656 (in Russian).
2. Privalko V. P. (2006) *Molecular Structure and Polymer Properties*. Leningrad, Khimiya Publ. 238 (in Russian).
3. Knunyants I. L. (ed.) (1964) *Brief Chemical Encyclopedia. Vol. 3: Maltaza – Pyrolysis*. Moscow, Sovetskaya Entsiklopediya Publ. 560 (in Russian).
4. Tugov I. I., Kostrykina G. I. (2009) *Chemistry and Physics of Polymers*. Moscow, Khimiya Publ. 432 (in Russian).
5. Vershina G. A., Pilatov A. Yu. (2011) *Method for Manufacturing Sectional Ring from Polymer Material and Device for its Realization*. Patent of the Republic of Belarus BY No 14191 (in Russian).
6. Vershina G. A., Pilatov A. Yu. (2015) *Method for Manufacturing Sectional Protective Rings from Polymer Material*. Patent of the Republic of Belarus BY No 19073 (in Russian).
7. Kargin V. A. (1979) *Structure and Mechanical Properties of Polymers*. Moscow, Nauka Publ. 449 (in Russian).
8. Gul V. E., Kuleznev V. N. (1994) *Structure and Mechanical Properties of Polymers*. Moscow, Labirint Publ. 370 (in Russian).
9. Vershina G. A., Reut L. E. (2016) Analysis of Deformation Behaviour in Fluoroplastic-4 under Conditions of Force Action. *Seryya Fizika-Tekhnichnykh Navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-Technical Series*, (4), 23–30 (in Russian).
10. Vershina G. A., Reut L. E. (2017) Elastoplastic Bending of Fluoroplastic Band when Curling into a Ring *Seryya Fizika-Tekhnichnykh Navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-Technical Series*, (2), 40–48 (in Russian).
11. Tsiklis D. S. (1965) *Technique of Physical and Chemical Investigations at High and Extra-High Pressures*. Moscow, Khimiya Publ. 416 (in Russian).
12. Feodosiev V. I. (1967) *Resistance of Materials*. Moscow, Nauka Publ. 550 (in Russian).
13. Birger I. A., Mavlyutov R. R. (1986) *Resistance of Materials*. Moscow, Nauka Publ. 560 (in Russian).
14. Timoshenko S. P., Goodier J. (1979) *Theory of Elasticity*. Moscow, Nauka Publ. 566 (in Russian).
15. Filonenko-Borodich M. M., Izyumov S. M., Olisov B. A., Kudryavtsev I. N., Mal'ginov L. I. (1949) *Course of Materials Resistance. Vol. 1*. Moscow-Leningrad, Gostekhizdat Publ. 428 (in Russian).
16. Samul V. I. *Fundamentals of Elasticity and Plasticity Theory*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 288 (in Russian).

Received: 09.10.2018

Accepted: 18.12.2018

Published online: 30.01.2019