

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ, ИЗОБРАЖЕНИЙ И РЕЧИ

УДК 621.391.268

В.М. Артемьев, А.О. Наумов, Л.Л. Кохан

АЛГОРИТМ СОПРОВОЖДЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Рассматривается алгоритм сопровождения изображений объектов в оптико-электронных системах (ОЭС) на основе метода наименьших квадратов (МНК) при использовании предположения о гладкости траектории движения и скорости ее изменения. Особенность решаемой задачи состоит в оценке не только координат траектории, но и ее скорости, что ранее в МНК не рассматривалось. На конкретном примере дается сравнительная оценка дисперсий ошибок сопровождения для фильтра Калмана и полученного алгоритма.

Введение

Пассивные ОЭС видимого и инфракрасного диапазонов с матричными фотоприемными устройствами (ФПУ) используются для решения задач наблюдения и наведения воздушных объектов. Они подразделяются на системы сопровождения и обзорно-поисковые [1]. Конечной целью обработки видеoinформации в них является построение траекторий движения обнаруженных объектов [2, 3] на основе измерений их текущих координат. Эта процедура называется сопровождением, для чего используются соответствующие алгоритмы.

В настоящее время основными методами нахождения алгоритмов сопровождения являются фильтр Калмана (ФК) [4] и метод максимального правдоподобия (МП) [5]. Наивысшей точностью по критерию минимума дисперсий ошибок сопровождения обладает ФК, однако для своей реализации он требует знания модели движения объектов. Поскольку траектории движения и условия измерений весьма разнообразны, обоснованное нахождение таких моделей проблематично.

Алгоритмы сопровождения на основе МП обладают худшей точностью в указанном смысле, однако используют значительно меньший объем априорной информации. В то же время такие алгоритмы требуют больших вычислительных затрат, поскольку приходится решать нелинейные уравнения посредством итерационных процедур, что затрудняет их использование в реальном масштабе времени.

Более практичной основой построения алгоритма сопровождения является МНК [6, 7]. С его помощью удастся получать алгоритмы в явной форме записи и для их нахождения использовать минимум априорной информации о траекториях движения. Она состоит в требованиях гладкости траекторий, что соответствует физическим свойствам объекта сопровождения. Однако малый объем априорной информации приводит к тому, что задача нахождения алгоритма сопровождения становится неоднозначной и для получения решения требуется использовать способы регуляризации [8]. Особенностью применения МНК в ОЭС является не только необходимость построения траекторий движения, но и прогнозирование их значений на следующий период измерений. Это делается для селекции координат сопровождаемого объекта относительно посторонних посредством формирования строка сопровождения на последующем кадре изображения [1]. В основе прогнозирования лежит необходимость оценки скорости изменения траектории. В настоящее время решение задачи построения траектории движения с одновременным определением скорости ее изменения на основе МНК отсутствует.

Целью работы является изложение метода нахождения алгоритмов сопровождения в ОЭС на основе МНК с одновременной оценкой скорости изменения координат.

1. Алгоритм сопровождения на основе МНК

МНК использует эмпирические, а не статистические характеристики траекторий движения объектов и ошибок измерений [5, 6]. Рассмотрим метод нахождения алгоритмов сопровождения с учетом следующих предположений:

1. Полагаем, что априорные сведения о траектории движения состоят в том, что она и скорость ее изменения считаются функциями непрерывными во времени и гладкими. Гладкость понимается в том смысле, что на интервалах времени порядка нескольких периодов измерений она может быть аппроксимирована полиномиальной функцией.

2. Траектория отображается дискретно в прямоугольной системе координат (r_1, r_2) , связанной с плоскостью матричного детектора ФПУ. Проекция траектории на эти оси полагаем статистически независимыми процессами, которые отображаются посредством координат r_k в дискретные моменты времени k . Помимо них интерес представляют значения скорости $\mathfrak{V}_k = (r_k - r_{k-1})/T$, где T – период измерений.

