

Stochastic games with the average reward

Citation for published version (APA):

Flesch, J. (1998). Stochastic games with the average reward. Maastricht: Universiteit Maastricht.

Document status and date:

Published: 01/01/1998

Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.umlib.nl/taverne-license

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

repository@maastrichtuniversity.nl

providing details and we will investigate your claim.

Samenvatting

Dit proefschrift levert nieuwe theoretische inzichten op het gebied van stochastische spelen. Een stochastisch spel kan gezien worden als een beslissingsproces, waarin de deelnemers (ook wel spelers genoemd) de beslissingen maken. Wanneer er maar één speler is, dan kan diegene haar beslissingen zonder concurrentiestrijd nemen. Dit is een speciaal probleem dat in de literatuur bekend staat als Markov beslissings problemen. In het verdere verloop van deze samenvatting zullen we altijd aannemen dat er minstens twee spelers zijn, die elkaars resultaten kunnen beïnvloeden.

We gaan nu het model van stochastische spelen met twee spelers beschrijven. Het model kan ook makkelijk uitgebreid worden voor meerdere spelers. Een twee-persoons stochastisch spel begint in een bepaalde initiële positie. In deze positie moet elke speler een zet kiezen uit haar verzameling van mogelijke zetten. Vereiste is, dat de zet van de andere speler pas na het maken van de eigen beslissing bekend wordt. Afhankelijk van de zetten van beide spelers, krijgt elke speler bepaalde inkomsten (indien het bedrag negatief is, moet het als uitgave worden gezien) en wordt er een kans toegekend aan alle mogelijke vervolg posities. Met behulp van deze kansen wordt een volgende positie toegewezen. In deze tweede positie moeten de spelers weer zetten kiezen. En net zoals in de initiële positie zullen de spelers op basis van de keuzes bepaalde inkomsten krijgen, waarna het spel weer naar een volgende positie gaat. Dit gaat zo door tot een bepaald aantal zetten gedaan is (wat eventueel ook oneindig kan zijn).

Het volgende economische voorbeeld zal het model van stochastische spelen illustreren. Veronderstel dat er twee ondernemingen op eenzelfde markt actief zijn, en dat ze beide hun eigen wekelijkse plannen maken. Dan zullen de inkomsten van de ondernemingen natuurlijk afhankelijk zijn van beide plannen. Verder zullen de ondernemingen de positie van de markt-situatie beïnvloeden door hun plannen uit te voeren.

Het bovenstaande theoretische model is dus toepasbaar, wanneer we de ondernemingen gelijk stellen aan spelers, de markt-situatie aan de positie en het uitvoeren van de wekelijkse plannen zien als een zet.

Elke speler heeft als doel om zijn eigen gemiddelde inkomsten te maximaliseren. Vooruitkijken is cruciaal voor de spelers, want korststondig succes is geen garantie voor een goede toekomst (hardlopers zijn doodlopers). Dus op basis van het spel-verloop moet de speler erop letten dat zowel haar inkomst als de komende positie gunstig is. Aangezien de belangen van de spelers niet altijd overeenkomstig zijn, kunnen er zo conflict situaties optreden.

Stochastische spelen zijn niet-coöperatieve spelen in de zin dat de spelers niet mogen samenwerken om hoge gemiddelde inkomsten te verkrijgen. Elke speler zal daarom met haar eigen strategie haar zetten moeten bepalen. De theorie is bezig met het zoeken naar en analyseren van strategie-paren die de eigenschap hebben dat geen speler haar eigen gemiddelde inkomsten kan verbeteren door een andere strategie te kiezen. Deze paren worden evenwichtig genoemd op grond van de bovenstaande eigenschap.

Het is theoretisch nog niet bewezen dat evenwichten altijd bestaan, maar hun existentie is wel bekend in een aantal speciale klassen van spelen. Dit proefschrift verrijkt de theorie met verdere resultaten omtrent de existentie en de structuur van evenwichten.

