

## ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ГОРЯЧЕГО ВЫТЯГИВАНИЯ ПОЛИЭФИРНОГО ВОЛОКНА

Кандидаты техн. наук, доценты АЙРАПЕТЬЯНЦ Г. М., КОЖЕВНИКОВ М. М.,  
канд. техн. наук УЛЬЯНОВ Н. И.

*Могилевский государственный университет продовольствия*

E-mail: mgup@mogilev.by

## DYNAMIC MODELS FOR HOT-EXTRUSION OF POLYESTER FIBRE

IRAPETIANTS G. M., KOZHEVNIKOV M. M., ULIANOV N. I.

*Mogilev State University of Food Technologies*

Рассмотрена задача моделирования динамики процесса горячего вытягивания полиэфирного волокна. Предложены новые модификации нелинейных динамических моделей, которые в отличие от известных позволяют учесть влияние величины растягивающего напряжения и продолжительности его приложения на температуру горячего вытягивания, для достижения заданных значений прочности и относительных удлинений полиэфирного волокна. Предложенные модели применимы для эффективного решения задачи синтеза комбинированных систем регулирования температуры горячего вытягивания.

**Ключевые слова:** полиэфирные волокна, процесс горячего вытягивания, динамические модели.

Библиогр.: 11 назв.

The paper considers modeling of dynamics on hot extrusion process for polyester fibre. New modifications of nonlinear dynamic models are have been proposed in the paper. The models in contrast with the known ones make it possible to take into account an effect of tensile stress magnitude and duration of its application on temperature of the hot extrusion, in order to achieve the desired values of strength and relative elongations of the polyester fibre. The proposed models are applicable for efficient solution of problems on synthesis of combined control systems for regulation of hot extrusion temperature.

**Keywords:** polyester fibres, hot extrusion process, dynamic models.

Ref.: 11 titles.

В настоящее время полиэфирные волокна занимают лидирующее положение среди химических волокон. Рост производства и потребления полиэфирных волокон объясняется их универсальностью и высокими показателями физико-механических свойств, обеспечивающих им успешное применение при производстве текстильных изделий как широкого потребления, так и технического назначения [1, 2]. Свежесформованное полиэфирное волокно из кристаллизующихся полимеров имеет сложную морфологическую картину. Наряду со складчатыми цепями, образующими кристаллические участки полимера, имеются кристаллики, в которых цепи находятся в вытянутой конформации [3, 4]. Ориентация кристалликов, как правило, у них беспорядочная. Такие волокна при испытании на разрыв обладают низким модулем эластичности и малой прочностью. Чтобы превратить данные волокна в высокопрочные, необходимо преобразовать их кристаллическую структуру, что достигается в процессе горячего вытягивания.

Основными режимными параметрами технологического процесса горячего вытягивания являются температура и продолжительность вытягивания, величина растягивающего напряжения. Из работ по исследованию влияния этих факторов на степень вытягивания известно, что чем выше температура вытягивания, тем больше степень вытягивания [5, 6] и тем большую прочность полиэфирного волокна можно получить. Однако, как отмечено в [4, 7], увеличение температуры вытягивания приводит к ускорению процессов разрушения, так как повышается вероятность разрыва связей за счет тепловых флуктуаций. Чем продолжительнее воздействие растягивающего напряжения и высокой температуры, тем меньше продольно допустимая степень вытягивания [8].

Необходимо отметить, что в промышленных системах автоматического управления технологическим процессом горячего вытягивания [7] регулирование каждого параметра осуществляется без учета вышеперечисленных перекрестных связей, что приводит к повышенным расходам теплоносителя для обеспечения заданного качества полиэфирного волокна. Поэтому в данной работе технологический процесс горячего вытягивания рассмотрен как многомерный объект управления, а также предложены новые модификации нелинейных динамических моделей этого процесса. В отличие от известных предложенные модели позволяют учесть влияние величины растягивающего напряжения и продолжительности его приложения на температуру горячего вытягивания, необходимую для достижения заданных значений прочности и относительных удлинений полиэфирного волокна. Такие модели позволят эффективно решить задачу синтеза комбинированных систем регулирования температуры горячего вытягивания, а также вычислить оптимальные параметры настройки автоматических регуляторов [4, 7]. Применение рассматриваемых моделей в промышленной практике автоматического регулирования технологического процесса горячего вытягивания позволит повысить эффективность использования теплоносителя.

