УДК 621–501.14

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ АСИММЕТРИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ В СИСТЕМАХ С РАЗРЫВНЫМИ ЗАКОНАМИ УПРАВЛЕНИЯ

Кандидаты техн. наук, доценты ВАСИЛЬЕВ А. И., МАРКИНА Л. И.,
докт. техн. наук, проф. МИХАЛЕВ А. С.

Дальневосточный технический университет,
Минский институт управления

Одним из способов решения проблемы точности в следящих системах с разрывными законами управления является структурно-параметрическое асимметрирование нелинейных регуляторов, предложенное и развитое в [1, 2]. Сущность названного способа поясняется на рис. 1 и состоит в том, что в автоколебательной системе основной контур управления, состоящий из линейной части (ЛЧ), дополняют связями, которые в зависимости от входных возмущающих воздействий или координат системы формируют сигналы, изменяющие статические или динамические характеристики асимметричного нелинейного регулятора (АНР).

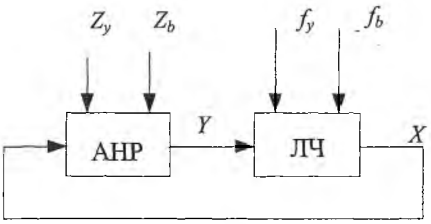

Рис. 1. Структурная схема системы с АНР

В зависимости от способа асимметрирования АНР можно подразделить на два класса:

1) АНР с параметрическим асимметрированием. В этом случае производится настройка параметров элементов АНР (моментов разрывания или инвертирования сигналов, изменение коэффициентов передачи, постоянных времени фильтров и т. д.);

2) АНР со структурным асимметрированием. В регуляторах этого типа асимметрирование достигается за счет изменения структуры регулятора в режиме вынужденных движений в зависимости от вида управляющих и возмущающих воздействий. При этом регулятор может формировать за счет дополнительных устройств коррекции постоянные форсирующие сигналы.

АНР второго типа обладают наибольшей эффективностью и позволяют добиться инвариантности медленно изменяющейся составляющей ошибки от управляющих и возмущающих воздействий.

Структурный синтез АНР удобно выполнять, используя метод гармонической линеаризации [3, 4]. Полагая, что ЛЧ удовлетворяет гипотезе фильтра, запишем уравнение системы (рис. 1):

$$Q(P)X + R(P)F(X,\ PX,\ Z_y,\ Z_b) = S_y(P)f_y(t) + S_b(P)f_b(t)\,, \qquad (1)$$

где $Q(P), R(P), S_y(P), S_b(t)$ – операторные многочлены; $Y = F(X, PX, Z_b, Z_y)$; $f_y(t), f_b(t)$ – соответственно управляющее и возмущающее воздействия.

Полагая, что рабочим в системе является автоколебательный режим, а внешние воздействия f_y и f_b медленно изменяются во времени по сравнению с периодом колебаний, запишем:

$$X = A_0 + X^*, \quad X^* = A_1 \sin \psi, \quad \psi = \omega t , \tag{2}$$

где A_0 – «медленная» составляющая; X^* – автоколебательная составляющая.

Запишем далее уравнение гармонически линеаризованного АНР

$$F(X, PX, Z_y, Z_b) = F^0 + \left(a^{\text{н}} + b^{\text{н}} \frac{P}{\omega}\right) X^* , \tag{3}$$

где F^0, $a^{\text{н}}$, $b^{\text{н}}$ будут также зависеть от X, PX, Z_y, Z_b.

Уравнение (1) представим в виде двух:

для автоколебательных

$$\left[Q(P) + R(P)(a^{\text{н}} + b^{\text{н}} \frac{P}{\omega} \right] X^* = 0 \tag{4}$$

и «медленных» движений

$$Q(P)A_0 + R(P)F^0 = S_y(P)f_y(t) + S_b(P)f_b(t) . \tag{5}$$

Из (5) следует

$$A_0 = \frac{S_y(P)}{Q(P)} f_y + \frac{S_b(P)}{Q(P)} - \frac{R(P)}{Q(P)} F^0 . \tag{6}$$

Для компенсации медленно изменяющейся составляющей ошибки необходимо, чтобы

$$F^0 = \frac{S_y(P)}{R(P)} f_y + \frac{S_b(P)}{R(P)} f_b . \tag{7}$$

Соотношения (5)–(7) являются исходными для решения задачи синтеза структуры и формирования такого F^0, которое обеспечивало бы инвариантность медленно изменяющейся составляющей ошибки при действии управляющего и возмущающего воздействий. Однако процедура структурного синтеза АНР трудно формализуется. Эффективность синтезируемого АНР определяется, прежде всего, тем, насколько верно выбраны параметры, по которым осуществляется асимметрирование, и насколько удачно структурно реализован способ воздействия на тот или иной параметр.

