

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПРОЦЕДУРЕ ИЗМЕРЕНИЙ ИХ ЛОКАЛЬНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ

Канд. физ.-мат. наук, доц. ГУСЕВ О. К.

Белорусский национальный технический университет

Свободные, т. е. способные дрейфовать во внешнем электрическом поле, носители заряда определяют протекание многих физико-химических процессов в веществе, материалах и структурах на их основе (далее – объектах). Свойства свободных носителей заряда зависят от химического состава, строения объектов и могут характеризоваться типом (например, электроны, дырки, ионы), концентрацией (количеством носителей заряда в единице объема), подвижностью (скоростью в единичном электрическом поле) и другими параметрами, каждый из которых может быть пространственно однородным или меняться в разных частях объекта, создавая пространственную неоднородность свободных носителей заряда.

Параметры свободных носителей заряда определяют возможности использования объектов в науке и технике (например, возможность использования полупроводниковых материалов в структурах твердотельной микро- и оптоэлектроники, возможность использования химической и биологической активности растворов электролитов в технике и технологии), а также используются в критериях оценки экологической безопасности и степени очистки многих материалов (например, степень очистки технологической и питьевой воды). Поэтому определение значений этих параметров в объектах различной природы представляет собой важную измерительную задачу, решение которой в реальных условиях измерений способствует повышению качества изделий и технологических процессов [1, 2].

Для измерений концентрации свободных носителей заряда промышленности и в научных

исследованиях широко используют кондуктометрические методы и основанные на них средства измерений [3]. Эти методы применимы для объектов с пространственной однородностью свободных носителей заряда, а также допускают модификацию методик выполнения измерений на случай пространственной неоднородности концентрации или подвижности носителей заряда. Примерами являются такие объекты с неоднородностью концентрации и подвижности носителей заряда, как диффузионные, эпитаксиальные и имплантированные слои полупроводников, растворы электролитов в условиях концентрационной поляризации [4, 5].

Вместе с тем в практике технических измерений встречается достаточно обширная группа объектов, которые характеризуются другим типом неоднородности и объединяются следующими факторами:

1. В объектах присутствуют (могут присутствовать, предполагается присутствие) границы раздела областей с различными преобладающими типами носителей заряда (неоднородность типа носителей заряда). Например, граница раздела поверхностного инверсионного канала и объема полупроводника для монокристаллов p -InAs и некоторых других узкозонных полупроводниковых соединений, границы раздела преципитатов и основного объема твердого тела, граница раздела двух несмешанных растворов электролитов различного химического состава в условиях их перекачки по длинным технологическим трубопроводам. Литературные данные о методах измерений локальных параметров свободных носителей заряда с тре-

буемой точностью в таких объектах отсутствуют.

2. Под влиянием технологических, эксплуатационных и иных факторов (в частности, в результате взаимодействия с чувствительными элементами средств измерений) в объектах происходят изменения как значений параметров свободных носителей заряда, так и геометрической, химической, физической структуры границ раздела:

а) так, под влиянием высокой температуры, ионного и радиационного облучения, адсорбции инородных частиц на поверхности, механических и химических обработок в узкозонных полупроводниковых соединениях создаются и исчезают объемные и поверхностные области с p - и n -типами проводимости, что соответственно приводит к возникновению и перемещению физических p - n -переходов между ними;

б) последовательная перекачка двух и более электролитов по технологическим трубопроводам сопровождается перемещением границы раздела между ними относительно контрольного сечения, что приводит к отсутствию априорной информации о том, какой именно из электролитов взаимодействует со средством измерений;

в) использование в процедуре измерений поверхностного потенциала и электронного средства фотовозбуждения приповерхностных областей полупроводников приводит к адсорбционно-десорбционным процессам, изменяющим измеряемые параметры поверхности.

Подобные изменения, происходящие в промежутках между измерениями или в процессе измерений, приводят к отсутствию адекватных априорных моделей объектов измерений.

3. В силу общности контактных явлений в твердых телах и жидкостях, основанной на явлениях электронной и ионной проводимости, а также емкостных свойствах приграничных областей пространственного заряда, к этим объектам могут быть применены кондуктометрические методы измерений параметров свободных носителей заряда при условии построения их адекватной модели.

