УДК 519.10 + 658.264

СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК МЕЖДУ ТЕПЛОИСТОЧНИКАМИ ПРЕДПРИЯТИЯ ТЕПЛОВЫХ СЕТЕЙ

Докт. техн. наук, доц. СЕДНИН В. А., канд. физ.-мат. наук, доц. КОРЗНИКОВ А. Д., канд. техн. наук, доц. СЕДНИН А. В., инж. МАСЕВИЧ И. В.

Белорусский национальный технический университет

С целью повышения эффективности функционирования систем централизованного теплоснабжения необходимо проводить комплексную оптимизацию на разных стадиях их существования [1]. Рассмотрим задачу оптимизации распределения тепловых нагрузок между теплоисточниками в ее статической постановке.

Постановка задачи и математическая модель. Пусть в системе теплоснабжения города имеется m источников теплоты, в том числе планируемых для строительства, и n – теплопотребителей. Известны тепловые мощности b_j ($j=\overline{1,n}$) каждого теплопотребителя, тепловые мощности a_i ($i=\overline{1,m}$) каждого источника теплоты, суммарные удельные эксплуатационные затраты c_{ij} на транспорт тепловой энергии от i-го источника к j-му теплопотребителю. Требуется определить потоки мощности (потоки теплоносителя) q_{ij} от источников к потребителям, обеспечивающие минимум эксплуатационных затрат в системе централизованного теплоснабжения:

$$\min \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}q_{ij}. \quad (1)$$

При этом вводятся следующие ограничения:

- полное удовлетворение потребности в тепловой энергии теплопотребителей:

$$\sum_{i=1}^{m} q_{ij} \ge b_j, \quad j=\overline{1,n}; \quad (2)$$

- непревышение тепловой мощности (с учетом резервирования мощностей) для каждого теплоисточника:

$$\sum_{j=1}^{n} q_{ij} \le a_i, \quad j=\overline{1,m}; \quad (3)$$

- неотрицательности потоков тепловой мощности от источников к потребителям и пропускная способность сети d_{ij} по транспорту теплоты от i-го теплоисточника к j-му потребителю:

$$0 \le q_{ij} \le d_{ij}, \quad j=\overline{1,m}; \quad j=\overline{1,n}. \quad (4)$$

При новом строительстве или реконструкции существующих систем теплоснабжения вместо эксплуатационных затрат следует эксплуатационные затраты заменить на приведенные затраты.

При решении данной задачи определяются тепловые нагрузки теплоисточников, по которым можно ввести оценку эффективности их работы. В результате целевая функция принимает вид

$$\min \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} c_{ij}q_{ij}\gamma_{ij}(q_{ij}).$$

Заметим, что если $d_{ij} \ge \min\left(a_i, b_j\right)$, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$, то мы имеем открытую модель классической транспортной задачи. Введением фиктивных поставщиков или потребителей она легко сводится к замкнутой модели с выполненным балансовым соотношением: $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$, которое является необходимым и достаточным условием разрешимости задачи.

Рассматриваемая задача является задачей линейного программирования, однако очень специфическая структура матрицы, ограниченной (2) и (3), привела к тому, что для ее решения был разработан метод потенциалов – модификация симплекс-метода, учитывающий эту особенность и позволяющий существенно уменьшить объем вводимой и хранимой исходной информации. Ситуация значительно меняется, если ограничения (4) являются нетривиальными, т. е. для некоторых (i,j), $d_{ij}=0$ (транспортная задача с запретами) или $d_{ij}<\min(a_i,b_j)$ (транспортная задача с ограниченными пропускными способностями). В этом случае размерность множества допустимых решений может принимать значение меньшее, чем размерность $(m-1)(n-1)$ множества допустимых решений классической транспортной задачи [2, 3], возникают проблемы не только с применением симплекс-метода или его модификаций к решению задачи, но и с построением первоначального базисного решения. Условия разрешимости задачи [4] также непригодны для практического применения.

Алгоритм реализации сетевой модели. При решении задачи (1)–(4) модифицированным методом потенциалов используется метод искусственного базиса. Однако в случае несовместности ограничений (2)–(4) несколько вопросов остаются открытыми.

Во-первых, в практических задачах при несовместности ограничений (2)–(4) требуется, тем не менее, найти план поставок максимально возможного объема потоков теплоносителя с минимальной стоимостью. А, во-вторых, необходимо определить «узкое» место, т. е. те коммуникации (i,j), пропускные способности которых d_{ij} не позволяют увеличить общий объем поставок.

В данной работе применяется простой алгоритм решения задачи (1)–(4), не использующий методы линейного программирования, а основанный на дальнейшем развитии идеи осуществления тернарных операций на графе (сети) и не требующий его графического представления. В случае несовместности ограничений (2)–(4) этот алгоритм позволяет ответить на сформулированные выше вопросы.

Поскольку на каждой итерации приведенного ниже алгоритма полученный план остается оптимальным (значение целевой функции минимально при заданном объеме $V=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}q_{ij}$), а алгоритм продолжает работу до тех пор, пока план не станет допустимым, его естественно трактовать как двойственный.