3. Измерения возможны только для координат и производятся в соответствии с линейной моделью $z_k = hr_k + v_k$, где h – масштабный множитель, отражающий передаточные функции измерителя. Здесь не указаны индексы проекций, так как дальнейшее изложение справедливо для обеих из них. Ошибки измерений v_k считаются статистически независимыми случайными величинами с нулевым математическим ожиданием. Оценки координат и скорости по результатам измерений обозначаются символами \hat{r}_k и $\hat{\mathfrak{V}}_k$.

В МНК получение данных оценок осуществляется путем минимизации функционала качества $Q_k(r_k, \mathfrak{V}_k)$, зависящего от квадрата невязки $(z_k - hr_k)^2$, а также условий гладкости траектории и ее скорости, представленных в квадратичной форме. Предлагается следующий вариант функционала:

$$Q_k(r_k, \mathfrak{V}_k) = (z_k - hr_k)^2 + \alpha_1 T^2 \mathfrak{V}_k^2 + \alpha_2 T^2 (\mathfrak{V}_k - \mathfrak{V}_{k-1})^2. \quad (1)$$

В этом выражении первое слагаемое определяется невязкой решения, второе – условием гладкости траектории, третье – условием гладкости скорости. Весовые коэффициенты α_1 и α_2 играют роль коэффициентов регуляризации [8].

Искомая оптимальная оценка координаты \hat{r}_k находится дифференцированием функционала (1) по r_k , приравниванием результата к нулю и решением уравнения

$$\left. \frac{\partial Q_k(r_k, \mathfrak{V}_k)}{\partial r_k} \right|_{\substack{r=\hat{r} \\ \mathfrak{V}=\hat{\mathfrak{V}}}} = h^2 \hat{r}_k - h z_k + \alpha_1 \hat{r}_k - \alpha_1 \hat{r}_{k-1} + \alpha_2 \hat{r}_k - \alpha_2 \hat{r}_{k-1} - \alpha_2 T \hat{\mathfrak{V}}_{k-1} = 0,$$

которое дает следующий алгоритм оптимальной МНК-оценки координаты:

$$\hat{r}_k = \hat{r}_{k-1} + K_1 (z_k - h \hat{r}_{k-1}) + K_2 T \hat{\mathfrak{V}}_{k-1}. \quad (2)$$

Здесь использованы обозначения

$$K_1 = \frac{h}{h^2 + \alpha_1 + \alpha_2}, \quad K_2 = \frac{\alpha_2}{h^2 + \alpha_1 + \alpha_2}. \quad (3)$$

Для получения оптимальной оценки скорости $\hat{\mathfrak{V}}_k$ в функционале (1) вместо величины r_k используют выражение $r_k = \mathfrak{V}_{k-1} T + r_{k-1}$. Оценка скорости находится дифференцированием (1) по \mathfrak{V}_k , что приводит к уравнению

$$\left. \frac{\partial Q_k(r_k, \vartheta_k)}{\partial \vartheta_k} \right|_{\substack{r=\hat{r} \\ \vartheta=\hat{\vartheta}}} = h^2 T \hat{\vartheta}_k + h^2 \hat{r}_{k-1} - h z_k + (\alpha_1 + \alpha_2) T \hat{\vartheta}_k - \alpha_2 T \hat{\vartheta}_{k-1} = 0.$$

Его решение с учетом выражений (3) дает следующий алгоритм оценки скорости:

$$\hat{\vartheta}_k = K_2 \hat{\vartheta}_{k-1} + \frac{K_1}{T} (z_k - h \hat{r}_{k-1}). \quad (4)$$

