



$$\sigma = p_0(1 - e^{-h/k_0}), \quad (5)$$

$$\sigma = p_0(1 - e^{-L'\varepsilon}), \quad (6)$$

$$\sigma = p_0 th \left( \frac{k}{p_0} h \right), \quad (7)$$

$$\sigma = \frac{p_0}{1 + C e^{-c_1 p_0 h}}, \quad (8)$$

где  $k$  – коэффициент объемного смятия почвы, Н/м<sup>3</sup>;  $\bar{p}$  – среднее удельное давление при  $Ph = F$ , Па;  $P$  – периметр опорной площади, м;  $F$  – опорная площадь, м<sup>2</sup>;  $c$  – константа;  $\mu$  – показатель степени деформируемости почвы;  $c_0$  – константа деформируемости с постоянной размерностью, Па;  $\varepsilon = h/D$  – относительная деформация;  $D$  – диаметр штампа, м;  $p_0$  – предел несущей способности почвы, Па;  $k_0$  – константа деформируемости, м;  $L'$  – безразмерный коэффициент относительной жесткости.

К недостаткам линейной (1) и степенной (3) функций следует отнести то, что в них не отражена физическая сущность деформации почвы. Линейная зависимость приводит к якобы непрерывному и беспредельному росту сопротивления сжатию с увеличением деформации. Степенная функция имеет, с одной стороны, тот же недостаток, с другой – приводит к маловероятному выводу о бесконечно большой интенсивности нарастания напряжения в начале процесса сжатия.

В зависимости (4), предложенной С. С. Саакяном, абсолютная деформация заменена относительной, благодаря чему константа  $c_0$  имеет постоянную размерность. Однако зависимость (4) не устраняет остальных недостатков формулы (3). Зависимость (2), предложенная Ф. А. Опейко [4], может применяться при давлениях, не превышающих 30–40 кПа.

Теоретически более обоснованы формулы (5) и (6), предложенные С. С. Корчуновым и М. Н. Троицкой. Однако их можно получить из преобразований предложенной В. В. Кацыгиным зависимости (7), которая получена в результате более общего предположения о характере изменения свойств почвы при деформации. Зависимость (8), предложенная Г. И. Покровским, имеет вид S-образной кривой. Анализ показал, что эта кривая симметрична относительно точки перегиба [5].

Для выявления характера кривой (8) найдем производную  $\sigma$  по  $h$ :

$$\sigma' = \frac{p_0^2 C c_1 e^{-c_1 p_0 h}}{(1 + C e^{-c_1 p_0 h})^2}. \quad (9)$$

Анализ зависимости (9) показал, что она представляет собой симметричную относительно вертикальной оси кривую. Следовательно, зависимость (8) симметрична относительно точки перегиба.

Проанализируем, отражают ли зависимости (1)–(8) многообразие почвенных условий, имеющих место при эксплуатации сельскохозяйственных машин. Перед тем как изучать сжатие почвы в массиве, рассмотрим деформацию изолированных образцов почвы [2].

При сжатии почвы в жесткой обойме (компрессионном сжатии) зависимость между напряжением и осадкой штампа имеет вогнутый характер (рис. 2, а). При неограниченном увеличении напряжения деформация почвы имеет определенный предел.

Зависимость между напряжением и деформацией при сжатии образца с возможностью бокового выпирания описывается выпуклой кривой (рис. 2, б). Выпуклый характер кривой деформации почвы подтвержден экспериментально.

При вдавливании штампа в массив почвы одновременно происходят процессы сжатия почвы и сдвига ее в стороны от вертикальной оси [6], поэтому кривая вдавливания имеет сложный вогнуто-выпуклый характер (рис. 2, в).

Проанализируем возможность применения закономерностей деформирования почвы штампом к процессу передвижения колес.

Для того чтобы можно было применить закономерности деформирования почвы штампом применительно к качению колеса, применяются следующие допущения [7].

