чета устойчивости русел регулируемых рек – водоприемников и проводящих каналов мелиоративных систем / Э. И. Михневич // Экологические аспекты мелиорации. – Минск: БелНИИМ и ВХ, 1990. – С. 50–63.

3. **Печкуров, А. Ф.** Устойчивость русл рек и каналов / А. Ф. Печкуров. – Минск: Ураджай, 1989. – 644 с.

Поступила 24.04.2009

УДК 620.192: 624.05

РАСЧЕТ ДЛИНЫ И ШИРИНЫ РАСКРЫТИЯ ТРЕЩИНЫ, РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ ВО ВРЕМЕНИ

Доктора техн. наук, профессора ЛЕОНОВИЧ С. Н., ПИРАДОВ К. А.

Белорусский национальный технический университет,
Московский государственный открытый университет

Расчет длины трещины. При определении длины развивающейся во времени трещины представляется важным учесть изменение во времени реологических свойств материала и величины критического коэффициента интенсивности напряжений. Процесс трещинообразования в бетоне рассмотрен в рамках модели Леонова – Панасюка – Дагдейла. С использованием локального энергетического критерия с учетом диссипации энергии в концевой зоне трещины получено выражение для скорости роста трещины нормального отрыва. В случае постоянных внешних нагрузок скорость развития трещины определяется по формуле

$$\frac{dl_{crc}}{dt}=\frac{\pi\frac{d}{dt}J(0)}{24\sigma^2 J(0)}\,\frac{K_I^4}{\frac{2D}{(1-\nu^2)J(0)}-K_I^2(t)}, \qquad (1)$$

где σ – напряжения в концевой зоне; $K_I(t)$ – коэффициент интенсивности напряжений; D – энергия разрушения; ν – коэффициент Пуассона; $J(0)$ – функция ползучести $J(t)$ в момент времени $t = 0$.

Как известно, функция $J(t)$ при отсутствии пластической составляющей равна величине, обратной модулю упругости:

$$J(t)=\frac{1}{E}. \qquad (2)$$

Рост трещин в условиях ползучести для инвариантного во времени материала может быть описан при замене упругих постоянных некоторыми операторами. Учитывая, что в случае постоянной длительно действующей нагрузки напряжения с момента времени t являются постоянными и $C(t, \tau) = 0$, этот оператор примет вид

$$\frac{1}{E}=\frac{1}{E(\tau)}+C(t,\tau), \qquad (3)$$

где $C(t, \tau)$ – мера ползучести.

В соответствии с этим

$$J(t)=\frac{1}{E(\tau)}+C(t,\tau). \qquad (4)$$

Для описания величины $C(t, \tau)$ существуют в соответствии с теориями ползучести различные выражения. Приняв во внимание теорию старения, имеем

$$C(t,\tau)=C(\infty,\tau)\left[1-e^{-\beta(t-\tau)}\right], \qquad (5)$$

где $C(\infty, \tau)$ – конечная величина меры ползучести; γ – численный коэффициент, характеризующий скорость нарастания ползучести.

Отметим, что возможно применение любого другого известного выражения для $C(t,\tau)$, что приведет лишь к некоторым математическим усложнениям.

Подставив (5) в (4) и продифференцировав по t, получим

$$\frac{dJ(t)}{dt}=\gamma C(\infty,\tau)\,e^{-\gamma(t-\tau)}. \qquad (6)$$

За момент времени $t = 0$ будем считать время приложения внешней нагрузки $t = \tau$. Исходя из этого, имеем:

$$J(0)=\frac{1}{E(\tau)}; \qquad (7)$$

$$\frac{dJ(0)}{dt}=\gamma C(\infty,\tau). \qquad (8)$$

В концевой зоне трещины в бетоне действуют напряжения, равные прочности бетона на растяжение $\sigma = R_{bt}(t)$. В процессе роста трещин энергия разрушения также не является постоянной величиной, она убывает с увеличением времени, прошедшего со дня загружения:

$$D(t)=\frac{K_{IC}^2(t)}{E(t)}. \qquad (9)$$

Считая, что рост трещины происходит в каждый данный момент времени и учитывая (7)–(9), из (1) имеем

$$\frac{dl_{crc}(t)}{dt}=\frac{\pi\gamma C(\infty,\tau)}{\dfrac{24R_{bt}^2(t)}{E(\tau)}}\;\frac{K_{IC}^4(t)}{\dfrac{2K_{IC}^2(t)}{(1-\nu^2)\dfrac{E(t)}{E(\tau)}}-K_{IC}^2(t)}. \qquad (10)$$

После некоторых преобразований получим выражение для определения скорости роста трещин в бетоне при длительно действующей нагрузке

$$\frac{dl_{crc}(t)}{dt}=\frac{\pi\gamma C(\infty,\tau)E(t)E(\tau)(1-\nu^2)}{24R_{bt}^2(t)\left[2E(\tau)-E(t)(1-\nu^2)\right]}K_{IC}^2(t). \qquad (11)$$