Уравнения (2) и (4) образуют алгоритм сопровождения МНК. Для определения коэффициентов регуляризации α_1 и α_2 может быть использован ряд подходов, описанных в [8]. В настоящей работе предлагается иной способ, соответствующий смыслу решаемой задачи. Предположим, что координата изменяется по линейному закону $r_k = \vartheta k T$ со скоростью ϑ и измеряется без ошибок, т. е. $z_k = h \vartheta k T$. Используя алгоритм (2), в установившемся режиме найдем ошибку оценки координаты $e_{rk} = r_k - \hat{r}_k$, которая называется динамической ошибкой по скорости [9]. Выходной процесс ищем в виде функции $\hat{r}_k = \vartheta k T + e_r$ с постоянной динамической ошибкой e_r . Подставляя функции z_k и \hat{r}_k в формулу (2), можно получить следующее выражение для динамической ошибки:

$$e_r = \vartheta T \frac{K_1 h + K_2 - 1}{K_1 h}.$$

Отсюда видно, что динамическая ошибка будет стремиться к нулю, если величина $K_1 h + K_2 \rightarrow 1$. С помощью (3) это условие можно выразить через коэффициенты α_1 и α_2 следующим образом: $e_r \rightarrow 0$, если $\frac{h^2 + \alpha_2}{h^2 + \alpha_1 + \alpha_2} \rightarrow 1$. Условие выполняется, когда коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2 \rightarrow 0$. Таким образом, динамическая ошибка уменьшается с уменьшением величины коэффициентов регуляризации.

Теперь предположим, что на вход поступает только дискретный белый шум ошибок измерений, т. е. $z_k = v_k$ с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией σ_v^2 . Подставляя z_k в формулу (2), возводя обе ее части в квадрат и усредняя слагаемые, находим, что величина дисперсии случайной ошибки $\sigma_{erk}^2 = \langle \hat{r}_k^2 \rangle$ на выходе в установившемся режиме определяется выражением

$$\sigma_{er}^2 = \frac{K_1^2 \sigma_v^2 - 2(1 - K_1 h + K_2 T) K_2 T \langle \hat{r}_{k-1} \cdot \hat{r}_{k-2} \rangle}{1 - (1 - K_1 h + K_2 T) - K_2^2 T^2}.$$

В этом выражении величина $\langle \hat{r}_{k-1} \cdot \hat{r}_{k-2} \rangle$ есть взаимная дисперсия случайной ошибки в соседние моменты времени $k-1$ и $k-2$. Поскольку алгоритм используется для выделения гладкого входного сигнала, можно полагать, что случайная ошибка также сильно сглаживается и за период измерений взаимная дисперсия будет величиной положительной. При этом предположении имеем верхнюю оценку дисперсии случайной ошибки в виде неравенства

$$\sigma_{er}^2 < \frac{K_1^2 \sigma_v^2}{1 - (1 - K_1 h + K_2 T) - K_2^2 T^2}.$$

Дисперсия будет стремиться к нулю, если $K_1 \rightarrow 0$. С учетом обозначений (3) уменьшение дисперсии можно выразить условием $h^2 / (h^2 + \alpha_1 + \alpha_2)^2 \rightarrow 0$. Отсюда следует, что для снижения величины дисперсии случайной ошибки необходимо выполнение одного из условий: $\alpha_1 \rightarrow \infty$ или $\alpha_2 \rightarrow \infty$.

Таким образом, выбор коэффициентов регуляризации α_1 и α_2 носит компромиссный характер с точки зрения уменьшения как динамических, так и случайных ошибок. Обеспечим этот компромисс следующим образом.

Если $\alpha_1 \rightarrow \infty$, $\alpha_2 = \text{const}$, то из (2) и (3) следует $\hat{r}_k \rightarrow \hat{r}_{k-1}$. Если $\alpha_2 \rightarrow \infty$ при $\alpha_1 = \text{const}$, то $\hat{r}_k \rightarrow \hat{r}_{k-1} + \hat{\mathfrak{G}}_{k-1}T$. В случае когда $\alpha_1 \rightarrow 0$ и $\alpha_2 \rightarrow 0$, оценка $\hat{r}_k \rightarrow z_k/h$. Выберем алгоритм оценки в виде среднего значения этих величин. В итоге алгоритм МНК оценки координаты принимает вид

$$\hat{r}_k = \hat{r}_{k-1} + \frac{1}{3h}(z_k - h\hat{r}_{k-1}) + \frac{T}{3}\hat{\mathfrak{G}}_{k-1}, \quad (5)$$

что соответствует значениям $\alpha_1 = \alpha_2 = h^2$.