Опыт использования авторами АНР в конкретных разработках свидетельствует о том, что наиболее эффективные регуляторы могут быть построены с использованием принципа инвариантности на основе комбинированного управления с использованием внутренних координат системы.

Поэтому структурный синтез АНР проведем далее с использованием указанного принципа.

Сущность управления состоит в том, что основной контур управления дополняют связями, вырабатывающими сигналы, пропорциональные управляющему и возмущающему воздействиям и их производным, которые используются для асимметрирования характеристик нелинейного регулятора.

Запишем уравнение (7) в виде

$$F_б^0 + \sum_{i=0}^{n} F_i^0 + \sum_{j=n+1}^{n+m+1} F_j^0 = \sum_{i=0}^{n} \frac{C_i P^i}{R(P)} f_y + \sum_{j=0}^{m} \frac{d_j P^j}{R(P)} f_b, \tag{8}$$

где $F_б^0$ – функция смещения исходного (базового) нелинейного регулятора.

Тогда условие полной компенсации медленно изменяющейся составляющей ошибки при $F_б^0 = 0$ можно представить:

$$F_i^0 = \frac{C_i P^i}{R(P)} f_y, \; i = \overline{0, n}; \tag{9}$$

$$F_{j+n+1}^0 = \frac{d_j P^j}{R(P)}, \; j = \overline{0, m}. \tag{10}$$

В уравнении (4) коэффициенты гармонической линеаризации $a^н$ и $b^н$ определяются из соотношений:

$$a^н = \sum_{i=0}^{n} a_i + \sum_{j=n+1}^{n+m+1} a_j + a_б; \tag{11}$$

$$b^н = \sum_{i=0}^{n} b_i + \sum_{j=n+1}^{n+m+1} b_j + b_б, \tag{12}$$

где $a_б$, $b_б$ – коэффициенты гармонической линеаризации базового регулятора (БР).

Тогда структурная схема асимметрируемого нелинейного регулятора может быть представлена в виде параллельного включения $n + m + 2$ нелинейных элементов и базового НКУ (рис. 2).

Другой способ асимметрирования основан на использовании каких-либо внутренних координат Z_y, Z_b, связанных с координатой X и управляющим и возмущающим воздействиями. В линейных системах введение таких связей ухудшает устойчивость системы, а при стремлении к абсолютной инвариантности делает систему неустойчивой. В нелинейной автоколебательной системе достаточно компенсировать наиболее «весомые» составляющие медленно изменяющейся ошибки, т. е. достигнуть частичной инвариантности. При этом можно обеспечить требуемые значения амплитуды и частоты автоколебаний за счет выбора структуры и параметров АНР. Задача выбора структуры асимметрируемого регулятора решается на основе соотношений (5)–(7). Как и при комбинированном управлении, структура регулятора может состоять из $n+m+2$ параллельно включенных нелинейных элементов (рис. 2), на вход которых вместо сигналов f_y и f_b подаются координаты Z_b и Z_y.

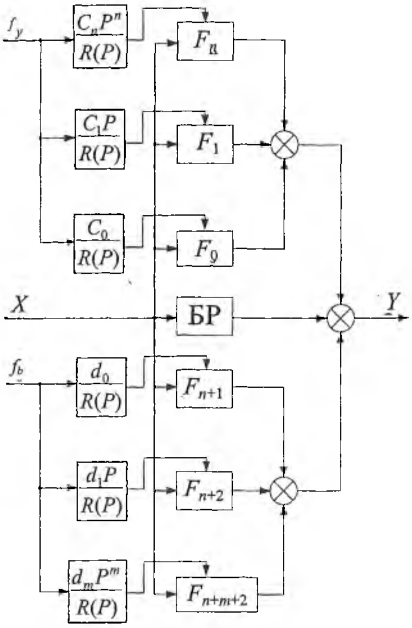

Рис. 2. Структурная схема АНР

При введении асимметрирующего сигнала с помощью интегратора возникает задача выбора структуры асимметрируемого нелинейного регулятора и его параметров из условия обеспечения допустимых параметров автоколебаний.

Задача дальнейшего выбора структуры асимметрирующего элемента состоит в структурной реализации нелинейного канала F_i. При выборе структуры асимметрирующего элемента в качестве исходной информации будем использовать автоколебания, возникающие при вынужденных движениях систем с ключевой коррекцией. Тогда, анализируя знаки некоторых промежуточных координат автоколебательной системы, нетрудно построить логические устройства, которые разделяли бы четные и нечетные полупериоды колебаний, и в зависимости от направления движения воздействовать на АНР с целью его асимметрирования. На рис. 3 приведена схема асимметрируемого элемента.