Величину $K_{IC}(t)$ можно вычислить по известным выражениям механики разрушения для данного конкретного вида загружения. В общем случае воспользуемся зависимостью [1], согласно которой величина $K_{IC}(t)$ релаксирует во времени по закону изменения длительной прочности:

$$K_{IC}(t)=\frac{R_{bt}(t)}{R_{bt}(\tau)}\frac{K_{IC}(\tau)}{\sqrt{\dfrac{E(t)}{E(\tau)}+2E(t)C(t,\tau)}}. \qquad (12)$$

Подставляя (12) в (11), получаем

$$\frac{dl_{crc}(t)}{dt}=\frac{\pi\gamma C(\infty,\tau)E^2(\tau)(1-\nu^2)}{24R_{bt}^2(\tau)\left[2E(\tau)-E(t)(1-\nu^2)\right]}\times \frac{K_{IC}^2(\tau)}{1+2E(\tau)C(t,\tau)}. \qquad (13)$$

Если бетон был загружен в достаточно большом возрасте, то можно принять модуль упругости постоянной величиной, т. е. $E(t) = E(\tau)$. Тогда

$$\frac{dl_{crc}(t)}{dt}=\frac{\pi\gamma C(\infty,\tau)E^2(\tau)(1-\nu^2)}{24R_{bt}^2(\tau)(1-\nu^2)}\times \frac{K_{IC}^2(\tau)}{1+2E(\tau)C(t,\tau)}. \qquad (14)$$

Из выражения (13) легко получить зависимость для определения приращения развивающейся во времени трещины

$$\Delta l_{crc}(t)=\frac{\pi\gamma C(\infty,\tau)E^2(\tau)(1-\nu^2)K_{IC}^2(\tau)}{24R_{bt}^2(\tau)}\times \int_{\tau}^{t}\left[2E(\tau)-E(t)(1-\nu^2)\right]\left[1+2E(\tau)C(t,\tau)\right]. \qquad (15)$$

Приняв функцию $C(t, \tau)$ в виде (5) и считая, что времени загружения соответствует момент времени $\tau = 0$, а деформативные характеристики неизменны во времени, а также проинтегрировав (15), получим

$$\Delta l_{crc}(t)=\frac{\pi C(\infty,0)E_bK_{IC}^2(\tau)(1-\nu^2)}{24R_{bt}^2\left[1+2E_bC(\infty,0)\right](1-\nu^2)}\times\left(\gamma t+\ln\left[1+2E_bC(\infty,0)\left(1-e^{-\gamma t}\right)\right]\right). \qquad (16)$$

Введем обозначения:

$$\frac{\pi C(\infty,0)\,E_b K_{IC}^2\,(1-\nu^2)}{24R_{bt}^2\,(1-\nu^2)} = A; \qquad (17)$$

$$2E_b C(\infty,0) = B. \qquad (18)$$

Тогда формула для определения длины развивающейся во времени трещины при действии длительно действующей нагрузки примет вид

$$l_{crc}(t) = l_{crc}^0 + \frac{A}{1+B}\left\{\gamma t + \ln\left[1+B(1-l^{-\gamma t})\right]\right\}, \qquad (19)$$

где l_{crc}^0 определяется по известному значению K_{IC} или соответствующих ей зависимостей для других видов загружения [2].

Зависимость (19) можно записать следующем образом:

$$l_{crc}(t) = l_{crc} + \frac{A}{1+B}\left\{\gamma t + \ln\left[1+2E_b C(t,0)\right]\right\}. \qquad (20)$$

Запись в такой форме удобна тем, что при определении длины трещины мы можем использовать опытные текущие значения меры ползучести.

Проанализировав (14), получим, что с ростом ползучести скорость роста трещины уменьшается, достигая минимальной величины при $C(t, \tau) = C(\infty, \tau)$. После этого скорость роста трещины становится постоянной. На самом же деле рост трещины носит затухающий характер. Из анализа полученных расчетных значений приращения длины трещины следует, что формула (14) работает для тех значений t, при которых скорость роста трещин переменна. Определим то максимальное значение t, при котором действительна (14). Отношение текущей и максимальной скорости роста трещины будет

$$\frac{v(t)}{v(\infty)} = \frac{1+2E(\tau)C(\infty,\tau)(1-e^{\gamma t})}{1+2E(\tau)C(t,\tau)}. \qquad (21)$$

Если скорость роста трещины стабилизируется при достижении величиной $v(t)$ значения $v(\infty)$ с точностью 0,5 %, то

$$0,995 = 1-e^{-\gamma t}. \qquad (22)$$

Откуда

$$t = \frac{5,3}{\gamma}. \qquad (23)$$

Следовательно, (14) действительна в диапазоне изменений t от 0 до $5,3/\gamma$ (в среднем 130 сут.), что соответствует полученным экспериментальным данным.

Определение ширины раскрытия трещины, развивающейся во времени. Раскрытие трещин увеличивается и после прекращения их роста в длину.