Алгоритм оценки скорости (4) приводится к выражению

$$\hat{\mathfrak{G}}_k = \frac{1}{3}\hat{\mathfrak{G}}_{k-1} + \frac{1}{3Th}(z_k - h\hat{r}_{k-1}). \quad (6)$$

При исследовании влияния сглаживания скорости на величину дисперсии ошибки представляет интерес частный случай, когда учитывается сглаживание только координат ($\alpha_2 = 0$). Для него алгоритм МНК (2) приводится к виду

$$\hat{r}_k = \hat{r}_{k-1} + \frac{h}{h^2 + \alpha_1}(z_k - h\hat{r}_{k-1}). \quad (7)$$

При нахождении коэффициента регуляризации α_1 используем подход, аналогичный описанному выше. Так, при $\alpha_1 \rightarrow \infty$ $\hat{r}_k \rightarrow \hat{r}_{k-1}$, а при $\alpha_1 \rightarrow 0$ $\hat{r}_k \rightarrow \hat{r}_{k-1} + (z_k - h\hat{r}_{k-1})/h$. В качестве решения выбираем среднее значение этих величин и получаем алгоритм МНК в виде

$$\hat{r}_k = \hat{r}_{k-1} + \frac{1}{2h}(z_k - h\hat{r}_{k-1}); \quad (8)$$

$$\hat{\mathfrak{G}}_k = \frac{1}{2Th}(z_k - h\hat{r}_{k-1}), \quad (9)$$

что соответствует значению $\alpha_1 = h^2$.

Таким образом, алгоритм сопровождения МНК при условиях сглаживания координат и скорости задается уравнениями (5), (6) и в дальнейшем обозначается «МНК-1». При сглаживании только координат алгоритм задается уравнениями (8), (9) и обозначается через «МНК-2».

2. Сравнение точности оценок алгоритмами ФК и МНК

Оценка точности алгоритмов МНК по величинам дисперсий ошибок оценивания координат и скорости может быть получена методом статистических испытаний для конкретных моделей движений объектов. При этом представляет интерес сравнение данных результатов с результатами алгоритма ФК, поскольку он определяет потенциальные возможности по точности оценок. Кроме того, необходимы сравнения точности алгоритмов МНК-1 и МНК-2 между собой, что позволяет оценить степень влияния сглаживания скорости на величину дисперсии ошибки.

В качестве примера использована модель движения, заданная следующими стохастическими конечно-разностными уравнениями:

$$r_{k+1} = ar_k + Tq_k; \quad (10)$$

$$q_{k+1} = bq_k + T\xi_k; \quad (11)$$

$$\vartheta_{k+1} = (r_{k+1} - r_k)/T = (a-1)/T + q_k. \quad (12)$$

Уравнение (10) формирует траекторию изменения координаты r_k , (11) задает величины приращений координат, а (12) вытекает из первых двух и описывает скорость изменения координат. В этих уравнениях T – период измерений, a и b – постоянные параметры, выбор которых обеспечивает желаемую длительность корреляции τ_r траектории. Процесс ξ_k полагается стационарным дискретным белым гауссовым шумом с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией σ_ξ^2 .

В рассматриваемом примере выбраны следующие значения параметров: $T=1$ (с), $a=0,95$, $b=0,9$, $\sigma_\xi^2=0,23$ (град.²/с⁴). При этих величинах в установившемся режиме обеспечивается значение дисперсии изменения координат $\sigma_r^2=158$ (град.²) и длительность корреляции $\tau_r=20$ (с). Модель измерений выбрана в виде уравнения $z_k = r_k + v_k$ ($h=1$) при различных дисперсиях ошибок измерений σ_v^2 . Они определяются путем задания отношения сигнала к шумам $\rho = \sigma_r^2/\sigma_v^2$, которые при вычислениях выбраны $\rho = 2, 5, 10$.

Для заданной модели способами, описанными в литературе [4], найден алгоритм ФК, в том числе уравнение Риккати для матрицы ковариации ошибок оценивания всех координат модели движения. На основе модели получены графики изменения дисперсий ошибок оценок координат σ_{er}^2 и скорости $\sigma_{e\vartheta}^2$ (рис. 1).