Зависимость прочности полиэфирного волокна  $\tau_p$  от температуры  $T$  и растягивающего напряжения  $\sigma$  достаточно точно выражается следующей формулой [5]:

$$\tau_p = p_0 \exp\left(\frac{u_0 - \eta\sigma}{RT}\right), \quad (1)$$

где  $p_0$  – постоянная;  $u_0$  – энергия активации механического разрыва связей;  $\eta$  – структурный коэффициент;  $\sigma$  – растягивающее напряжение;  $T$  – абсолютная температура;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Формула (1) легко преобразуется для расчета растягивающего напряжения в выражение

$$\sigma = \frac{u_0}{\eta} - \frac{RT}{\eta} \ln\left(\frac{\tau_p}{p_0}\right). \quad (2)$$

Задаваясь этими тремя переменными и используя формулу (2), можно для получения полиэфирного волокна с заданными свойствами управлять технологическим процессом горячего вытягивания в случае односторонне-

го растяжения. Однако в производственной практике технологического процесса горячего вытягивания имеет место сложнапряженное состояние полиэфирного волокна [7]. Экспериментальное исследование такого состояния достаточно сложно, поскольку требует высокой точности измерения параметров процесса. Поэтому исследование сложнапряженного состояния полиэфирного волокна, как правило, выполняется теоретически, опираясь на экспериментальные данные, полученные в простых условиях растяжения. При этом материал полиэфирного волокна моделируется, как состоящий из упругой и вязкой фаз, которые взаимно влияют на деформацию друг друга.

В [8, 9] имеются экспериментальные данные, полученные в простых условиях растяжения полиэфирного волокна при постоянных напряжениях. Обозначим составляющую растягивающего напряжения вдоль оси  $x$  через  $\sigma_x$ , а соответствующее относительное удлинение волокна через  $\varepsilon_x$ . Тогда экспериментальные данные, полученные в [8], можно представить в виде

$$\frac{d\varepsilon_x}{dt} = \exp\left(-\frac{u_0 + \eta\sigma_x}{RT}\right). \quad (3)$$

Причем при простых условиях растяжения полиэфирного волокна:

$$\eta_0 = \sqrt{2}(\varepsilon_0 - \varepsilon_x); \quad \sigma_x = 3\tau_0/\sqrt{2}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_0, \eta_0$  – относительное удлинение и относительный сдвиг между нормалью к девиаторной плоскости и напряжением;  $\tau_0$  – касательное напряжение.

Эти величины при блочном напряжении связаны между собой следующими уравнениями [10, 11]:

$$\varepsilon = \frac{m-2}{2(m+1)G}; \quad \varepsilon_0 - \varepsilon = \frac{1+\varphi}{2G}(\sigma_x - \sigma); \quad \eta_{xy} = \frac{1+\varphi}{G}\tau_{xy}; \quad (5)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dG} = \frac{m-2}{2(m+1)G} \frac{d\tau}{dt}; \quad \frac{d\eta_0}{dt} = \frac{1}{2G} \left( \frac{d\tau_0}{dt} + \varphi \frac{d\tau_0}{dt} + \tau_0 \frac{d\varphi}{dt} \right), \quad (6)$$

где  $m$  – число Пуассона;  $G$  – модуль сдвига;  $\tau$  – нормальное напряжение;  $\varphi$  – некоторая функция.

Дополнительными уравнениями связи являются условия на поверхности и условия совместности [11]:

$$\sigma_x \cos(nx) + \tau_{xy} \cos(ny) + \tau_{xy} \cos(nz) = P_x^0;$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \eta_{xy}}{\partial x \partial y}; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{-\partial \eta_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \eta_x}{\partial y} + \frac{\partial \eta_{xy}}{\partial z} \right) = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z}. \quad (7)$$

Таким образом, для построения модели процесса горячего вытягивания необходимо найти вид функции  $\varphi$ , связывающей инварианты  $\tau_0$  и  $\eta_0$ . Для установления связи между  $\tau_0$  и  $\eta_0$  воспользуемся уравнениями (4) и (6) при постоянных напряжениях в виде

$$\frac{1}{2} \frac{d\eta_0}{dt} = \frac{\tau_0}{2G} \frac{d\varphi}{dt}. \quad (8)$$