Указанные объекты подвергаются реальным измерительным процедурам в промышленности или научных исследованиях. Методы измерений объединяют следующие факторы:

1. Измерения выполняются, как правило, по методикам, не учитывающим неоднородность объекта.

2. Отсутствие адекватной модели объектов приводит к методическим погрешностям измерений, превосходящим допустимые значения и в ряде случаев проявляющихся редко как грубые промахи.

3. В силу технических и экономических причин для построения адекватной модели объекта не допускается применение дорогостоящих, разрушающих методов количественного анализа химического состава и структуры объектов.

Сказанное позволяет сделать следующие выводы:

1. Адекватная модель объекта должна быть построена на основе измерительной информации, получаемой в рамках самой процедуры кондуктометрических или совместимых с ними измерений.

2. Рассматриваемой группе объектов соответствует общая процедура, посредством которой возможно измерение параметров свободных носителей заряда в заданной области неоднородного объекта с требуемой точностью.

Цель данной работы – разработка процедур моделирования объекта с пространственной неоднородностью типа свободных носителей заряда, позволяющих измерять локальные параметры свободных носителей заряда с требуемой точностью.

Модели объектов и методы измерений. Методы измерений концентрации носителей заряда в однородных объектах с одним преобладающим типом свободных носителей заряда или монокомпонентной проводимостью (рис. 1) основаны на базовой модели [3]

$$J = KUN\mu,$$

где J – значение электрического тока через два электрода, образующих электрический контакт с объектом измерений; K – коэффициент, учитывающий геометрическую конфигурацию объекта, электродов и электрического поля; U – разность потенциалов в объекте измерений между электродами; N и μ – концентрация и подвижность носителей заряда.

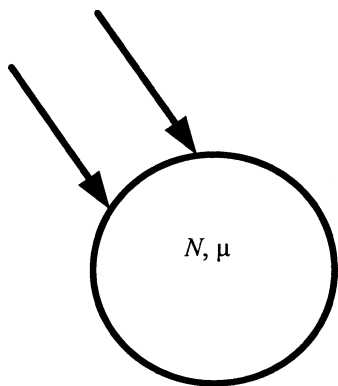


Рис. 1. Модель однородного объекта и измерительных электродов

Из (1) следует, что в случае, когда величины N и μ связаны между собой известной функциональной зависимостью $\mu = \mu(N)$, для их раздельного определения достаточно измерений тока J и напряжения U . Рассмотренный принцип положен в основу методов и средств измерения концентрации растворов электролитов (концентрато- или солемеры) [2].

Если величины N и μ функционально не связаны, то измерения согласно (1) позволяют определять только произведение N и μ , а для их раздельного определения требуется дополнительное независимое измерение. Например, используют явление возникновения гальваномангнитной ЭДС Холла в объекте при воздействии на него магнитного поля с индукцией B , перпендикулярной направлению тока J [4, 5]:

$$U_H = K_J \frac{J}{N}, \quad (2)$$

где K_J – коэффициент, учитывающий геометрическую конфигурацию объекта, электродов и электрического поля. На этом принципе основаны, например, измерения концентрации и подвижности носителей заряда в однородных полупроводниках.

Для объектов с пространственной неоднородностью свободных носителей заряда, в зависимости от характера неоднородности и соотношения характеристических размеров неоднородности Z и области, тестируемой электродами z , измерения с использованием (1), (2) могут давать следующие результаты:

1. Неоднородность концентрации или подвижности носителей заряда. Если $z \ll Z$, то результат измерений, выполненных по методикам

(1), (2), дает результат, относящийся к области z [4].

Если $z \gg Z$, то измерения по (1), (2) дают значения, усредненные по области z . Если реализуемая при этом точность измерений не удовлетворяет целям измерений, то осуществляется аналитический учет в (1), (2) суммирования (интегрирования) характеристик неоднородных областей по правилам, определяемым установленным независимо или принятым на основе априорных данных законом распределения концентрации и подвижности в неоднородных областях (эпитаксиальных, диффузионных слоях) [4].