Введем в рассмотрение матрицы модифицированных стоимостей $C^*=\left\|c_{ij}^*\right\|$ и пропускных способностей $D^*=\left\|d_{ij}^*\right\|$ порядка $(m+n+2)\times(m+n+2)$, определенных следующим образом:

$$c_{ij}^*=\begin{cases} c_{ij}, & i=\overline{1,m};\ \ j=\overline{m+1,m+n};\\ 0, & i=m+n+1;\ j=\overline{1,m},\\ & i=\overline{m+1,m+n};\ j=m+n+2;\\ \infty, & \text{в остальных случаях;}\end{cases}$$

$$d_{ij}^*=\begin{cases} d_{ij}, & i=\overline{1,m};\ \ j=\overline{m+1,m+n};\\ a_i, & i=m+n+1;\ j=\overline{1,m};\\ b_j, & i=\overline{m+1,m+n};\ j=m+n+2;\\ 0, & \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

Опишем алгоритм решения задачи (1)–(4), а затем приведем его обоснование.

Пусть $Q=\left\|q_{ij}\right\|$ – нулевая матрица порядка $(m+n+2)\times(m+n+2)$.

<u>Общая итерация</u>. Осуществляем тернарные операции над элементами матрицы модифицированных стоимостей $\overline{C}{*}=C{*}=\left\|c_{ij}^*\right\|$, последовательно по всем k = 1, 2, …, $n+m+2$; полагая

$$\overline{c}_{ij}^*:=\begin{cases}\overline{c}_{ij}^*, & \text{если } \ \overline{c}_{ij}^*\le\overline{c}_{ik}^*+\overline{c}_{kj}^*;\\ \overline{c}_{ik}^*+\overline{c}_{kj}^*, & \text{если } \ \overline{c}_{ij}^*>\overline{c}_{ik}^*+\overline{c}_{kj}^*,\end{cases} \qquad (5)$$

для всех $i\ne j\ne k$; $i=\overline{1,\ n+m+2}$; $j=\overline{1,\ n+m+2}$.

Одновременно с выполнением операций (5) изменяем элементы вспомогательной матрицы $R{*}=\left\|r_{ij}^*\right\|$ порядка $(m+n+2)\times(m+n+2)$ (первоначально полагаем $r_{ij}^*=j$ для всех i,j = $=\overline{1,n+m+2}$):

$$r_{ij}^{*} := \begin{cases} r_{ij}^{*}, & \text{если} \quad \overline{c}_{ij}^{*} \le \overline{c}_{ik}^{*} + \overline{c}_{kj}^{*}; \\ r_{ik}^{*}, & \text{если} \quad \overline{c}_{ij}^{*} > \overline{c}_{ik}^{*} + \overline{c}_{kj}^{*}. \end{cases} \tag{6}$$

Если $\overline{c}_{m+n+1,\,m+n+2}^{*} = \infty$ – задача решена. В противном случае с помощью вспомогательной матрицы R^{*} определяем множество индексов $m + n + 1$; i_1, i_2, …, i_k; $m + n + 2$, где $i_1 = r_{m+n+1,\,m+n+2}$; $i_2 = r_{i_1,\,m+n+2}$, …; $r_{i_k,\,m+n+2} = m+n+2$ и множество $L = \{(m + n + 1,\ i_1),\ (i_1,\ i_2),\ \ldots,\ (i_k,\ m+n+2)\}$.

Находим $\delta = \min\limits_{(i,j)\in L} d_{ij}^{*} > 0$. Для всех $(i,j) \in L$ полагаем:

$$q_{ij}^{*} := q_{ij}^{*} + \delta,\ q_{ji}^{*} = q_{ji}^{*} - \delta;\quad d_{ij}^{*} := d_{ij}^{*} - \delta,\ d_{ji}^{*} = d_{ji}^{*} + \delta;$$

$$c_{ij}^{*} = \begin{cases} \infty, & \text{если} \quad d_{ij}^{*} = 0; \\ c_{ij}^{*}, & \text{если} \quad d_{ij}^{*} > 0; \\ c_{ji}^{*} = -c_{ij}^{*}, & \text{если} \quad x_{ij}^{*} > 0. \end{cases}$$

Переходим к общей итерации.

После окончания работы алгоритма находим матрицу $Q = \left\| q_{ij} \right\|_{m\times n}$, где $q_{ij} = q_{i,m+j}^{*}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, которая является решением задачи (1)–(4). Отметим, что если одно из ограничений (2) или (4) не выполнено, то это означает, что исходная задача не имеет допустимых решений. Тем не менее полученный план является оптимальным планом поставок максимально возможного объема потоков теплоносителя от поставщиков к потребителям при данных ограничениях.

Отметим, что на каждой итерации работы алгоритма увеличение объема транспорта теплоты на величину δ осуществляется с минимально возможным увеличением значения целевой функции, т. е. получаемый на каждой итерации план является оптимальным, но недопустимым.