Дифференцируя соотношение (4) по времени и имея в виду, что при постоянных напряжениях  $\varepsilon_z = \text{const}$ , получаем

$$\frac{d\eta_0}{dt} = \sqrt{2} \frac{d\varepsilon_x}{dt} = \sqrt{2} \exp\left(-\frac{u_0 - \eta\sigma_x}{RT}\right) = \sqrt{2} \exp\left(-\frac{u_0 + 3\eta\tau_0/\sqrt{2}}{RT}\right). \quad (9)$$

Откуда

$$\frac{1}{2} \frac{d\eta_0}{dt} = \frac{\sqrt{2}}{2} \exp\left(-\frac{u_0 + 3\eta\tau_0/\sqrt{2}}{RT}\right). \quad (10)$$

Отсчитывая время от начала вытягивания  $t = 0$  и  $\varphi = 0$ , получим значения при постоянных напряжениях

$$\varphi = \frac{\sqrt{2}}{\tau_0} Gt \exp\left(-\frac{u_0 + 3\eta\tau_0/\sqrt{2}}{RT}\right). \quad (11)$$

В технологическом процессе горячего вытягивания полиэфирного волокна возникают кольцевые и продольные напряжения, которые обозначим  $\sigma_2^0$ ,  $\sigma_\theta^0$  и  $\sigma_z^0$ , и соответствующие относительные удлинения  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_z$ . Тогда

$$\sigma = (\sigma_2 + \sigma_\theta + \sigma_z)/3 = \sigma_0(1 + \alpha)/3. \quad (12)$$

В начальный момент времени при  $t = 0$  пусть  $\sigma_2^0 = 0$ ,  $\sigma_\theta^0 = \tau_0$ ,  $\sigma_z^0 = \tau_0/m$ , тогда:

$$\varepsilon_2^0 = \frac{\sigma_0}{E} \frac{1+m}{m^2}; \quad \varepsilon_\theta^0 = \frac{\sigma_0}{E} \frac{m^2-1}{m^2}; \quad \varepsilon_z^0 = 0, \quad (13)$$

где  $E$  – модуль упругости;  $\sigma_0 = 3\sigma/(1 + \alpha)$ .

В любой момент времени  $t$  растягивающие напряжения  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_\theta = \sigma_0$ ,  $\sigma_z = \alpha\tau_0$ . Предположим, что на единичное волокно действует только внутреннее давление. Тогда величина относительного удлинения выражается формулой

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^0 + \frac{1+\varphi}{2G} (\sigma_z - \sigma) = \frac{1+\varphi}{2G} \left( \sigma_z - \frac{\varphi + 3\sigma/(m+1)}{1+\varphi} \right). \quad (14)$$

Подставим значения (12) в формулу (14) и получим

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_0}{6G} \left[ \varphi(2\alpha - 1) + 3 \left( \alpha - \frac{1+\alpha}{1+m} \right) \right]. \quad (15)$$

Принимая для любого момента времени  $\varepsilon_z = 0$ , получим

$$\varphi = \frac{3(1-m\alpha)}{(1+m)(2\alpha-1)}. \quad (16)$$

Выше получено выражение

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\sqrt{2}}{\tau_0} G \exp\left(-\frac{u_0 + 3\eta\tau_0/\sqrt{2}}{RT}\right). \quad (17)$$

Так как

$$\tau_0 = \sqrt{2} \left( \sqrt{\sigma_\theta^2 + \sigma_z^2 - \sigma_\theta \sigma_z} \right) / 3 = \sqrt{2} \eta_0 \left( \sqrt{1 + \alpha^2 - \alpha} \right) / 3,$$

то

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\sqrt{2}}{\tau_0} G \exp\left(-\frac{u_0 + \left(\sqrt{2}\eta_0 \sqrt{1 + \alpha^2 - \alpha}\right)}{RT}\right). \quad (18)$$

Дифференцируя по  $t$  выражение (16), имеем:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{3(m-2)}{(m+1)(2\alpha-1)^2} \frac{d\alpha}{dt}. \quad (19)$$