В изображенной схеме корректирующий сигнал $Z_i = f_y h \dfrac{C_i P^i}{R(P)}$ отключается в определенные периоды. Периоды включения и отключения сигнала устанавливаются путем логической обработки сигнала ошибки X и сигнала Z, определяющего направление действия дестабилизирующего фактора (скорости, ускорения, момента нагрузки и т. д.). На рис. 3 работа логического устройства интерпретирована с помощью реле Р1, Р2, блоков умножения БУ1, БУ2, однополярного реле ОР1.

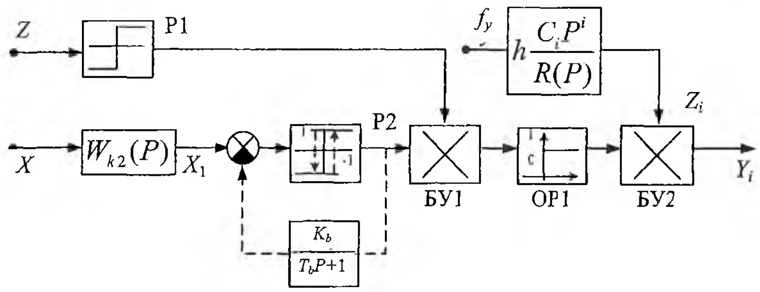

Рис. 3. Структурная схема асимметрирующего элемента

Если знак координаты X_1 совпадает со знаком сигнала Z, то корректирующий сигнал Z_i вводится, если указанные знаки не совпадают, то корректирующий сигнал отключается.

Разработанный алгоритм асимметрирования обеспечивает «квазирелейный» характер управления.

Если произвести гармоническую линеаризацию звена, то можно получить следующие соотношения:

$$X = A_0 + X^*;\ X^* = A_1 \sin\psi t;\ \psi = \omega t; Y_i = F_i^0 + \left(a_i + b_i \frac{P}{\omega}\right) X^*;\ b_i = \frac{2Z_i}{\pi A_1} \sin\varphi_2 \cos\phi_2;$$

$$a_i = \frac{2Z_2}{\pi A_1} \cos\varphi_2 \cos\psi_2;\ F_i^0 = \frac{Z_i}{2} + Z_i \frac{\psi_2}{2};\ \varphi_2 = \arg[W_{k2}(j\omega)];\ \psi_2 = \arcsin\frac{A_0 K_k^0}{A_1 K_k};$$

$$K_k = |W_{k2}(j\omega)|;\ K_K^0 = |W_{k2}(j\omega)|_{\omega=0}. \qquad (13)$$

В тех случаях, когда параметры автоколебаний основного контура системы оказываются неприемлемыми, исходя из требований к периодической составляющей ошибки, для реализации каналов асимметрирования целесообразно организовать в системе внутренние, локально замкнутые контуры высокочастотных автоколебаний и использовать их для асимметрирования нелинейных регуляторов.

На рис. 3 такой автоколебательный контур организован путем вибрационной линеаризации реле коммутации Р2 с помощью инерционного звена с передаточной функцией $K_b(T_bP+1)^{-1}$.

Рассмотрим реализацию изложенной методики синтеза АНР в следящей системе, структурная схема которой приведена на рис. 4.

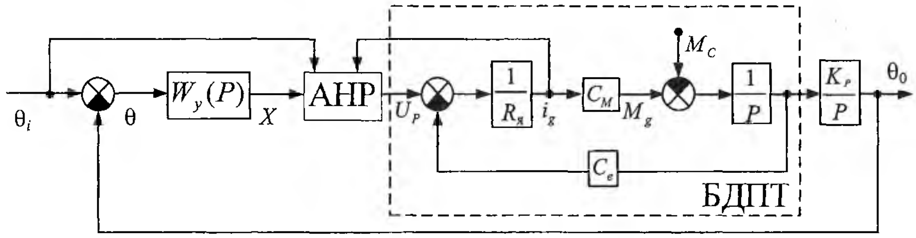

Рис. 4. Структурная схема следящей системы с АНР

Исполнительным элементом следящей системы является бесконтактный двигатель постоянного тока (БДПТ) (на рис. 4 выделен пунктиром). Уравнение двигателя без учета электромагнитной постоянной времени запишется в виде

$$\omega_d(P) = \frac{K_d}{T_d P + 1} U_p(P) - \frac{K_m K_d}{T_d P + 1} M_c(P), \tag{14}$$

где K_d, K_m, T_d – коэффициенты передачи по напряжению, моменту, электромеханическая постоянная времени двигателя.

Значения параметров определяются соотношениями:

$$K_d = \frac{1}{C_e};\ K_m = \frac{R_я}{C_m};\ T_d = \frac{R_я J}{C_m C_e}, \tag{15}$$

где C_e – постоянная противо-ЭДС двигателя; C_m – моментная постоянная; $R_я$ – сопротивление якоря; J – момент инерции.

Для выбора структуры АНР используем соотношения (7)–(12) и рис. 2, 3. Для синтезируемой следящей системы условие (7) запишется в виде

$$F^0 = \frac{1}{K_2} P\theta_i + \frac{T_d}{K_2} P^2\theta_i + K_m M_c, \tag{16}$$

где $K_2 = K_d K_p$.