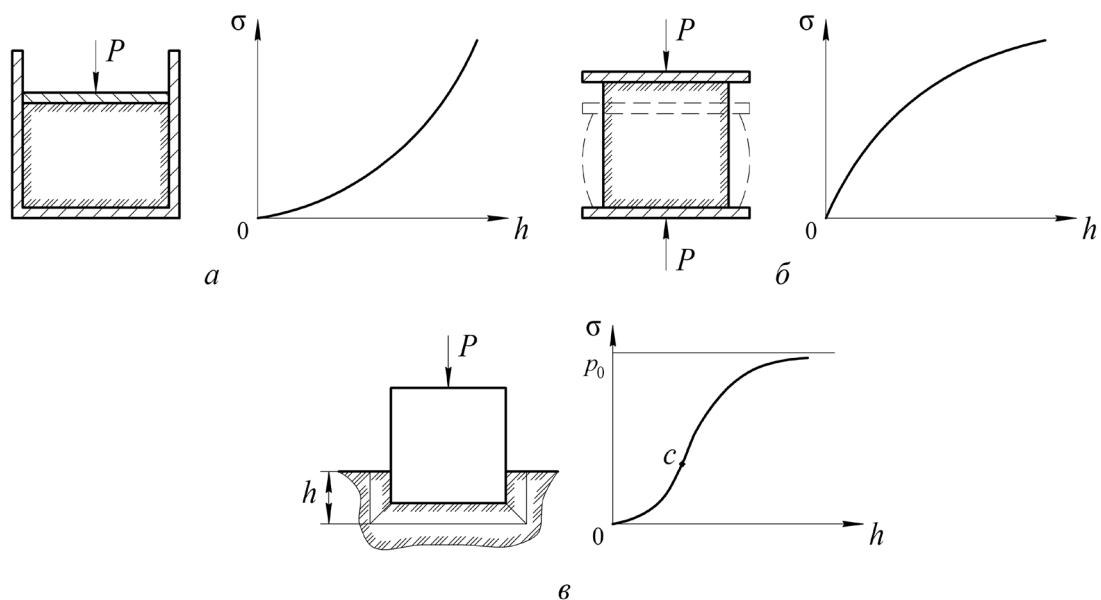


Рис. 2. Сопроотивление почвы при деформации: *a* – компрессионное сжатие; *б* – сжатие с возможностью бокового расширения; *в* – вдавливание штампа в массив почвы

1. Сила реакции почвы на элементе поверхности колеса проходит через его ось и равна напряжению  $\sigma$ , умноженному на площадь элемента  $dA$ .

2. Напряжение  $\sigma$  под колесом равно напряжению под штампом, вдавленным в почву на глубину, на которой находится рассматриваемый элемент поверхности колеса.

При выполнении данных допущений можно применять зависимость между напряжением  $\sigma$  и осадкой штампа  $h$  (рис. 3, *б*) для определения напряжений в размеченных точках контакта колеса с почвой.

При изучении процесса вдавливания деформатора установлено, что кривая изучаемого явления может быть симметричной лишь в некоторых частных случаях. В общем случае деформирования бесконечного полупространства почвы она асимметрична относительно точки перегиба.

Составим дифференциальное уравнение деформирования почвы, учитывающее имеющее место процесс сжатия и сдвига почвы.

Для слоя почвы ограниченной высоты приращение деформации  $dh$ , происходящее от возрастания сжимающего напряжения на величину  $d\sigma$ , обратно пропорционально величине напряжения  $\sigma$ :

$$dh = \frac{d\sigma}{a\sigma} \quad (10)$$

( $a$  – коэффициент пропорциональности).

На рис. 4, *a* видно, что для бесконечного полупространства почвы приращение осадки зависит также от высоты деформируемого слоя  $h_0$  и возрастает с его увеличением, т. е.

$$dh = \frac{d\sigma}{a\sigma} c_2 h_0, \quad (11)$$

где  $c_2$  – коэффициент пропорциональности.

Поскольку высота деформируемого слоя  $h_0$  возрастает с увеличением осадки, то справедливо следующее выражение:

$$dh = b_1 \frac{d\sigma}{\sigma} h, \quad (12)$$

где  $b_1$  – коэффициент пропорциональности.

