

УДК 681.51.01:517.977.5

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПО ПОТЕРЯМ РЕГУЛЯТОРА  
ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПОСТОЯННОГО ТОКА  
С ПЕРЕМЕННЫМ МОМЕНТОМ ИНЕРЦИИ  
В СИСТЕМЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ CoDeSys**

**Инж. НОВИКОВ С. О., канд. техн. наук, доц. ПАЩЕНКО А. В.**

*Белорусский национальный технический университет*

Изменение момента инерции, характерное для манипуляторов, оказывает существенное влияние на характеристики привода с двигателем постоянного тока (ДПТ). Промышленный манипулятор определяется как автоматическая машина, стационарная или передвижная, состоящая из манипулятора и устройства программного управления для выполнения в производственном процессе двигательных и исполнительных функций. Устройство программного управления, под которым понимают способность заменять программу автоматически или с помощью человека, должно обладать перепрограммируемостью. В настоящее время основное внимание уделяется технологиям создания программного обеспечения для систем управления промышленной автоматикой, построенных на базе программируемых логических контроллеров (ПЛК) и практическому программированию на языках стандарта Международной электротехнической комиссии (МЭК) 61131-3. Сегодня наблюдается существенный рост потребности в современных инструментах производства и автоматике. Задачей прикладного программирования ПЛК является только реализация алгоритма управления конкретной машиной. Опрос входов и выходов контроллер осуществляет автоматически, вне зависимости от способа физического соединения. Эту работу выполняет системное программное обеспечение (ПО). В идеальном случае прикладной программист совершенно не интересуется, как подсоединены и где расположены датчики и исполнительные механизмы. Мало того, его работа не зависит от того, какой фирмы с каким контроллером он работает. Благодаря стандартизации языков программирования прикладная программа оказывается переносимой. Это означает, что ее можно использовать в любом ПЛК, поддерживающем данный стандарт. Наиболее полной версией программного обеспечения для ПЛК, реализующей требования стандарта МЭК 61131-3, является система исполнения CoDeSys. Данное ПО – сегодня наиболее подходящее для моделирования и разработки алгоритмов систем управления и проведения полунатурных испытаний без привлечения реального объекта.

**Состояние проблемы.** Насущные требования сегодняшнего времени постоянно обращают наше внимание на проблемы энергосбережений, и неудивительно, что значительное количество современных научных исследований непосредственно связано с данной проблемой. Настоящее исследование направлено на оптимизацию работы электропривода с переменным моментом инерции. Все программное, созданное для решения рассматриваемой задачи, написано и реализовано в системе программирования CoDeSys. В качестве математического аппарата, позволяющего,

по мнению автора, получить положительные результаты исследования, используется модифицированный принцип максимума [1].

Электроприводы современных машин и механизмов, особенно электроприводы роботов, работают с переменным моментом инерции. Модифицированный принцип максимума в сочетании с процедурой кусочно-непрерывной аппроксимации момента инерции позволяет строить оптимальный регулятор и для таких приводов.

**Критерии качества управления и математическая модель.** Рассмотрим оптимальное по потерям позиционное управление электроприводом постоянного тока. Момент нагрузки  $\mu_n$  будем считать постоянным, а момент инерции  $J$  зависит от угла  $\alpha$ .

Из уравнения для кинетической энергии привода получим уравнение равновесия моментов

$$\frac{d}{d\alpha} \left( J \frac{v^2}{2} \right) = \mu - \mu_n, \quad (1)$$

или после преобразования:

$$J(\alpha) \frac{dv}{dt} = \mu - \mu_n(\alpha, v); \quad (2)$$

$$\mu_n(\alpha, v) = \left( \frac{v^2}{2} \right) \frac{dJ}{d\alpha} + \mu. \quad (3)$$

Уравнения системы в этом случае будут иметь вид:

$$J(\alpha) \frac{dv}{dt} = \mu - \mu_n(\alpha, v); \quad (4)$$

$$\alpha(T) = \int_0^T v dt, \quad T - \text{const.} \quad (5)$$

Необходимо минимизировать потери в якоре

$$Q = \int_0^T i^2 v dt \rightarrow \min. \quad (6)$$

Граничные условия при этом имеют вид:

$$v(0) = 0; \quad v(T) = 0; \quad \alpha(0) = 0; \quad \alpha(T) = \alpha_t. \quad (7)$$

После замены аргумента  $t$  на  $v$  система уравнений привода примет вид:

$$\frac{dq}{d\alpha} = \frac{J(\alpha)i}{\mu - \mu_n(\alpha, v)}; \quad (8)$$

$$\frac{dt}{dv} = \frac{J(\alpha)}{\mu - \mu_h(\alpha, v)}; \quad (9)$$

$$\frac{d\alpha}{dv} = \frac{J(\alpha)v}{\mu - \mu_h(\alpha, v)}. \quad (10)$$

Построим для системы (8)–(10) функцию Л. С. Понтрягина

$$H = \frac{(\psi_0 i^2 + \psi_1 + \psi_2 v)J(\alpha)}{\mu - \mu_h(\alpha, v)}. \quad (11)$$