Для асимметрирования НР будем использовать управляющий сигнал θ_i и внутреннюю координату системы – ток двигателя $i_д$.

Выразим значения тока двигателя через координаты системы M_c, θ_i, X

$$i_д = \frac{M_c}{C_m} + \frac{J}{C_m K_p} P^2\theta_i - \frac{J(T_y P + 1)P^2}{C_m K_p K_y} X. \tag{17}$$

Анализ соотношений (16), (17) позволяет выбрать структуру АНР, состоящую из двух каналов. Первый канал будет компенсировать скоростную составляющую ошибки, второй – ошибку по ускорению и моменту нагрузки. Предположим, что требуемые качественные показатели переходных процессов в режиме свободных движений и при скачкообразных воздействиях обеспечиваются псевдолинейным базовым корректирующим устройством.

На рис. 5 приведена структурная схема синтезированного АНР.

Нелинейный регулятор содержит базовое НКУ и два идентичных асимметрирующих канала, построенных по схеме рис. 3. Для выделения «медленной» составляющей тока двигателя используется инерционный фильтр $B_M(T_ф P + 1)^{-1}$. Для получения производной от входного угла применен таходатчик с передаточной функцией BP.

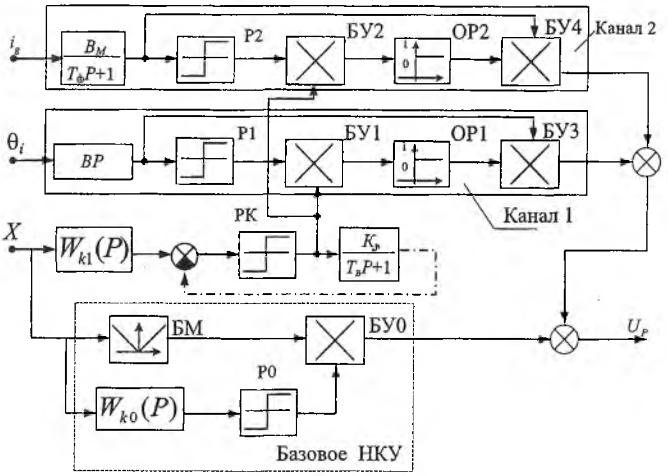

Рис. 5. Структурная схема асимметрируемого нелинейного регулятора

Связь по координате X осуществляется через фазоопережающее звено: $W_{k1}(P) = (T_{k1}P+1)(G_1T_{k1}P+1)^{-1}$ и реле коммутации (РК).

Для вибрационной линеаризации РК использовано апериодическое звено с передаточной функцией $K_в(T_вP+1)^{-1}$.

Задача параметрического синтеза АНР состоит в выборе параметров B_M, B, $T_ф$, условия компенсации медленно изменяющейся составляющей ошибки и параметров фильтра $W_{k1}(P)$ из условия обеспечения допустимых параметров автоколебаний.

Для выбора параметров АНР используем метод гармонической линеаризации. При отсутствии постоянной составляющей на входе АНР коэффициенты гармонической линеаризации в соответствии с (8), (11), (12) можно представить в виде:

$$a^н = a_б + a_1 + a_2\,;\quad b^н = b_б + b_1 + b_2\,;\quad F^0 = F_б^0 + F_1^0 + F_2^0\,, \tag{18}$$

где $a_б$, $b_б$, $F_б^0$, a_1, b_1, F_1^0, a_2, b_2, F_2^0 – коэффициенты гармонической линеаризации соответственно для базового НКУ, первого и второго асимметрирующих каналов.

Значения $a_б$, $b_б$, $F_б^0$ определяются соотношениями:

$$a_б = \frac{1}{\pi}(\pi - 2\varphi_0 + \sin 2\varphi_0)\,;\; b_б = \frac{1}{\pi}(1-\cos 2\varphi_0)\,;\; F_б^0 = 0\,;\; \varphi_0 = \arg[W_{k0}(j\omega)]. \tag{19}$$

Из (13) при $A_0 = 0$ получим:

$$a_1 = \frac{2bP\theta_i}{\pi A_1}\cos\varphi_1\,;\;\; b_1 = \frac{2bP\theta_i}{\pi A_1}\sin\varphi_1\,;\;\; F_1^0 = \frac{bP\theta_i}{2}\,;\;\; \varphi_1 = \arg[W_{k1}(j\omega)]\,. \tag{20}$$

Коэффициенты гармонической линеаризации второго канала в соответствии с (17) будут иметь три составляющие:

$$a_2 = a_2^{(1)} + a_2^{(2)} + a_2^{(3)}; \quad b_2 = b_2^{(1)} + b_2^{(2)} + b_2^{(3)}; \quad F_2^0 = F_2^{(1)} + F_2^{(2)} + F_2^{(3)}. \quad (21)$$