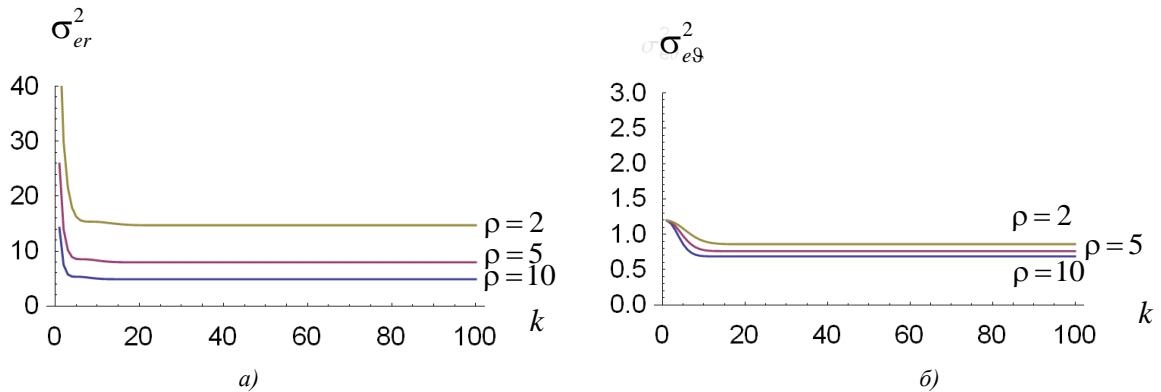


Рис. 1. Текущие значения дисперсий ошибок алгоритма ФК: а) координат; б) скорости

Для алгоритмов МНК использовались 10^3 реализаций траекторий выбранной модели движения. Находились ошибки оценок координат и скорости алгоритмами МНК-1 и МНК-2, а дисперсии ошибок оценок координат σ_{er}^2 и скорости $\sigma_{e\vartheta}^2$ определялись на основе усреднения квадратов ошибок по всему набору реализаций (рис. 2).

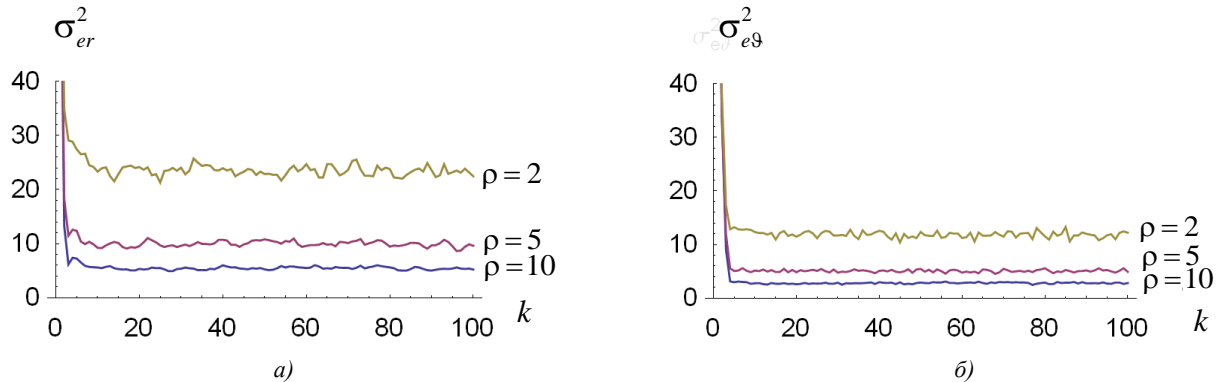


Рис. 2. Текущие значения дисперсий ошибок алгоритма МНК-1: а) координат; б) скорости

На рис. 3 показаны аналогичные результаты для алгоритма МНК-2 со сглаживанием только координат.