Уравнения для сопряженных переменных будут иметь вид:

$$\frac{d\psi_0}{dv} = -\frac{\partial H}{\partial q}; \quad (12)$$

$$\frac{d\psi_1}{dv} = -\frac{\partial H}{\partial t}; \quad (13)$$

$$\frac{d\psi_2}{dv} = -\frac{\partial H}{\partial \alpha} = -\frac{\psi_0 i^2 + \psi_1 + \psi_2 v}{(\mu - \mu_h(\alpha, v))^2} \left[ \frac{dJ(\alpha)}{d\alpha} (\mu - \mu_h(\alpha, v)) + \left( \frac{v^2}{2} \right) \frac{J(\alpha)}{d\alpha^2} \right]. \quad (14)$$

Проведем ступенчатую (кусочно-непрерывную) аппроксимацию зависимости  $J(\alpha)$ , тогда нетрудно показать с учетом применения аппарата обобщенных функций, что  $\psi_2$  также будет кусочно-постоянной с разрывами первого рода, определяемыми точками разрывов функции  $J(\alpha)$ . Полагая  $\psi_0 = 0$  из условия  $\frac{\partial H}{\partial I} = 0$ , определяем оптимальный закон изменения тока якоря

$$i^* = \mu_h(\alpha, v) \pm \sqrt{\mu_h(\alpha, v) + \psi_1 + \psi_2 v}. \quad (15)$$

Обозначим некоторую ступень постоянства  $J(\alpha)$  и  $\psi_2$  индексом  $j$ , а следующую за ней – индексом  $j + 1$ . Точки разрывов кусочно-постоянной функции  $J(\alpha)$  от аргумента  $v$  не зависят. Поэтому гамильтониан в оптимальном процессе непрерывен. Исходя из этого приравниваем соответствующие индексы  $j$  и  $j + 1$ .

Для всех переменных в момент разрыва имеем

$$\frac{i_j^{*2} + \psi_1 + \psi_{2j} v_j}{\mu_j - \mu_{hj}(\alpha, v)} = H_j = H_{j+1} = \frac{i_{j+1}^{*2} + \psi_1 + \psi_{2j+1} v_{j+1}}{\mu_{j+1}^* - \mu_{hj+1}(\alpha, v)}. \quad (16)$$

Из (16) с учетом выражения для тока получаем

$$\pm J_j i_j^* = \pm J_{j+1} i_{j+1}^*. \quad (17)$$

Знак «+» соответствует участку разгона, а знак «-» – участку торможения.

Подставляя выражение для оптимального тока из (15) в (17) и решая данное уравнение относительно  $\psi_{2j+1}$ , получаем формулу для определения  $\psi_{2j+1}$  в виде

$$\psi_{2j+1} = \frac{\left[ \left( \frac{J_j(\mu_{j+1} - \mu_{i_{j+1}}(\alpha, v))}{J_{j+1}(\mu_j - \mu_{i_j}(\alpha, v))} \right) (i_j^2 + \psi_1 + \psi_2 v_j) - i_{j+1}^2 - \psi_1 \right]}{v_{j+1}}. \quad (18)$$

**Формулировка задачи.** Зададимся, не теряя общности, конкретным законом зависимости момента инерции, зависящего от пути  $J(\alpha)$ , в виде

$$J(\alpha) = J_0 + (k_1 \alpha + k_2 \alpha^2) e^{k_3 \alpha}. \quad (19)$$

Тогда для вычисления момента нагрузки  $\mu_n(\alpha, v)$  целесообразно использовать точную зависимость (17), поэтому из (6) и (7) имеем

$$\mu_n(\alpha, v) = \mu_0 + \frac{v}{2} [k_1 + (2k_2 + k_1 k_3) \alpha + k_2 k_3 \alpha^2] e^{k_3 \alpha}. \quad (20)$$

Для получения конкретных результатов рассматривалась система уравнений (15), (18)–(20), которая моделировалась в системе программирования CoDeSys с использованием метода Эйлера. По результатам моделирования проводилось сопоставление полученных данных для двух случаев:

- оптимального управления током якоря в соответствии с уравнениями (15), (18), где  $\psi_2$  – величина, значение которой изменяется на каждом шаге вычислений и подставляется в (15);
- оптимального управления, по Ю. П. Петрову, при котором весовой множитель  $\psi_2$  принимается постоянным на всем интервале вычислений.

**Пример компьютерного моделирования.** Учитывая, что необходимо произвести полунатурные испытания ПЛК без использования реального объекта управления, в этом случае модель системы управления ДПТ с пропорционально-интегрально-дифференциальным (ПИД) регулятором будет выглядеть, как показано на рис. 1.