2. Неоднородность типа носителей заряда. Пусть $z \ll Z$. Тогда применение (1), (2) возможно лишь в случае, когда измерительный сигнал определяется параметрами только одной области объекта, а тип носителей заряда и функциональная связь величин N и μ в ней идентифицированы. В противном случае методическая погрешность измерений концентрации свободных носителей заряда будет проявляться как грубая ошибка [6].

Пусть $z \gg Z$. Вследствие электронных процессов на границах раздела областей с различными типами носителей заряда непосредственное использование для измерений концентрации методов и средств, основанных на модели однородного объекта (1) или (2), приводит к методическим погрешностям измерений, которые могут превышать допустимые значения, а в ряде случаев равноценны грубым ошибкам [4, 7].

Представим модель объекта [8, 9], включающего области с носителями заряда разных типов, как совокупность однородных областей или областей с неоднородностью концентрации, между которыми возможно взаимодействие (рис. 2).

Выражение для тока через объект (или для ЭДС Холла) будет иметь вид

$$J, U_H = \Phi(K, U, K_i, N_i, \mu_i), \quad (3)$$

где Φ – функционал, определяемый характером неоднородностей и их размерами; K_i, N_i, μ_i – соответственно постоянная, учитывающая геометрическую конфигурацию, концентрация и подвижность носителей заряда в области объ-

екта с i -м типом носителей заряда. Функционал Φ , как правило, имеет достаточно сложную структуру и аналитически может быть представлен редко. Поэтому в большинстве случаев используют экспериментально полученные зависимости.

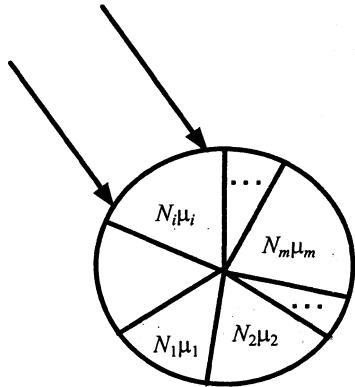


Рис. 2. Модель объекта с неоднородностью типа свободных носителей заряда и измерительных электродов

Результаты [6, 7, 10, 11], позволяют сформулировать обобщенную процедуру, посредством которой возможно использование принципов и методов, развитых применительно к однородным объектам согласно (1) или (2), для анализа параметров m -й области объекта с неоднородностью типа носителей заряда. Процедура включает следующие операции:

1) установление условий и режимов, при которых значения информативных параметров измерительного сигнала в пределах заданных погрешностей определяются свойствами только одной произвольной однородной области или области объекта с неоднородностью концентрации носителей заряда. Реализацию этих условий и режимов;

2) идентификацию типа носителей заряда в области объекта, определяющей значение измерительного сигнала. При этом функционал $\Phi(K, U, K_i, N_i, \mu_i)$ вырождается в произведение $K_m N_m \mu_m$;

3) определение концентрации N_m и подвижности μ_m идентифицированных носителей заряда в рамках модели однородной области или области с неоднородностью концентрации и оценку результирующей погрешности.

Рассмотрим реализацию данной процедуры в конкретных объектах.

Измерение концентрации носителей заряда в узкозонных полупроводниковых со-

единениях с инверсионными каналами на поверхности. Неоднородность электрофизических параметров, отсутствие адекватной модели объекта и соответствующих ей методов измерений концентрации и подвижности носителей заряда в монокристаллическом арсениде индия, легированном акцепторной примесью, привели к тому, что до конца 1980-х гг. отсутствовали сколько-нибудь достоверные данные об изменении концентрации и подвижности носителей заряда в нем при различных внешних воздействиях: от технологических до эксплуатационных. ЭДС Холла, получившая в данном материале название «аномальной», обнаруживала двойную инверсию знака в процессе охлаждения и имела при низких температурах знак, противоположный классическому полупроводнику с дырочным типом проводимости. Однако природа эффекта была невыясненной, а его использование в рамках выражения (2) для измерений приводило к противоречивым и невоспроизводимым результатам.

В [7, 10, 11] предложена модель аномального эффекта Холла в узкозонных полупроводниковых соединениях, включающая модель качественно неоднородного объекта исследования в виде кристалла с инверсионными каналами на поверхности, обусловленными собственными поверхностными состояниями.