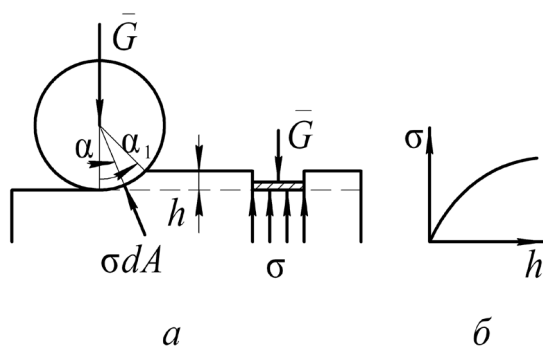


Рис. 3. Деформация почвы: *a* – схема деформирования почвы колесом и штампом; *б* – зависимость между напряжением  $\sigma$  и деформацией почвы  $h$  [7]

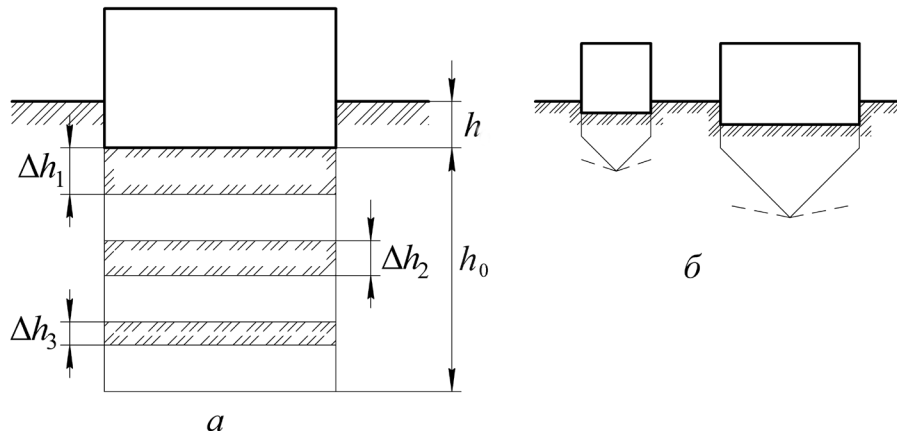


Рис. 4. Воздействие деформатора на почву: *a* – формирование глубины следа; *б* – влияние размеров штампа на высоту уплотняемого слоя

Дифференциальное уравнение (12) описывает процесс осадки почвы за счет ее уплотнения. Процесс осадки почвы за счет сдвига ее частиц в стороны от линии движения деформатора, согласно Г. И. Покровскому, описывается таким уравнением:

$$dh = h \frac{d\sigma}{b_2(p_0 - \sigma)}, \quad (13)$$

где  $b_2$  – коэффициент пропорциональности.

Дифференциальное уравнение осадки почвы с учетом происходящих процессов сжатия и сдвига имеет следующий вид:

$$bdh = h \frac{d\sigma}{b_2(p_0 - \sigma)}, \quad (14)$$

где  $b$  – коэффициент пропорциональности.

Решив уравнение (14) относительно  $\sigma$ , получаем зависимость между сопротивлением и осадкой при внедрении штампа в почвенный массив:

$$\sigma = \frac{p_0}{1 + 1/ch^b}, \quad (15)$$

где  $c$  – опытный коэффициент.

Чтобы определить характер зависимости (16), найдем производную  $\sigma$  по  $h$ :

$$\sigma' = \frac{1}{h^{b+1}} \frac{p_0 C b}{(1 + 1/ch^b)^2}. \quad (16)$$

Анализ показал, что зависимость (16) асимметрична относительно вертикали. Следовательно, зависимость между сопротивлением и осадкой почвы (15) является асимметричной относительно точки перегиба и описывает более общий случай деформирования почвы по сравнению с рассмотренными выше зависимостями. Однако параметры  $C$  и  $b$  определяют общий характер процесса и не в достаточной степени учитывают специфику начальной стадии деформирования.