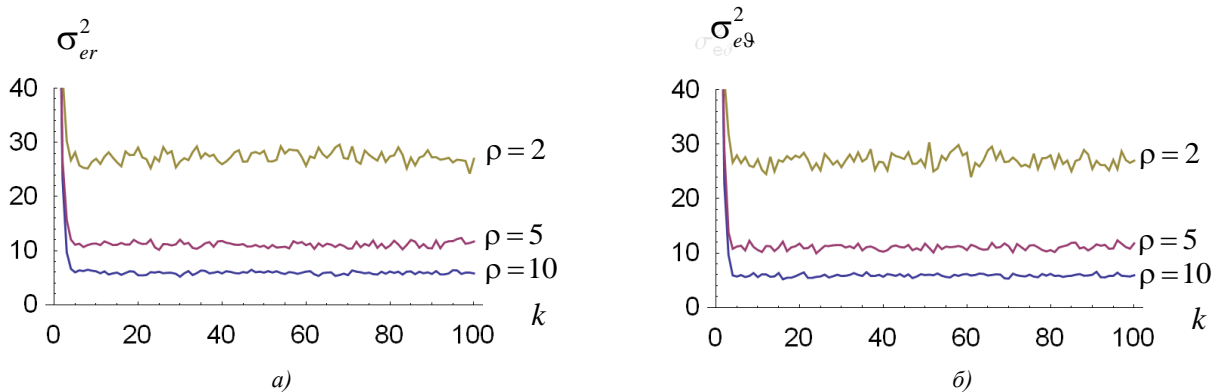


Рис. 3. Текущие значения дисперсий ошибок алгоритма МНК-2: а) координат; б) скорости

Сравнение этих результатов с дисперсиями ошибок ФК (см. рис. 1) позволяет оценить влияние неучета априорной информации о модели движения на точность оценки координат и скорости алгоритмами МНК. При больших отношениях сигнала к шумам ρ дисперсии ошибок оценок координат мало отличаются друг от друга. С уменьшением ρ дисперсии ошибок у алгоритмов МНК становятся больше, чем у ФК, особенно для алгоритма МНК-2 без сглаживания скорости.

Дисперсии ошибок оценок скорости алгоритмами МНК существенно выше, чем у ФК, даже при больших ρ . Это является следствием того, что выбор значений коэффициентов регуляризации α_1, α_2 в данной работе проведен только с учетом ошибок в оценке координат. Сглаживание скорости в алгоритме МНК-1 приводит к снижению ошибок в ее оценке при незначительных отличиях в величинах дисперсий ошибок оценок координат, что делает предпочтительным его использование по сравнению с алгоритмом МНК-2.

На рис. 4 изображены графики результатов сопровождения одной из реализаций модели траектории движения объекта, заданной уравнениями (10) и (11), для трех вариантов алгоритмов сопровождения. Здесь тонкой сплошной линией показана реализация траектории изменения координаты r_k , штриховой – ее измерения z_k при значении $\rho = 10$, толстой сплошной – результаты оценивания различными алгоритмами.

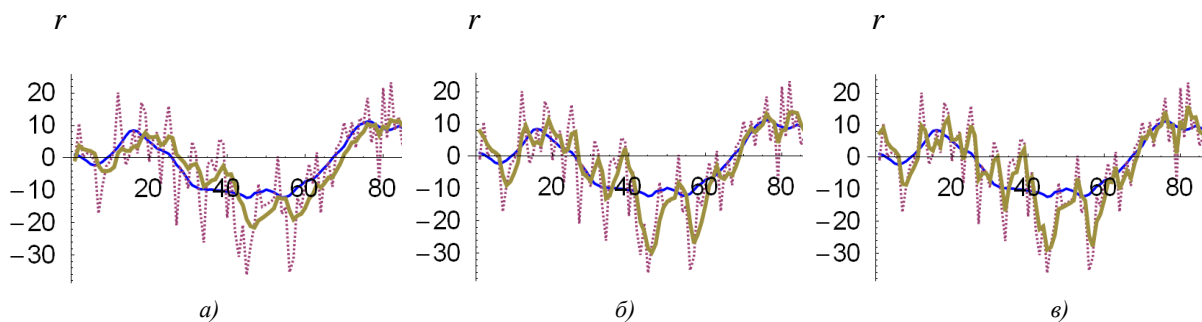


Рис. 4. Исходная траектория и результаты ее сопровождения алгоритмами на основе: а) фильтра Калмана; б) МНК-1 со сглаживанием координаты и скорости; в) МНК-2 со сглаживанием только координаты