Для «медленной» составляющей влияние фильтра $(T_ф P+1)^{-1}$ незначительно. Поэтому с учетом (13) при $A_0 = 0$ можно записать:

$$a_2^{(1)} = \frac{2b_m M_c}{\pi C_m A_1}\cos\varphi_1; \quad b_2^{(1)} = \frac{2b_m M_c}{\pi C_m A_1}\sin\varphi_1; \quad F_2^{(1)} = \frac{b_m M_c}{2C_m}. \quad (22)$$

Соотношения принимают вид:

$$a_2^{(2)} = \frac{2Jb_m}{\pi C_m K_p A_1}P^2\theta_i\cos\varphi_1; \ b_2^{(2)} = \frac{2Jb_m}{\pi C_m K_p A_1}P^2\theta_i\sin\varphi_i; \ F_2^{(2)} = \frac{Jb_m}{2C_m K_p}P^2\theta_i. \ (23)$$

Коэффициенты $a_2^{(3)}$, $b_2^{(3)}$, $F_2^{(3)}$ определяются соотношениями:

$$a_2^{(3)} = \frac{b_m J\omega^2\sqrt{T_y^2\omega^2+1}}{2C_m K_y K_p\sqrt{T_ф^2\omega^2+1}}\cos(\varphi_y+\varphi_ф);$$

$$b_2^{(3)} = \frac{b_m J\omega^2\sqrt{T_y^2\omega^2+1}}{2C_m K_y K_p\sqrt{T_ф^2\omega^2+1}}\sin(\varphi_y+\varphi_ф);$$

$$F_2^{(3)} = A_1\frac{b_m j\omega^2\sqrt{T_y^2\omega^2+1}}{\pi C_m K_y K_p\sqrt{T_ф^2\omega^2+1}}\cos(\varphi_y+\varphi_ф-\varphi_1); \quad (24)$$

$$\varphi_y = \mathrm{arctg}T_y; \ \varphi_ф = -\mathrm{arctg}T_ф\omega; \ \varphi_1 = \mathrm{arctg}\left[T_{K1}(1-G_1)\omega(1+T_{K1}^2G_1\omega^2)^{-1}\right].$$

Запишем условие компенсации «медленной» составляющей ошибки (16) с учетом (19), (20), (22)–(24)

$$\frac{b}{2}P\theta_i + \frac{b_m}{2C_m}M_c + \frac{Jb_m}{2C_m K_p}P^2\theta_i + F_2^{(3)} = \frac{1}{K_2}P\theta_i + \frac{T_d}{K_2}p^2\theta_i + K_m M_c. \quad (25)$$

Как показали результаты моделирования, составляющая $F_2^{(3)}$ значительно меньше составляющих F_2^0, $F_2^{(1)}$, $F_2^{(2)}$ и, как следует из (24), уменьшается с увеличением постоянной .фильтра $T_ф$. Поэтому, положив $F_2^{(3)} \approx 0$, из (25) получим:

$$b = \frac{2}{K_m}; \quad b_m = 2K_m C_m. \quad (26)$$

Из выведенных соотношений (26) и уравнений (15) следует тождество:

$$\frac{jb_m}{2C_m K_p} = \frac{T_d}{K_2}. \quad (27)$$

Таким образом, канал асимметрирования по току компенсирует «медленную» составляющую ошибки по моменту нагрузки и ускорению входного вала.

Для исследования автоколебательных движений, объединяя коэффициенты гармонической линеаризации с частотной характеристикой системы, можно выделить два уравнения, из которых определяется частота и амплитуда колебаний. Если линейная часть системы определяется передаточной функцией $W_л(P) = K_y K_2[(T_y P+1)(T_d P+1)P]^{-1}$, то получим уравнения:

$$\begin{cases} -(T_y + T_d)\omega^2 + K_л a^н = 0; \\ -T_y T_d \omega^3 + \omega + K_л b^н = 0, \end{cases} \tag{28}$$

где $K_л = K_y K_2$.

Рассмотрим режим работы следящей системы при $\theta_i = at$; $M_c = M_н = \text{const}$. Тогда для определения частоты автоколебаний из уравнений (18), (21), (22), (28) при $a_2^{(2)} = 0$, $b_2^{(2)} = 0$ получим соотношение

$$\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{T_d T_y \omega^3 - \omega - K_л(b_б + b_2^{(3)})}{(T_d + T_y)\omega^2 - K_л(a_б + a_2^{(3)})}. \tag{29}$$

Совместное решение последнего уравнения (20) и (29) определяет значение частоты автоколебаний, а из уравнения (28) можно найти относительную амплитуду колебаний

$$\bar{A} = \frac{A_1}{b_m M_н / C_m + ba} = \frac{2K_л \cos\varphi_1}{\pi[(T_y + T_d)\omega^2 - K_л(a_б + a_2^{(3)})]}. \tag{30}$$

Совместное решение уравнений (29), (30) позволяет получить зависимость амплитуды автоколебаний от частоты.