На рис. 4, *б* видно, что для деформаторов с большой опорной поверхностью в процесс деформирования вовлекаются более глубокие слои почвы, поэтому для пневматических колес больших размеров важно учесть характер деформации почвы в начальной стадии деформирования. Процесс осадки будем характеризовать аналитическим описанием кривой вдавливания, состоящей из вогнутого и выпуклого участков. Так, Д. И. Золотаревская, используя результаты исследования Г. И. Покровского и предложенную В. В. Кацыгиным зависимость гиперболического тангенса между сопротивлением и осадкой почвы, получила следующую формулу [8]:

$$\sigma = p_0 \left[ th \frac{E_m}{p_0} (\varepsilon - \varepsilon_m) + th \frac{E_m}{p_0} \varepsilon_m \right], \quad (17)$$

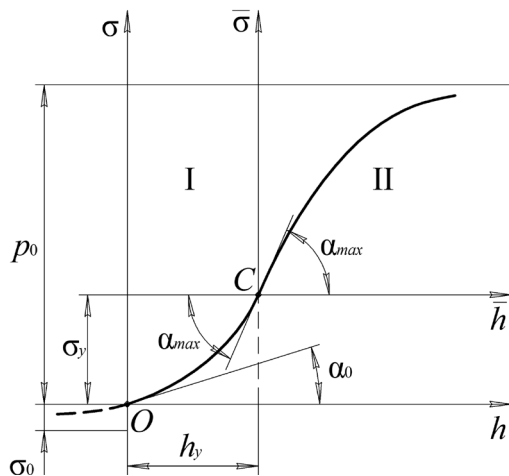


Рис. 5. Зависимость между сопротивлением и осадкой штампа

где  $E_m$  – максимальный модуль деформации почвы, Па;  $\varepsilon = h/h_0$  – относительная осадка;  $h_0$  – эквивалентная высота деформируемого слоя, м;  $\varepsilon_m$  – относительная осадка почвы, соответствующая точке перегиба кривой.

Формула (17) больше приемлема для практического использования, чем выражение (8), так как входящие в нее коэффициенты имеют физический смысл и легко определяются из опыта. Однако, она также симметрична относительно точки перегиба, что не совсем точно отражает процесс вдавливания в начальной стадии.

Для нахождения уравнения кривой вдавливания введем вспомогательную систему координат  $\bar{\sigma}C\bar{h}$  (рис. 5). Начало данной системы координат поместим в точку перегиба  $C$ . Выпуклый участок кривой вдавливания в системе координат  $\bar{\sigma}C\bar{h}$  описывается уравнением

$$\bar{\sigma} = pth \frac{k_m \bar{h}}{p}, \quad (18)$$

где  $p$  – предел несущей способности в данной системе координат, равный  $(p_0 - \sigma_y)$ , Па;  $k_m$  – коэффициент объемного смятия почвы в точке перегиба  $C$ , Н/м<sup>3</sup>.

Кривую вдавливания (рис. 5) будем описывать двумя уравнениями.

Выражение, описывающее вогнутый участок, составим исходя из того, что производные уравнения первого и второго участков кривой вдавливания в точке  $C$  равны между собой [9]. Из этого следует, что в системе координат  $\bar{\sigma}C\bar{h}$  коэффициенты объемного смятия в точке перегиба  $C$  для вогнутого и выпуклого участков равны друг другу:  $k_1 = k_2 = k_m$ . Предел несущей способности для вогнутого участка:  $p = -(\sigma_y + \sigma_0)$ .

После соответствующих преобразований получим выражение вогнутого участка кривой деформирования в системе координат  $\sigma Oh$ :

$$\sigma_y - \sigma_1 = (\sigma_0 + \sigma_y) th \frac{k_m}{\sigma_0 + \sigma_y} (h_y - h),$$

где  $\sigma_y$  – сопротивление вдавлению в точке перегиба кривой, Па;  $\sigma_1$  – сопротивление вдавлению деформатора в первой стадии, характеризуемой вогнутым участком кривой, Па;  $\sigma_0$  – напряжение, обусловленное сцеплением почвы, Па;  $k_m$  – коэффициент объемного смятия почвы в точку  $C$  перегиба, Па/м (равен  $\text{tg} \alpha_{\text{max}}$ );  $h_y$  – деформация почвы в точке перегиба  $C$ , м.