Используя совместно (18) и (19), получим

$$\frac{\sqrt{2}}{\tau_0} G \exp\left(-\frac{u_0 + \left(\sqrt{2}\eta_0 \sqrt{1 + \alpha^2 - \alpha}\right)}{RT}\right) = \frac{3(m-2)}{(m+1)(2\alpha-1)^2} \frac{d\alpha}{dt}. \quad (20)$$

Интегрируя  $\alpha$ , как функцию  $t$ , запишем

$$t = \int_{\frac{1}{m}}^{\alpha} \frac{3(m-2)}{(m+1)(2\alpha-1)^2} \left( \frac{\sqrt{2}}{\tau_0} G \exp\left(-\frac{u_0 + \left(\sqrt{2}\eta_0 \sqrt{1 + \alpha^2 - \alpha}\right)}{RT}\right) \right)^{-1} d\alpha. \quad (21)$$

Зная  $\alpha$ , как функцию  $t$ , можно вычислить относительные удлинения волокна  $\varepsilon_\theta$  и  $\varepsilon_z$ , в частности

$$\varepsilon_\theta = \frac{1+\varphi}{2G} \left( \sigma_\theta - \frac{\varphi + 3\sigma/(m+1)}{1+\varphi} \right), \quad (22)$$

где  $\sigma = \sigma_0(1+\alpha)/3$ .

Отсюда

$$\varepsilon_\theta = \frac{(m-2)\sigma}{2G} \left( 1 + \frac{1+2\alpha-2\alpha^2}{1-2\alpha} \right). \quad (23)$$

Скорость изменения кольцевого удлинения

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dt} = \exp\left(-\frac{u_0 + \eta_0\tau_0\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha}{RT}\right). \quad (24)$$

В случае, когда полиэфирное волокно подвергается внутреннему давлению и продольному напряжению,  $\sigma_\theta = \sigma_0 = \text{const}$ ;  $\sigma_z = \alpha\sigma_0 = \text{const}$  и деформации не ограничены, для каждого значения  $\alpha$ , не изменяющегося во времени, имеем свое значение

$$\varphi = \frac{3Gt}{\sigma_0\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha} \exp\left(-\frac{u_0 + 3\eta_0\tau_0\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha}{RT}\right). \quad (25)$$

Соответственно:

$$\varepsilon_z = \frac{\varphi\sigma_0}{\sigma G}(2\alpha - 1) + \frac{\sigma_0}{2G}\left(\alpha - \frac{1+\alpha}{1+m}\right); \quad (26)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{(1+\varphi)}{2G}\sigma_0\left[1 - \frac{\varphi + 3/(m+1)}{3(1+\varphi)}(1+\alpha)\right]. \quad (27)$$

Таким образом, предлагаемая динамическая модель процесса горячего вытягивания полиэфирного волокна описывается выражениями (3), (21), (26), (27), которые дают связь между величиной растягивающего напряжения  $\sigma$ , прочностью  $\tau_p$  и температурой  $T$  полиэфирного волокна, продолжительностью горячего вытягивания  $t$  и продольными и кольцевыми составляющими относительного удлинения полиэфирного волокна  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_\theta$ .

## ВЫВОДЫ

Анализ технологического процесса горячего вытягивания полиэфирного волокна как объекта управления на основе предложенной динамической модели позволяет сделать следующие выводы.

1. Улучшение качества регулирования температуры горячего вытягивания  $T$  при заданных значениях прочности  $\tau_p$  и продольных и кольцевых составляющих относительного удлинения полиэфирного волокна  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_\theta$  может быть достигнуто введением дополнительного корректирующего контура по величине растягивающего напряжения  $\sigma$ .

2. Продолжительность горячего вытягивания  $t$  может корректироваться с учетом температуры полиэфирного волокна и величины растягивающего напряжения при заданных значениях прочности  $\tau_p$  и продольных и кольцевых составляющих относительного удлинения полиэфирного волокна  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_\theta$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Айзенштейн, Э. М. Мировой и российский рынки химических волокон и нитей в 2007 г. / Э. М. Айзенштейн // Химические волокна. – 2008. – № 6. – С. 49–59.
2. Геллер, В. Э. Состояние и перспективы развития технологии производства полиэфирных волокон и нитей / В. Э. Геллер // Химические волокна. – 2006. – № 4. – С. 28–39.
3. Петухов, Б. В. Полиэфирные волокна / Б. В. Петухов. – М.: Химия, 1976. – 272 с.