Если исходные данные задачи – целые числа, то в силу унимодулярности матрицы ограничений величина δ увеличения значения $\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} q_{ij}$ является целым числом. (Задача с рациональными исходными данными легко сводится к целочисленному случаю.) Но так как $\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} q_{ij} \le \sum\limits_{i=1}^{m} a_i$, отсюда следует конечность алгоритма.

На каждой итерации мы получаем оптимальное решение (минимальное значение целевой функции) для данной величины $V = \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} q_{ij}$, которое не является допустимым, если $V < V_{\max}$. В этом случае описанный алгоритм естественно трактовать как двойственный.

Если условие $\sum\limits_{i=1}^{M} b_i \le \sum\limits_{j=1}^{N} a_j$ не выполняется, следует рассматривать задачу ввода новых мощностей. При этом необходимо рассматривать все возможные варианты, в том числе локальные теплоисточники на разных видах энергоресурсов. Задача состоит в максимизации суммарной экономии приведенных затрат (или прибыли) за фиксированный срок эксплуатации системы теплоснабжения при различных сценариях ее развития.

Апробация алгоритма. На основании представленного алгоритма была разработана программа для ЭВМ и проведено ее тестирование. В качестве исходных данных приняты характеристики системы теплоснабжения г. Минска (объекты Минских тепловых сетей), на основе которых составлена эквивалентная укрупненная модель, включающая в себя теплоисточники, централизованные потребители и транспортные связи между ними. В качестве характеристик теплоисточников выступали их теплофикационные мощности, характеристика теплопотребителей – максимальные мощности теплопотребления, транспортных связей – удельные эксплуатационные затраты на транспорт тепловой энергии от каждого источника к каждому теплопотребителю. Были введены ограничения на мощности теплоисточников и пропускные способности теплопроводов (транспортных связей).

Анализ результатов численного эксперимента показал, что разработанные алгоритмы дают возможность решать оптимизационные задачи моделирования энергетических систем мета- и макроуровня.

ВЫВОДЫ

1. Разработанный алгоритм и его программное обеспечение позволяют эффективно решать задачу оптимизации распределения тепловых нагрузок между теплоисточниками в системе централизованного теплоснабжения.

2. Разработанные алгоритм и программное средство можно рекомендовать для использования перспективных планов развития систем теплоснабжения городов и населенных пунктов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Юфа, А. И.** Комплексная оптимизация теплоснабжения / А. И. Юфа, Д. Р. Носулько. – Киев: Техника, 1988. – 135 с.

2. **Кравцов, М. К.** Перечислительные задачи на усеченных транспортных многогранниках / М. К. Кравцов, А. Д. Корзников // Изв. АН БССР. – 1979. – № 4 – С. 12–19.

3. **Korznikov, A. D.** On the Dimension of Politope of Planar Three-index Transportation Problems / A. D. Korznikov, R. E. Burkard // Optimization Academic Varl. – Berlin, 1989. – № 20 – С. 107–116.

4. **Haley, K.** Note on the letter by Moravek and Vlach / K. Haley // Op. Res. – 1967. – № 15. – P. 545–546.

Поступила 10.03.2010

УДК 621.316.9

МЕТОДИКА ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ АППАРАТОВ ЗАЩИТЫ ЭЛЕКТРОПРОВОДОК

Канд. техн. наук, доц. МИСЮКЕВИЧ Н. С., инж. АУШЕВ И. Ю.

Командно-инженерный институт МЧС Республики Беларусь

Анализ противопожарного состояния промышленных предприятий, общественных и жилых зданий показывает, что их безопасная эксплуатация во многом зависит от правильного, с точки зрения нагрева, выбора сечений токоведущих жил кабельного изделия и эффективной защиты электрооборудования аппаратами защиты [1]. При эксплуатации электротехническое оборудование и кабельные изделия находятся под напряжением. Поэтому они являются потенциальным источником пожарной опасности. Недооценка степени пожарной опасности кабельных изделий приводит к пожарам и авариям [2]. В различных отраслях промышленности и народного хозяйства происходят пожары, причинами которых служат перегрузки кабельных изделий. Безопасная эксплуатация кабельных изделий во многом зависит от эффективной работы аппаратов защиты. Использование аппаратов защиты технически эффективно и экономически оправдано, однако их применение невозможно без оценки теплового воздействия протекающего сверхтока на кабельные изделия [3].

Аппараты защиты служат для ограничения времени действия токов короткого замыкания и перегрузки. Таким образом они предотвращают пожароопасные последствия этих процессов. В связи с этим вопрос гарантированного качества и надежности работы аппаратов защиты является неотъемлемой частью комплекса мер по снижению количества пожаров в электрических сетях и последствий от них [3].

Из литературных источников [3–6] известно, что основной функциональной характеристикой любого аппарата защиты электрических проводок является его времятоковая характеристика (ВТХ). В паспорте обычно приводится типовая ВТХ, т. е. относящаяся не к одному аппарату защиты, а к серии подобных. Однако в связи с существенными отклонениями от средних значений характеристик, доходящих до 20 %, вызванных производственными и эксплуатационными факторами (допуск на качество материала термоэлементов и контактов, различное старение элементов защиты и т. п.), ВТХ изображают не одной линией, а полосой между нижней и верхней границами, в преде-