Зависимость между сопротивлением и осадкой для вогнутого участка примет такой вид:

$$\sigma_1 = \sigma_y - (\sigma_0 + \sigma_y) th \frac{k_m}{\sigma_0 + \sigma_y} (h_y - h). \quad (19)$$

Для практического использования равенство (19) неприемлемо из-за трудности определения напряжения  $\sigma_0$ , обусловленного сцеплением почвы. Выразим его через коэффициент  $k_0$  объемного смятия в начале процесса вдавливания ( $k_0 = \text{tg} \alpha_0$ ). Возьмем производную напряжения  $\sigma_1$  по осадке  $h$  из уравнения (19), одновременно воспользовавшись тем, что при  $h = 0$ ,  $\sigma_1 = 0$ , а  $k_0 = d\sigma_1 / dh$ . Тогда:

$$\frac{d\sigma_1}{dh} = k_0 = \frac{k_m}{ch^2 \frac{k_m h_y}{\sigma_0 + \sigma_y}}.$$

Отсюда:

$$\sigma_0 + \sigma_y = \frac{k_m}{\text{arch} \sqrt{\frac{k_m}{k_0}}}.$$

Зависимость сопротивления от глубины на вогнутом участке кривой вдавливания будет иметь такой вид:

$$\sigma_1 = \sigma_y - \frac{k_m h_y}{\operatorname{arch} \sqrt{\frac{k_m}{k_0}}} th \left( \frac{h_y - h}{h_y} \operatorname{arch} \sqrt{\frac{k_m}{k_0}} \right). \quad (20)$$

Для выпуклого участка зависимость между сопротивлением и осадкой запишем следующим образом:

$$\sigma_2 = \sigma_y + (p_0 - \sigma_y) th \frac{k_m}{p_0 - \sigma_y} (h - h_y). \quad (21)$$

где  $\sigma_2$  – сопротивление вдавлыванию деформатора во второй стадии, характеризующейся выпуклым участком кривой, Па.

Применим формулы (20) и (21) для расчета процесса слеодообразования для почвы со следующими механическими свойствами:

- 1) рыхлая почва:  $\sigma_y = 80$  кПа;  $h_y = 0,058$  м;  $k_m = 2500$  кПа/м;  $k_0 = 300$  кПа/м;  $p_0 = 200$  кПа;
- 2) почва средней плотности:  $\sigma_y = 200$  кПа;  $h_y = 0,058$  м;  $k_m = 5000$  кПа/м;  $k_0 = 1500$  кПа/м;  $p_0 = 500$  кПа;
- 3) почва высокой плотности:  $\sigma_y = 300$  кПа;  $h_y = 0,058$  м;  $k_m = 7500$  кПа/м;  $k_0 = 2250$  кПа/м;  $p_0 = 750$  кПа.

Найдем глубину следа в зависимости от давления движителя на почву. Если давление меньше сопротивления вдавлыванию в точке перегиба, глубина следа определяется из формулы (20):

$$h = \frac{h_y}{A_0} \left[ A_0 - \operatorname{arch} \frac{A_0 (\sigma_y - \sigma)}{k_m h_y} \right], \quad (22)$$

где  $A_0 = \operatorname{arch} \sqrt{k_m/k_0}$ .

Для случая, когда давление движителя на почву превышает сопротивление вдавлыванию в точке перегиба, глубину следа находим из выражения (21):

$$h = h_y + \frac{p_0 - \sigma_y}{k_m} \operatorname{Arth} \frac{\sigma_y - \sigma}{p_0 - \sigma_y}. \quad (23)$$

По формулам (22) и (23) строим зависимость деформации почвы от давления на нее (рис. 6).

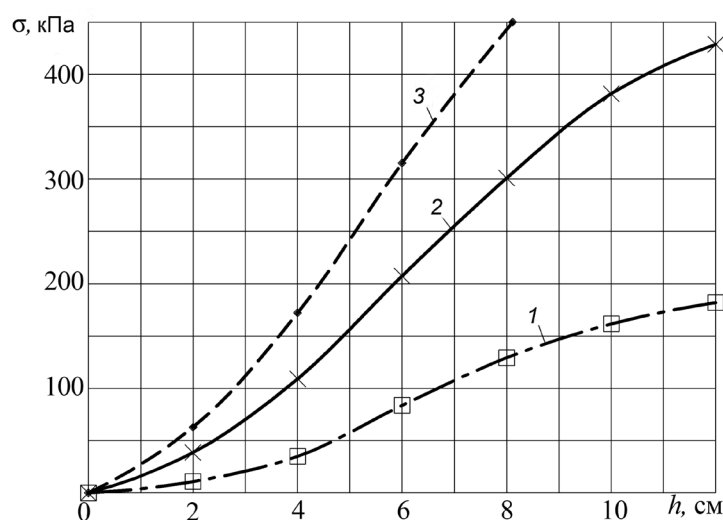


Рис. 6. Зависимость деформации почвы от давления:  
1 – при  $k_0 = 300$  кПа/м; 2 – при;  $k_0 = 1500$  кПа/м; 3 – при  $k_0 = 2250$  кПа/м