Для определения относительной амплитуды колебаний ошибки $\bar{\theta}_m$ необходимо использовать амплитудную частотную характеристику звена $W_y(P)$:

$$\bar{\theta}_m = \frac{\theta_m}{b_m M_н / C_m + ba} = \frac{\bar{A}_1}{|W_y(J\omega)|}; \quad |W_y(J\omega)| = \frac{K_y}{\sqrt{T_y^2\omega^2 + 1}}. \tag{31}$$

На рис. 6 приведены графики для определения частоты автоколебаний, а на рис. 7 – относительной амплитуды $\bar{\theta}_m$ для следящей системы с параметрами:

$T_y = 0{,}02$ с; $K_y = 50$ в/рад; $C_e = 0{,}05$ вс; $R_я = 20$ Ом; $C_M = 0{,}0231$ НМ/а;

$$a_2 = a_2^{(1)} + a_2^{(2)} + a_2^{(3)}; \quad b_2 = b_2^{(1)} + b_2^{(2)} + b_2^{(3)}; \quad F_2^0 = F_2^{(1)} + F_2^{(2)} + F_2^{(3)}. \tag{21}$$

Для «медленной» составляющей влияние фильтра $(T_ф P + 1)^{-1}$ незначительно. Поэтому с учетом (13) при $A_0 = 0$ можно записать:

$$a_2^{(1)} = \frac{2b_m M_c}{\pi C_m A_1}\cos\varphi_1; \quad b_2^{(1)} = \frac{2b_m M_c}{\pi C_m A_1}\sin\varphi_1; \quad F_2^{(1)} = \frac{b_m M_c}{2C_m}. \tag{22}$$

Соотношения принимают вид:

$$a_2^{(2)} = \frac{2Jb_m}{\pi C_m K_p A_1} P^2\theta_i \cos\varphi_1; \; b_2^{(2)} = \frac{2Jb_m}{\pi C_m K_p A_1} P^2\theta_i \sin\varphi_i; \; F_2^{(2)} = \frac{Jb_m}{2C_m K_p} P^2\theta_i. \tag{23}$$

Коэффициенты $a_2^{(3)}$, $b_2^{(3)}$, $F_2^{(3)}$ определяются соотношениями:

$$a_2^{(3)} = \frac{b_m J\omega^2\sqrt{T_y^2\omega^2+1}}{2C_m K_y K_p\sqrt{T_ф^2\omega^2+1}}\cos(\varphi_y + \varphi_ф);$$

$$b_2^{(3)} = \frac{b_m J\omega^2\sqrt{T_y^2\omega^2+1}}{2C_m K_y K_p\sqrt{T_ф^2\omega^2+1}}\sin(\varphi_y + \varphi_ф);$$

$$F_2^{(3)} = A_1\frac{b_m j\omega^2\sqrt{T_y^2\omega^2+1}}{\pi C_m K_y K_p\sqrt{T_ф^2\omega^2+1}}\cos(\varphi_y + \varphi_ф - \varphi_1); \tag{24}$$

$$\varphi_y = \operatorname{arctg}T_y; \quad \varphi_ф = -\operatorname{arctg}T_ф\omega; \quad \varphi_1 = \operatorname{arctg}\left[T_{K1}(1-G_1)\omega(1+T_{K1}^2 G_1\omega^2)^{-1}\right].$$

Запишем условие компенсации «медленной» составляющей ошибки (16) с учетом (19), (20), (22)–(24)

$$\frac{b}{2}P\theta_i + \frac{b_m}{2C_m}M_c + \frac{Jb_m}{2C_m K_p}P^2\theta_i + F_2^{(3)} = \frac{1}{K_2}P\theta_i + \frac{T_d}{K_2}p^2\theta_i + K_m M_c. \tag{25}$$

Как показали результаты моделирования, составляющая $F_2^{(3)}$ значительно меньше составляющих F_2^0, $F_2^{(1)}$, $F_2^{(2)}$ и, как следует из (24), уменьшается с увеличением постоянной фильтра $T_ф$. Поэтому, положив $F_2^{(3)} \approx 0$, из (25) получим:

$$b = \frac{2}{K_m}; \quad b_m = 2K_m C_m. \tag{26}$$

Из выведенных соотношений (26) и уравнений (15) следует тождество:

$$\frac{jb_m}{2C_m K_p} = \frac{T_d}{K_2}. \tag{27}$$

Таким образом, канал асимметрирования по току компенсирует «медленную» составляющую ошибки по моменту нагрузки и ускорению входного вала.