Заключение

При отсутствии априорной информации о характеристиках траекторий движения воздушных объектов нахождение алгоритмов сопровождения можно осуществлять на основе МНК. Для него априорными являются эмпирические предположения о гладкости траекторий

движения и скорости ее изменения. Особенностью решения задачи сопровождения является необходимость оценок не только координат положения объекта, но и скорости, что используется для экстраполяции координат на следующий период измерений. В рамках МНК задача решается на основе введения функционала качества сопровождения, в составе которого необходимо учитывать гладкость изменения координат и скорости. Такая задача относится к категории плохо определенных, и для ее решения необходимо использовать способы регуляризации путем введения в состав функционала слагаемых с весами, задаваемыми коэффициентами регуляризации.

В работе предложены вариант функционала качества и способ нахождения входящих в него коэффициентов регуляризации. Получены алгоритмы сопровождения МНК со сглаживанием координат и скорости, а также со сглаживанием только координат. На конкретном примере дана сравнительная оценка дисперсии ошибок сопровождения алгоритмами МНК и фильтром Калмана. Сделан вывод о том, что при использовании МНК целесообразно выбирать алгоритм сопровождения со сглаживанием координат и скорости МНК-1, поскольку он обеспечивает более высокую точность оценок скорости по сравнению с вариантом МНК-2 сглаживания только координат.

В целях снижения дисперсий ошибок в дальнейшем целесообразно рассмотреть другие виды функционалов качества и способы нахождения коэффициентов регуляризации.

Список литературы

1. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. Обработка изображений и управление / Б.А. Алпатов [и др.]. – М. : Радиотехника, 2008. – 176 с.
2. Артемьев, В.М. Обнаружение объектов конечных размеров на изображениях в условиях неопределенности / В.М. Артемьев, А.О. Наумов, Л.Л. Кохан // Информатика. – 2010. – № 4. – С. 5–14.
3. Артемьев, В.М. Классификация и селекция изображений воздушных объектов в обзорных оптико-электронных системах / В.М. Артемьев, А.О. Наумов, Л.Л. Кохан // Информатика. – 2012. – № 1. – С. 18–26.
4. Chui, С.К. Kalman filtering with real-time applications / С.К. Chui, G. Chen. – Berlin : Springer-Verlag, 1991. – 250 p.
5. Репин, В.Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем / В.Г. Репин, Г.П. Тартаковский . – М. : Сов. радио, 1977. – 432 с.
6. Эльясберг, Л.Е. Определение движения по результатам измерений / Л.Е. Эльясберг. – М. : Наука, 1976. – 415 с.
7. Линник, Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник. – М. : Физматгиз, 1962. – 432 с.
8. Сизиков, В.С. Математические методы обработки результатов измерений / В.С. Сизиков. – СПб. : Политехника, 2001. – 299 с.
9. Артемьев, В.М. Справочное пособие по методам исследования радиоэлектронных следящих систем / В.М. Артемьев. – Минск : Высш. школа, 1984. – 168 с.

Поступила 11.02.13

*Институт прикладной физики
НАН Беларуси,
Минск, Академическая, 16
e-mail: naumov@iaph.bas-net.by*

V.M. Artemiev, A.O. Naumov, L.L. Kokhan

**ALGORITHM FOR OBJECTS TRACKING IN OPTRONIC SYSTEMS
BASED ON THE LEAST-SQUARES METHOD**

An algorithm of objects tracking in an optronic systems based on the least-squares method is suggested, which assumes smoothness of the movement trajectory and its speed variation. The peculiarity of the problem is not only the estimation of the trajectory coordinates, but also its speed, which has not been considered in the least-squares method before. A comparison of the tracking error variance for the Kalman filter and the suggested algorithm is given for an example.