На рис. 3 показаны экспериментальные зависимости ЭДС Холла от тока в легированных цинком при температуре 77 К [7] кристаллах InAs, отражающие реализацию функционала (3) для рассматриваемой измерительной задачи. Согласно разработанной модели, в области малых (до $10^{-4} \dots 10^{-3}$ А) электрических токов проводимость осуществляется по поверхности образца, при этом измеряемые экспериментально величины ЭДС Холла и проводимости позволяют рассчитывать поверхностную плотность и подвижность электронов в инверсионных каналах. После достижения величины тока J_b , которому соответствует падение напряжения вдоль инверсионного канала U_b , равное пороговому напряжению пробоя поверхностного p - n -перехода, происходит стабилизация поверхностной составляющей электрического тока, приводящая к появлению протяженной (2...3 порядка величины тока) полки на зависимости ЭДС Холла от тока.

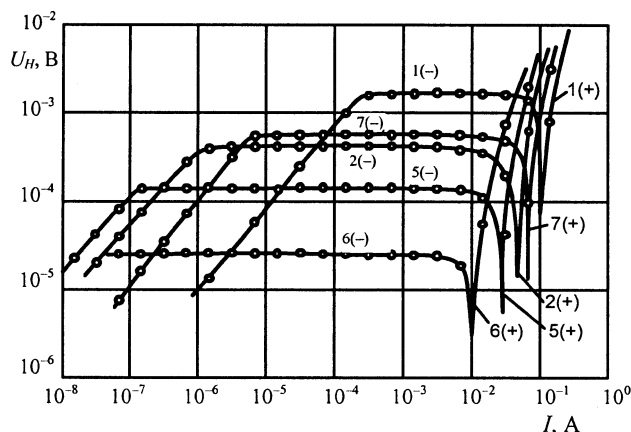


Рис. 3. Зависимость ЭДС Холла в кристаллах *p*-InAs от величины электрического тока при различных обработках поверхности

В процессе возрастания электрического тока происходит расширение области пробоя поверхностного *p-n*-перехода и при достижении величины тока $J_0 = U_b \Delta x / R_d (l - \Delta x)$, где Δx – расстояние от положительно смещенного токового до холловских электродов; l – расстояние между токовыми электродами, в нее попадают холловские контакты кристалла. При этом нарушается условие выключения объемной составляющей ЭДС Холла и происходит инверсия знака измеряемой ЭДС с аномального (отрицательного) на положительный. Дальнейшее увеличение тока приводит к асимптотическому приближению значений ЭДС Холла к ее объемному значению.

Таким образом, процедура измерений, посредством которой оказывается возможным использовать приближение однородного объекта (2) для измерений концентрации дырок в объеме и концентрации электронов в поверхностном инверсионном канале, включает:

- 1) нахождение областей токов, в которых ЭДС Холла линейно возрастает с током и определяется параметрами только одной области кристалла – объемом, или поверхностным каналом;
- 2) идентификацию типа носителей в однородной области – электроны, если знак ЭДС Холла отрицателен, и дырки, если знак положителен;
- 3) применение методики ЭДС Холла (2) для определения концентрации носителей заряда в идентифицированной области.

Измерение концентрации растворов кислот и щелочей в технологических трубопроводах. Измерение концентрации чередующихся дозированных объемов кислот и щелочей в длинных технологических трубопроводах сопровождается отсутствием априорной информации о типе измеряемого раствора электролита в заданном сечении трубопровода. В этой ситуации качественно неоднородный объект измерений представляет собой последовательность несмешивающихся доз кислот и щелочей, разделенных порциями воды, движущихся по трубопроводу и в произвольной очередности омывающих электроды чувствительного элемента [2].

Использование традиционных кондуктометрических методов, основанных на (1), сопровождается грубыми ошибками измерений концентрации, связанными с различием функциональной зависимости подвижности ионов от их концентрации для различных электролитов. Повышение точности измерений потребовало разработки принципов и методов идентификации типа раствора в заданном сечении трубопровода, совместимых с техникой кондуктометрических измерений.