Для исследования автоколебательных движений, объединяя коэффициенты гармонической линеаризации с частотной характеристикой системы, можно выделить два уравнения, из которых определяется частота и амплитуда колебаний. Если линейная часть системы определяется передаточной функцией $W_л(P) = K_y K_2[(T_y P+1)(T_d P+1)P]^{-1}$, то получим уравнения:

$$\begin{cases} -(T_y + T_d)\omega^2 + K_л a^н = 0; \\ -T_y T_d \omega^3 + \omega + K_л b^н = 0, \end{cases} \qquad (28)$$

где $K_л = K_y K_2$.

Рассмотрим режим работы следящей системы при $\theta_i = at$; $M_c = M_н = \mathrm{const}$. Тогда для определения частоты автоколебаний из уравнений (18), (21), (22), (28) при $a_2^{(2)} = 0$, $b_2^{(2)} = 0$ получим соотношение

$$\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{T_d T_y \omega^3 - \omega - K_л(b_б + b_2^{(3)})}{(T_d + T_y)\omega^2 - K_л(a_б + a_2^{(3)})}. \qquad (29)$$

Совместное решение последнего уравнения (20) и (29) определяет значение частоты автоколебаний, а из уравнения (28) можно найти относительную амплитуду колебаний

$$\overline{A} = \frac{A_1}{b_m M_н / C_m + ba} = \frac{2K_л \cos\varphi_1}{\pi[(T_y + T_d)\omega^2 - K_л(a_б + a_2^{(3)})]}. \qquad (30)$$

Совместное решение уравнений (29), (30) позволяет получить зависимость амплитуды автоколебаний от частоты.

Для определения относительной амплитуды колебаний ошибки $\overline{\theta}_m$ необходимо использовать амплитудную частотную характеристику звена $W_y(P)$:

$$\overline{\theta}_m = \frac{\theta_m}{b_m M_н / C_m + ba} = \frac{\overline{A}_1}{|W_y(J\omega)|}; \quad |W_y(J\omega)| = \frac{K_y}{\sqrt{T_y^2\omega^2 + 1}}. \qquad (31)$$

На рис. 6 приведены графики для определения частоты автоколебаний, а на рис. 7 – относительной амплитуды $\overline{\theta}_m$ для следящей системы с параметрами:

$T_y = 0{,}02$ с; $K_y = 50$ в/рад; $C_e = 0{,}05$ вс; $R_я = 20$ Ом; $C_M = 0{,}0231$ НМ/а;

$J = 60{,}8 \cdot 10^{-7}$ кг·м^2; $K_d = 20$ 1/bc; $K_m = 866$ в/нм; $T_d = 0{,}1$ с; $K_p = 0{,}1$ с;

$$W_{k0}(P) = (0{,}1P + 1)(0{,}01P + 1)^{-1}. \tag{32}$$

Из анализа рис. 6, 7 следует, что с введением асимметрирующей связи по току двигателя уменьшается частота и увеличивается относительная амплитуда автоколебаний (кривые 2, 3) по сравнению с системой без связи по току (кривая 1).

Уменьшение амплитуды автоколебаний и увеличение частоты возможны за счет увеличения постоянной времени фильтра (кривые 2, 3) и увеличения угла опережения φ_1, звена $W_{k1}(P)$ (кривые 4, 5, рис. 6).

Постоянная времени фильтра $T_ф$ должна превышать в 5–10 раз наибольшую постоянную времени элементов системы. Если использовать дифференцирующее звено $W_{k1}(P) = T_{k1}(P) + 1$, то частота автоколебаний будет стремиться к бесконечности, а амплитуда – к нулю.

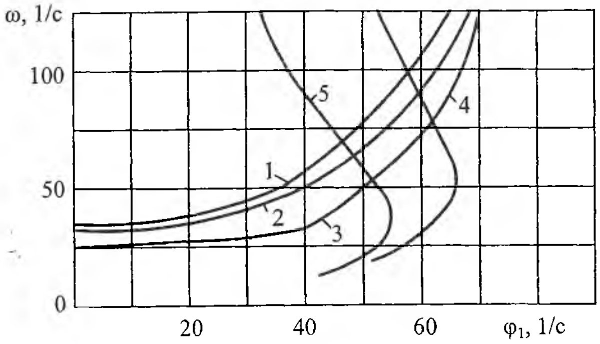

Рис. 6. Графическое определение частоты автоколебаний. 1, 2, 3 – зависимость $\omega = f(\varphi_1)$ из (29) для: 1 – системы без асимметрирования по току; 2 – с асимметрированием по току при $T_ф$ = 0,5 с; 3 – с асимметрированием по току при $T_ф$ = 0,1 с; 4, 5 – фазочастотные характеристики звена $W_{k1}(P) = (0{,}1P + 1)(G_1 0{,}01P + 1)^{-1}$ при $G_1 = 0{,}05$, $G_2 = 0{,}1$

Уравнения (29), (31) и рис. 6, 7 используются для параметрического синтеза фильтра $W_{k1}(P)$ из условия обеспечения допустимых параметров автоколебаний.