На рис. 6 видно, что для почвы небольшой исходной плотности ( $k_0 = 300$  кПа/м) четко выделяются три участка: вогнутый, близкий к прямолинейному и выпуклый. Для почвы с высокой исходной плотностью ( $k_0 = 2250$  кПа/м) четко выделяется средний прямолинейный участок, а выпуклый – отсутствует.

### Выводы

1. В общем случае деформирования, когда плотность почвы в различных горизонтах мало различима, зависимость между напряжениями сжатия и осадкой штампа имеет S-образный характер. График этой зависимости, имеющий вогнутый и выпуклый участки, является ассиметричным относительно перегиба.

2. Для определения глубины следа при воздействии колес следует применять предложенные зависимости, описывающие вогнутый и выпуклый участки кривой деформирования. Из графиков, построенным по данным зависимостям, видно, что с увеличением рыхлости почвы усиливается вогнутость в начальной стадии и выпуклость в конечной стадии деформирования.

### Литература

1. Орда, А. Н. Свойства почвы и их изменение под воздействием ходовых систем почвообрабатывающих машинно-тракторных агрегатов // А. Н. Орда, А. С. Воробей, В. А. Шкляревич // Инженер. вест.. – 2008. – № 1 (25). – С. 68–73.
2. Орда, А. Н. Эколого-энергетические основы формирования машинно-тракторных агрегатов: автореф. дис. ... д-ра тех. наук: 05.20.03 / А. Н. Орда; Белорус. аграр. техн. ун-т. – Минск, 1997. – 36 с.
3. Кацыгин, В. В. Основы теории выбора оптимальных параметров мобильных с.-х. машин и орудий / В. В. Кацыгин // Вопросы с.-х. механики. – Минск, 1964. – Т. 13. – С. 5–147.
4. Опейко, Ф. А. Торфяные машины / Ф. А. Опейко. – Минск: Вышэйшая школа, 1968. – 408 с.
5. Бойков, В. Обоснование зависимости между сжимающими напряжениями и осадкой почвы / В. Бойков, Ч. Жданович, А. Орда // Y Miedzynarodowe sympozjum Ekologiczne aspekty mechanizacji nawozenia, ochrony roslin i uprawy gleby. – Warszawa, 1998. – S. 161–168.
6. Орда, А. Н. Оценка воздействия на почву ходовых систем и рабочих органов почвообрабатывающих машинно-тракторных агрегатов / А. Н. Орда, Н. А. Гирейко, А. Б. Селеши // Агропанорама. – 2006. – № 2. – С. 6–9.
7. Кулен, А. Современная земледельческая механика / А. Кулен, Х. Купперс. – Москва: Агропромиздат, 1986. – 350 с.
8. Золотаревская, Д. И. Зависимость между сжимающими напряжениями и осадкой почвы / Д. И. Золотаревская // Механизация и электрификация сел. хоз-ва. – 1980. – № 2. – С. 30–32.
9. Кацыгин, В. В. Почвошадящие ходовые системы / В. В. Кацыгин, А. Н. Орда // Тягово-энергетические мобильные средства для сельскохозяйственного производства. – Минск, 1985. – С. 16–27.

*A. N. ORDA, V. A. SHKLYAREVECH, A. S. VOROBEY*

### REGULARITIES OF SOIL DEFORMATION UNDER THE INFLUENCE OF WHEELS OF AGRICULTURAL MACHINERY

### Summary

As a result of the analysis of soil deformation S-dependence between resistance and deformation is established. For the description of concave and convex areas of a curve the dependences are proposed. These dependences can be used to substantiate the permissible load on the wheels of agricultural machinery.