В [6] предложены принцип и метод определения типа раствора, основанные на явлении разделения токов динамической поляризации контактной кондуктометрической ячейки, согласно модели, являющейся реализацией функционала (3):

$$\frac{k}{N(\lambda^\circ - (B_1 \lambda^\circ + B_2 \sqrt{N})(1 + \alpha'(T_2 - T_1)))} \frac{dJ}{dt} + \left(\frac{4\pi(d_a + d_k)}{\epsilon S} - \frac{k_1 N^{\frac{1}{2}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{анс}}}} \right)}{\varphi_a - \psi_1} \right) i(t) = \frac{dU}{dt}, \quad (4)$$

где i – ток кондуктометрической ячейки; t – время; k, S – константы, определяемые геометрическими размерами кондуктометрической ячейки; λ° – эквивалентная электрическая проводимость при бесконечном разбавлении; B_1 и B_2 – константы, зависящие от вида ионов; T_1 и T_2 – базовое и текущее значения температуры; α' – коэффициент температурной зависимости;

d_a и d_k – толщина сольватной оболочки анионов и катионов; ϵ – диэлектрическая проницаемость; φ_a – абсолютный скачок потенциала между электродом и раствором; ψ_1 – скачок потенциала в диффузной части двойного электрического слоя; k_1, k_2 – коэффициенты адсорбции; $\tau_{адс}$ – постоянная времени адсорбции.

Согласно (4), характеристики двойного электрического слоя на границе раздела чувствительный элемент – электролит определяются составом и структурой поверхности чувствительных элементов, типом присутствующих в растворе ионов, процессами специфической адсорбции на поверхности чувствительных элементов и практически не зависят от концентрации. Это приводит к разделению уровней тока динамической поляризации по принципу принадлежности к определенной однородной области объекта измерений (определенному типу электролита) независимо от концентрации ионов. Включение в процедуру измерений концентрации растворов кислот и щелочей измерительного преобразования и анализа потенциодинамических кривых вида (4) позволяет идентифицировать тип раствора в заданном сечении и обеспечить требуемую точность измерений концентрации растворов электролитов согласно (1).

Таким образом, процедура измерений, посредством которой оказывается возможным использовать приближение однородного объекта (1) для измерений концентрации чередующихся дозированных объемов кислот и щелочей в технологических трубопроводах, должна включать, в числе других, операции:

1) выбор временных интервалов, в течение которых не происходит скачкообразное изменение токов динамической поляризации, свидетельствующее о смене типа раствора;

2) идентификацию типа раствора «кислота – щелочь» на основе анализа потенциодинамических кривых типа (4);

3) применение к анализируемой области объекта метода измерений, основанного на (1), с учетом известной зависимости подвижности ионов от концентрации для идентифицированного типа ионов.

ВЫВОДЫ

Проведенный анализ показывает, что неоднородные объекты, имеющие границы раздела областей с различными преобладающими типами носителей заряда – кристаллами арсенида индия с инверсионными каналами на поверхности и растворами кислот и щелочей в технологических трубопроводах, – при решении измерительных задач определения концентраций носителей заряда могут моделироваться разбиением на совокупность взаимодействующих однородных областей. Реализация этой модели в процедуре измерений концентрации носителей заряда в заданной области осуществляется посредством операций выбора режима измерений, идентификации типа носителей заряда в соответствующей ему однородной области и выполнения измерений по методу, основанному на модели однородного объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В. Е. и др. Системы технологического обеспечения качества компонентов микроэлектронной аппаратуры / В. Е. Власов, В. П. Захаров, А. И. Коробов; Под ред. А. И. Коробова. – М.: Радио и связь, 1987. – 160 с.
2. Брусиловский Л. П., Вайнберг А. Я. Приборы технологического контроля в молочной промышленности: Справ. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Агропромиздат, 1990. – 288 с.
3. Грилихес М. С., Филяновский Б. К. Контактная кондуктометрия: Теория и практика метода. – Л.: Химия, 1980. – 176 с.
4. Воробьев Ю. В., Добровольский В. Н., Стриха В. И. Методы исследования полупроводников / Киев: Выща шк., 1988. – 232 с.
5. Кучис Е. В. Гальваномагнитные эффекты и методы их исследования. – М.: Радио и связь, 1990. – 264 с.
6. Определение типа и концентрации растворов электролитов на основе анализа потенциодинамических кривых / Р. И. Воробей, О. К. Гусев, В. П. Киреенко и др. // Вестник БНТУ. – 2003. – № 2. – С. 48–53.
7. Влияние условий измерений на аномальный эффект Холла в p -InAs / Г. Ю. Андерсен, О. К. Гусев, В. П. Киреенко и др. // Физика и техника полупроводников. – 1991. – Т. 25, вып. 11. – С. 1999–2002.
8. Джилавдари И. З., Сидорик В. В. Физика в компьютерных моделях. – Мн.: Пион, 1998. – 248 с.
9. МИ 1317–96. Результаты и характеристики погрешности измерений: Формы представления: Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров. – М.: Из-во стандартов, 1986. – 29 с.
10. О природе низкотемпературной аномальной ин-