4. З а з у л и н а, З. А. Основы технологии химических волокон / З. А. Зазулина, Т. В. Дружинина, А. А. Конкина. – М.: Химия, 1985. – 304 с.
5. П е р е п е л к и н, К. Е. Основные динамические и кинетические закономерности процессов формирования волокон / К. Е. Перепелкин // Химические волокна. – 1991. – № 6. – С. 33–35.
6. В ы с о к о с к о р о с т н о е формирование волокон / под ред. К. Е. Перепелкина. – М.: Химия, 1988. – 483 с.
7. Х и м и ч е с к и е волокна: основы получения, методы исследования и модифицирование / под ред. Т. В. Дружининой. – М.: МГТУ имени А. Н. Косыгина, 2006. – 472 с.
8. У с т р о й с т в о для контроля структурной однородности химических волокон: а. с. 1515107 СССР, МКИ<sup>1</sup> G01 N 33/36 / Г. М. Айрапетьянц, В. П. Ансов, А. И. Васильев, Г. К. Ковалев, В. Э. Геллер; Могилевский филиал научно-производственного объединения «Химвтоматика» – № 4261617; заявл. 15.06.87; опубл. 15.10.89 // Открытия, изобретения. – 1989. – № 38. – 6 с.
9. С и с т е м а автоматического регулирования температуры нагрева нити: а. с. 1392157 СССР, МКИ<sup>2</sup>, D01N13/28 G05D23/19 / Г. М. Айрапетьянц, А. И. Васильев, Г. К. Ковалев, Г. А. Корсунский; Могилевский филиал научно-производственного объединения «Химвтоматика» – № 4049884; заявл. 17.03.86; опубл. 30.04.88 // Открытия, изобретения. – 1988. – № 16. – 4 с.
10. G r a k, J. *Mathematics Diffusion* / J. Grak. – Oxford: Clarendon Press, 1976. – 347 p.
11. Ш л и х т и н г, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1979. – 712 с.

#### REFERENCES

1. A i z e n s h t e i n, E. M. (2008) World and Russian Markets of Chemical Fibres and Yarns in 2007 (2008) *Khimicheskie Volokna* [Chemical Fibres], (6), 49–59.
2. G e l l e r, V. E. (2006) State and Prospects for Development of Technology on Production of Polyester Fibres and Yarns. *Khimicheskie Volokna* [Chemical Fibres], (4), 28–39.
3. P e t u k h o v, B. V. (1976) *Polyester Fibres*. Moscow, Khimia.
4. Z a z u l i n a, Z. A., Druzhinina, T. V., & Konkina, A. A. (1985) *Fundamentals of Chemical Fibre Technologies*. Moscow, Khimia.
5. П е р е п е л к и н, К. Е. (1991) Main Dynamic and Kinetic Regularities in Processes of Fibre Formation. *Khimicheskie Volokna* [Chemical Fibres], (6), 33–35.
6. Z i a b i t s k i i, A., Kavach, X. (1988) *High-Velocity Forming of Fibres*. Moscow, Khimia.
7. D r u z h i n i n a, T. V. (2006) *Chemical Fibres: Fundamentals on Production, Methods for Investigation and Modification*. Moscow: MSTU Named After A. N. Kosygin.
8. I r a p e t i a n t s, G. M., Ansov, V. P., Vasil'ev, A. I., Kovalev, G. K., & Geller, B. E. (1989) Control Device for Structural Uniformity of Chemical Fibres. Certificate of Authorship no. 1515107 USSR. *Otkrytiia. Izobreteniia* [Discoveries. Inventions], (38).
9. I r a p e t i a n t s, G. M., Vasiliev, A. I., Kovalev, G. K., & Korsunsky, G. A. (1988) The Automatic Temperature Control of Heating Filaments. Certificate of Authorship no. 1392157 USSR. *Otkrytiia. Izobreteniia* [Discoveries. Inventions], (16).
10. G r a k, J. (1976) *Mathematics Diffusion*. Oxford: Clarendon Press.
11. S h l i k h t i n g, G. (1979) *Theory of Boundary Layer*. Moscow: Nauka.

Представлена кафедрой АТПП

Поступила 10.04.2013