Частота автоколебаний должна превышать наибольшую частоту управляющего сигнала и находиться вне полосы помех.

При использовании в качестве корректирующего фильтра звена $W_{k1}(P) = (T_{k1}P + 1)(G_1 T_{k1}P + 1)^{-1}$ из условия помехоустойчивости значение G_1, определяющее эффективность устройства, рекомендуется выбирать больше 0,05.

Для нахождения постоянной времени T_{k1} поместим максимум фазовой характеристики $\max\{\varphi_1(\omega)\} = \mathrm{arctg}[(1 - G_1)/(2\sqrt{G_1})]$ на частоте среза линейной части системы $\omega_{ср}$. Это допущение имеет физический смысл, так как частота среза близка к резонансной частоте системы и к частоте колебаний в переходном режиме. Такое расположение фазовой характеристики обеспечит наибольшее фазовое опережение в зоне частот колебаний системы в переходном режиме, а следовательно, и быстрое затухание переходной составляющей. При принятых допущениях имеем

$$T_{K1} = \frac{1}{\omega_{ср}\sqrt{G_1}}. \tag{33}$$

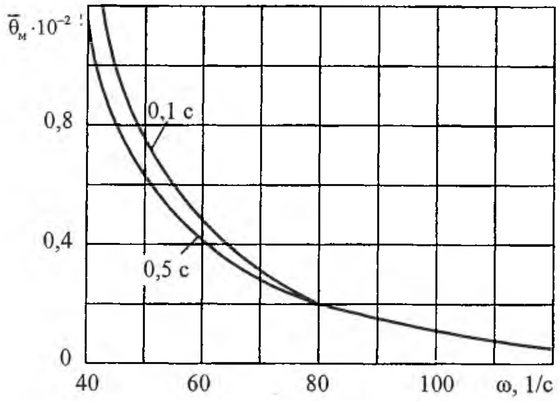

Рис. 7. Зависимость относительной амплитуды автоколебаний ошибки от частоты при $T_ф = \dfrac{1}{\omega_{ср}}$

Для рассматриваемого примера – $\omega_{ср}$ = 32 1/с, и из (33) при G_1 = 0,1 получим T_{K1} = 0,0988 с.

Выбор параметров фильтра $W_{k1}(P)$ при условии (33) будем производить в следующей последовательности:

1. Для заданной допустимой амплитуды колебаний $\theta_{тд}$ при максимальных значениях $M_н$ и a определяем из (31) допустимую относительную амплитуду $\bar{\theta}_{тд}$.

2. Из рис. 7 или соотношений (29), (30) рассчитывается значение частоты автоколебаний ω_0. При этом частота ω_0 должна быть больше заданной допустимой частоты $\omega_{доп}$.

3. Значения параметров T_{k1} и G_1 находятся путем совместного решения уравнения (33) и соотношения

$$\mathrm{tg}\varphi_{10} = \frac{T_{k1}(1-G_1)\omega_0}{1+T_{K1}^2 G_1 \omega_0^2}, \tag{34}$$

где $\mathrm{tg}\varphi_{10}$ определяется из (29) или рис. 6 при значении $\omega = \omega_0$.

Из соотношений (33), (34) получим формулы:

$$T_{K1}=\frac{\mathrm{tg}\varphi_{10}}{2\omega_0}[1+\left(\frac{\omega_0}{\omega_{\text{ср}}}\right)^2]+\sqrt{\left\{\frac{\mathrm{tg}\varphi_{10}}{2\omega_0}\left[1+\left(\frac{\omega_0}{\omega_{\text{ср}}}\right)^2\right]\right\}^2+\frac{1}{\omega_{\text{ср}}^2}};\quad G_1=\frac{1}{\omega_{\text{ср}}^2T_{k1}^2}. \qquad (35)$$

ВЫВОД

Таким образом, предложенная методика позволяет синтезировать параметры АНР из условия компенсации медленно изменяющейся ошибки на основе соотношений (26) и выбрать параметры фильтра $W_{k1}(P)$ из условия допустимых частоты и амплитуды автоколебаний из уравнений (35).

ЛИТЕРАТУРА

1. Пальтов И. П. Качество процессов и синтез корректирующих устройств в нелинейных автоматических системах. – М.: Наука, 1975. – 368 с.

2. Куличенко А. Г., Михалев А. С. Комбинированное управление системами способом параметрического асимметрирования характеристик нелинейных звеньев // Автоматика и телемеханика. – 1977. – № 11. – С. 201–203.

3. Хлыпало Е. И. Расчет и проектирование нелинейных корректирующих устройств в автоматических системах. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 272 с.

4. Попов Е. П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. – М.: Наука, 1974. – 584 с.

Представлена кафедрой
автоматизированных
информационных систем

Поступила 13.01.2006