версии знака постоянной Холла в p -InAs / О. К. Гусев, В. П. Киреенко, А. А. Ломтев, В. Б. Яржембицкий // Физика и техника полупроводников. – 1983. – Т. 17, вып. 6. С. 1153–1155.

11. Гусев О. К., Киреенко В. П., Яржембицкий В. Б. Аномальный фото-Холл-эффект в кристаллах p -InAs // Физика и техника полупроводников. – 1992. – Т. 26, вып. 6. – С. 1138–1139.

УДК 517.977

ПРОЦЕДУРА НЕПРЕРЫВНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТЕКУЩЕГО СОСТОЯНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ОБЫКНОВЕННОЙ СИСТЕМЫ ПО НЕПОЛНОМУ ВЫХОДУ

*Докт. физ.-мат. наук, доц. МЕТЕЛЬСКИЙ А. В.,
докт. физ.-мат. наук, проф. МИНЮК С. А.*

*Белорусский национальный технический университет,
Гродненский государственный университет имени Я. Купалы*

1. **Постановка задачи.** Пусть система наблюдения описывается уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad t \in T = [0, t_1] \quad (1)$$

с доступным измерению выходом

$$y(t) = Cx(t), \quad t \in T, \quad (2)$$

где A и C – постоянные $n \times n$ - и $m \times n$ -матрицы соответственно.

Рассмотрим задачу наблюдения системы (1), (2) в постановке Н. Н. Красовского [1]. Требуется найти линейную ограниченную операцию

$$x(t_1) = \int_0^{t_1} y(\tau) dV(\tau), \quad (3)$$

где V – функция ограниченной вариации на T , вычисляющая текущее состояние $x(t_1)$ по прошлому выходу $y(t)$, $t \in T$.

Известно [2], что в пространстве непрерывных функций $C(T, R^n)$ линейная ограниченная операция имеет вид интеграла Стильтьеса (3). Операцию (3) будем называть восстанавливающей, или операцией восстановления. Иногда задачу восстановления конечного состояния динамической системы по прошлому выходу называют задачей идентификации [3].

2. **Построение восстанавливающей операции.** Условие полной наблюдаемости [1, 3] системы (1), (2) имеет вид

$$\text{rank}[C', A'C', \dots, (A')^{n-1}C'] = n. \quad (4)$$

Знак «'» обозначает операцию транспонирования матрицы.

Теорема. Если для системы наблюдения (1), (2) выполнено условие (4), то задача наблюдения разрешима в классе непрерывных линейных операций вида

$$x(t_1) = \int_0^{t_1} v(\tau) y(\tau) d\tau, \quad (5)$$

где $v(\tau)$, $\tau \in T$ – матричная непрерывная функция.

Доказательство. Пусть $\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$ – характеристическое уравнение матрицы A . Тогда выход $y(t)$ системы (1), (2) удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению

$$y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_{n-1} \dot{y}(t) + a_n y(t) = 0. \quad (6)$$

Обозначим

$$b_0(t) = y(t); \quad b_k(t) = y^{(k)}(t) + a_1 y^{(k-1)}(t) + \dots + a_k y(t), \quad \dots, k = \overline{1, n-1};$$

$$d_k(t) = a_n \frac{t^k}{k!} - a_{n-1} \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} + \dots + (-1)^k a_{n-k}, \quad k = \overline{0, n-1}.$$

Интегрируя уравнение (6), получим