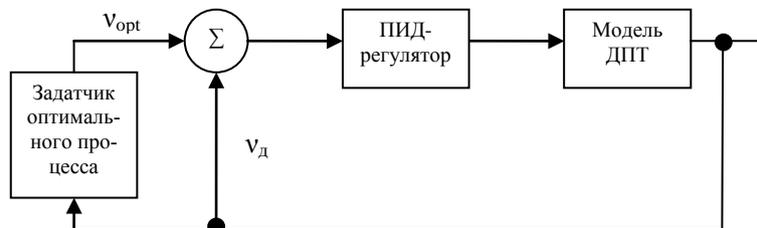


Рис. 1. Модель системы управления с оптимальным задатчиком скорости и переменным моментом сопротивления

Оформим алгоритм вычислений оптимального процесса позиционирования (реализованный в блоке Convert, рис. 3) в виде следующей вычислительной процедуры:

1. Начало.
2. Ввод исходных данных и инициализация переменных проекта.
3. Вычисление моментов инерции и сопротивления, значения тока и скорости на  $n$ -м шаге.
4. Модификация значения угла для следующего шага.
5. Вычисление моментов инерции и сопротивления, значения тока и скорости, коэффициента  $\psi_2$  на  $(n + 1)$ -м шаге.
6. Подготовка вычислительной процедуры к следующему шагу вычислений.
7. Проверка условий окончания процедуры управления, если скорость еще больше нуля, то переход к шагу 3, иначе – к шагу 8.
8. Конец работы программного комплекса.

Модуль «Модель ДПТ» содержит описание математической модели ДПТ. Используем следующую систему уравнений для описания системы с ДПТ:

$$U_{\text{я}} = i_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt};$$

$$M_{\text{д}} = k_{\text{д}} i_{\text{я}};$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{д}} - M_{\text{с}}.$$

Решая данную систему уравнений и заменяя дифференциал разностными уравнениями в приращениях, получим следующую зависимость для вычисления скорости двигателя на  $n$ -м шаге дискретизации

$$\omega_n = \omega_{n-1} + \frac{(M_{\text{д}} - M_{\text{с}}) \Delta t}{J}.$$

Пример реализации данных процедур в системе программирования CoDeSys приведен на рис. 2.

В модуле «ПИД-регулятор» описывается в разностной форме ПИД закон управления

$$Y_n = Y_{n-1} + k_p \varepsilon_n - k_i \varepsilon_{n-1} + k_d \varepsilon_{n-2},$$

где  $Y$  – сигнал управления на  $n$ -м шаге;  $Y_{n-1}$  – сигнал управления на  $(n - 1)$ -м шаге;  $\varepsilon_n, \varepsilon_{n-1}, \varepsilon_{n-2}$  – величины рассогласований между действительной и желаемой величинами скорости соответственно на  $n$ -м;  $(n - 1)$ -м и  $(n - 2)$ -м шагах. На вход этого блока также поданы: предельное задание по скорости; коэффициенты пропорциональный, интегральный и дифференциальный соответственно.



## ВЫВОДЫ

В результате проведенных исследований и последующего моделирования системы управления с использованием математического аппарата модифицированного принципа максимума были получены вполне удовлетворительные результаты, подтверждающие теоретические предположения об актуальности применения данного метода с целью минимизации потерь при эксплуатации механизмов с переменными моментами инерции. После сравнения и анализа полученных данных для оптимального управления с использованием модифицированного принципа максимума с данными оптимального управления [2] нетрудно заметить преимущества модифицированного принципа максимума. За одно и то же время при отработке одинакового угла модифицированный принцип максимума с использованием описанной выше методики дает потери, меньшие на 7–13 %. Результаты моделирования приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты моделирования процессов

	Для случая $PSI2 - const$ (оптимальный по Ю. П. Петрову процесс)	Для случая $PSI2 - var$ (квазиоптимальный процесс)
PSI1	1005	3915
PSI2	-55,6	383,3
$T$ (время)	0,231	0,231
$\alpha$ (угол)	2,79	2,66
$Q$ (потери)	2848,12	2662,74

Эти данные полностью совпадают с результатами, полученными авторами ранее в [3, 4].

## ЛИТЕРАТУРА

1. П а н а с ю к, В. И. Оптимальное управление в технических системах / В. И. Панасюк, В. Б. Ковалевский, Э. Д. Политыко. – Минск: Навука і тэхніка, 1990.
2. П е т р о в, Ю. П. Оптимальное управление электроприводом с учетом ограничения по нагреву / Ю. П. Петров. – Л.: Энергия, 1971.
3. П р и м е н е н и е модифицированного принципа максимума в задачах оптимального управления манипулятором с переменным моментом инерции / В. И. Панасюк [и др.]. – Свердловск, 1990.
4. П а н а с ю к, В. И. Модифицированный принцип максимума в задаче оптимального управления электроприводом с переменным моментом инерции / В. И. Панасюк, А. В. Пашенко, С. О. Новиков. – Львов, 1988.

Представлена кафедрой ПОВТ и АС

Поступила 12.12.2008