Изменение ширины раскрытия трещины во времени можно определить из формулы [3]

$$\alpha_{crc}(t,\tau) = \left[1+E(\tau)C(t,\tau)\right]\alpha_{crc}^o, \qquad (24)$$

где $\alpha_{crc}(t,\tau)$ – ширина раскрытия трещины в момент времени t; α_{crc}^o – начальная ширина раскрытия трещины.

При высоких уровнях нагрузки ($0,8 < \eta < 0,5$) в (19) введем нелинейную меру ползучести, т. е. вместо $C(t, \tau)$ – $C^*(t, \tau)$. Согласно [4] $C^*(t, \tau)$ можно определить по формуле

$$C^*(t,\tau) = (1+\alpha\sigma^2)\,C(t,\tau), \qquad (25)$$

где α – численный коэффициент.

Расчет ширины раскрытия трещины по (24) проводился по значениям меры ползучести, определенной как по кривым ползучести призм, так и по деформациям ползучести, измеренным компараторами на плитах с отверстиями.

Из сопоставления рассчитанных по (24) значений $\alpha_{crc}(t,\tau)$ с полученными из опыта следует, что наблюдается достаточно хорошее соответствие между экспериментальными данными и результатами, полученными по (19). Начальную ширину раскрытия трещины можно определить согласно [5] по формуле

$$2v(x,0) = \frac{2}{\pi E_b}\int_{-l}^{l} q(\xi)\,\Gamma(l,x,\xi)\,d\xi. \qquad (26)$$

где $v(x,0)$ – полуширина раскрытия трещины в точке с координатами x; $y = 0$; $q(\xi)$ – функция нормальной составляющей напряжения, приложенного к берегам трещины;

$$\Gamma(l,x,\xi)=\ln\frac{l^2-x\xi-\sqrt{(l^2-x^2)(l^2-\xi^2)}}{l^2-x\xi+\sqrt{(l^2-x^2)(l^2-\xi^2)}};$$

$$l=l_{crc}+R,$$

x – координата точки на оси абсцисс, в которой определяется раскрытие трещины; ξ – текущая координата, изменяющаяся в интервалах $-l\le\xi\le -R$; $R\le\xi\le l$. Функция нормальной составляющей напряжений, приложенных к берегам трещины при одноосном сжатии, имеет вид [6]

$$q(\xi)=q_1\left(3\frac{R^4}{\xi^4}-\frac{R^2}{\xi^2}\right). \qquad (27)$$

Окончательно после подстановки (27) в (26) получаем

$$2v(x,0)=\frac{q}{\pi E_b}\int_{-l}^{l}\left(3\frac{R^4}{\xi^4}-\frac{R^2}{\xi^2}\right)\Gamma(l,x,\xi)\,d\xi. \quad (28)$$

При проектировании рекомендуется следующий порядок определения ширины трещины при длительном действии нагрузки:

- определяется величина критического коэффициента интенсивности напряжений при поперечном сдвиге;
- текущее значение меры ползучести бетона вычисляется по (5);
- начальная ширина раскрытия трещины определяется из (28);
- вычисляется модуль упругости $E(\tau)$;
- по формуле (24) определяется текущее значение ширины раскрытия трещины под длительно действующей нагрузкой.

ВЫВОД

Выполненные исследования позволяют рассчитывать длину и ширину развивающейся во времени трещины в бетонных элементах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Трапезников, Л. П**. Температурная трещиностойкость массивных бетонных сооружений / Л. П. Трапезников. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 272 с.

2. **Гузеев, Е. А.** Механика разрушения бетона: вопросы теории и практики / Е. А. Гузеев, С. Н. Леонович, К. А. Пирадов. – Брест: БПИ, 1999. – 217 с.

3. **Зайцев, Ю. В.** Моделирование деформаций и прочности бетона методами механики разрушения / Ю. В. Зайцев. – М.: Стройиздат, 1982. – 196 с.

4. **Арутюнян, Н. Х.** Некоторые вопросы теории ползучести / Н. Х. Арутюнян. – М.; Л.: Гостехиздат, 1951. – 324 с.

5. **Панасюк, В. В.** Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / В. В. Панасюк. – Киев: Навук. думка, 1968. – 246 с.

6. **Мусхелишвили, Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мусхелишвили. – М.: Наука, 1966. – 707 с.

Поступила 11.11.2008

УДК 696.135:502.3

УЧЕТ ОСОБЕННОСТЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО СТОКА С ТЕРРИТОРИЙ ПРЕДПРИЯТИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ И ЭКСПЛУАТАЦИИ ОЧИСТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Докт. техн. наук, проф. КОЛОБАЕВ А. Н., асп. НОВИКОВА О. К.

Белорусский национальный технический университет

При проектировании, строительстве и эксплуатации сооружений по очистке ливневых вод с территории промышленных предприятий учитывается главная особенность этих вод: их крайне неравномерное распределение во времени. Определение производительности очистных сооружений исходя из максимальных расходов воды связано с неоправданным удорожа-