Összefoglalás

Ezen doktori disszertáció a sztochasztikus játékok elméletébe nyújt betekintést. Egy sztochasztikus játék egy döntési folyamatnak tekinthető, amelyben a döntéseket a benne résztvevő játékosok hozzák meg. Amennyiben csak egy résztvevő játékos van, akkor ő érdekelletét nélkül hozhatja meg döntéseit, s így a probléma egy sajátos jelleget ölt (a teljesség kedvéért megjegyezzük, hogy az egyszemélyes sztochasztikus játékok mint Markov döntési folyamatok ismertek az irodalomban). A továbbiakban ezért mindig feltételezni fogjuk, hogy a játékosok száma legalább kettő.

Az alábbiakban a kétszemélyes sztochasztikus játékok modelljét fogjuk csak ismertetni, mivel a modell könnyen kiterjeszthető több játékos esetre is. Egy kétszemélyes sztochasztikus játék egy meghatározott kezdeti pozícióból indul. Ebben a pozícióban mindkét játékosnak egy lépést kell kiválasztania a számára lehetséges lépések halmazából, azzal a megkötéssel, hogy a másik lépését csak saját döntésének meghozatala után ismeri meg. A megtett lépésektől függően a játékosok ezt követően bevételhez jutnak - amennyiben ez az összeg negatív szám, akkor az természetesen kiadásnak tekintendő. Ezután, úgyszintén a lépések függvényében, minden egyes lehetséges pozícióhoz egy kiválasztási valószínűség rendelődik, s ez alapján a játék egy következő pozícióba kerül. Ebben a második pozícióban a két játékosnak ismét lépnie kell, s csakúgy mint a kezdeti pozícióban, ezen lépésektől függően a játékosok bevételhez jutnak, majd a játék egy harmadik pozícióba jut. A játék a fent leírt módon folytatódik tovább egy meghatározott számú lépésig vagy a végtelenségig.

A következő közgazdaságtani példa jól illusztrálja a sztochasztikus játékok modelljét. Tegyük fel, hogy két vállalat ugyanazon a piacon érdekelt, és minden egyes hétre egy új gazdasági tervet készít. A vállalatok bevétele természetesen az általuk választott gazdasági tervektől függ. A vállalatok a gazdasági terveiken keresztül persze a piaci helyzetet is befolyásolni tudják.

A párhuzam a példa es az elmélet között a következő: a vállalatokat mint a játékosokat, a piaci helyzetet mint a pozíciót, míg a gazdasági terveket mint a játékosok lépéseit képzelhetjük el.

Mindkét játékos arra törekszik, hogy az ő saját átlagos bevétele minél nagyobb legyen. A játék lefolyása ismeretében világos tehát, hogy egy lépés kiválasztásakor nem csak az akkori bevételét kell szem előtt tartania, hanem egyben arra is ügyelnie kell, hogy a játék számára kedvező pozícióba jusson. Lévén, hogy a játékosok érdekei nem feltétlenül egyeznek meg, a játék alatt érdekellentétek léphetnek fel.

A sztochasztikus játékok nem kooperatív játékok, ami azt jelenti, hogy a játékosok nem szövetkezhetnek annak érdekében, hogy magas átlagos bevételeket biztosítsanak maguknak. Más szavakkal, mindkét játékosnak a saját lépéseinek a kiválasztásához egy önálló stratégiát kell alkalmaznia. Az elmélet tehát olyan stratégiapárok keresésével és elemzésével foglalkozik, amelyeket az jellemez, hogy egyik játékos sem tudná a saját átlagos bevételét növelni ha egyedül egy másik stratégiára áttérne. Ezeket a párokat az iménti tulajdonságuk alapján egyensúlyi stratégiapároknak nevezzük.

Az egyensúlyi stratégiapárok létezése még elméletileg mindig nem bizonyított, de már bizonyos típusú játékok esetében ismert. Ezen doktori disszertáció célja további eredmények feltárása az egyensúlyi stratégiapárok létezésének és szerkezetének irányában.

About the author

János Flesch was born on July 19th, 1970 in Budapest, Hungary. After attending the Tóth Árpád secondary school from 1984 till 1988, he went on to study mathematics at the Kossuth Lajos University in Debrecen. In his final year, he participated in the Master Class courses on functional analysis, organized by the Mathematical Research Institute in the Netherlands. Upon successful completion of his Master's thesis on chess programming (in artificial intelligence) under the supervision of Dr. Magda Várterész, in July 1994, he started working on game theory as a research assistant at the Department of Mathematics, Maastricht University.