

УДК 681.515

А.Г. Стрижнев

## ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТ ВХОДНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассматриваются системы автоматического управления с цифровыми регуляторами. С помощью математического моделирования исследуется влияние частот гармонических воздействий на динамические свойства систем. Отмечаются отсутствие влияния высоких частот на работу системы с регулятором в цепи обратной связи и неустойчивая колебательная работа системы с регулятором в прямой цепи. Для исключения колебаний и самопроизвольного ухода системы из равновесного состояния рассматривается применение различных цифровых формирующих устройств: цифровых фильтров низкой частоты и ограничителя скорости. Приводятся примеры расчета цифровых формирующих устройств, параметры которых согласованы с параметрами системы.

### Введение

В промышленности и технике используются различные по структуре системы автоматического управления (САУ), содержащие цифровые регуляторы (ЦР), которые придают системам требуемые динамические свойства. Цифровые регуляторы обычно включаются последовательно и (или) параллельно объекту управления (ОУ) [1] и, как правило, хорошо отрабатывают детерминированные и произвольные входные сигналы, которые не содержат гармоник с частотами, превышающими полосу пропускания системы. Практически установлено, что при несоблюдении данного условия в САУ с ЦР могут возникнуть незатухающие колебания и самопроизвольный уход из равновесного состояния. Для исключения подобных случаев и обеспечения устойчивой работы САУ обычно используют входные задатчики интенсивности или формирователи траектории [2, 3], однако эффективность их применения при воздействии высокочастотных входных сигналов не исследована. Вместе с тем для обеспечения устойчивой работы САУ можно использовать различные входные цифровые формирующие устройства (ЦФУ), так называемые префильтры [4], влияние которых на работу САУ также не определено. В связи с этим возникает необходимость в исследовании влияния частот входных гармонических сигналов на динамические свойства различных САУ и оценке их работы при отсутствии и наличии ЦФУ.

### 1. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами

В качестве примера рассмотрим САУ (рис. 1), содержащие астатический ОУ с двумя апериодическими звеньями:

$$G(s) = \frac{\alpha}{s(s+a)(s+b)}, \quad \alpha = \frac{k}{T_1 T_2} = 4971,15 \text{ с}^{-3}, \quad a = \frac{1}{T_1} = 1,415 \text{ с}^{-1}, \quad b = \frac{1}{T_2} = 48,54 \text{ с}^{-1}. \quad (1)$$

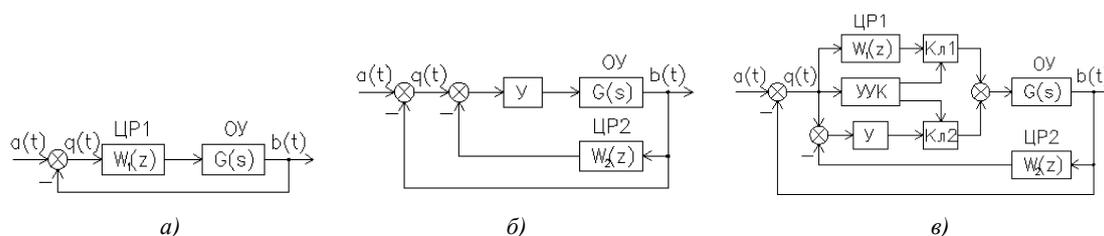


Рис. 1. Структурные схемы САУ: а) с оптимальным ЦР; б) с ЦР в цепи гибкой обратной связи; в) переменной структуры

САУ 1 (рис. 1, а) выполнена по одноконтурной схеме и в прямой цепи содержит оптимальный ЦР 1 [5]:

$$W_1(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \quad (2)$$

где  $K_0 = 4,4377$ ,  $b_1 = -1,0200$ ,  $b_2 = 0,0823$ ,  $a_1 = 0,7295$ ,  $a_2 = 0,0798$ ,  $h = 0,05$  с.

САУ 2 (рис. 1, б) выполнена по двухконтурной схеме, внешний контур которой представлен единичной отрицательной обратной связью, а внутренний контур содержит ЦР 2 [6]:

$$W_2(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}, \quad (3)$$

где  $K_0 = 6,4236$ ,  $a_1 = -0,4925$ ,  $b_1 = -1$ ,  $h = 0,01$  с.

САУ 3 (рис. 1, в) переменной структуры [7] состоит из двух структур, первая из которых содержит ЦР 1 (включенный последовательно ОУ), а вторая – ЦР 2 (включенный параллельно ОУ). Единичная обратная связь является общей для двух структур. Переключение структур осуществляется устройством управления ключами (УУК), которое с помощью ключей Кл 1 и Кл 2 реализует структуру САУ 1 или САУ 2 в зависимости от величины сигнала рассогласования.

Исследование влияний частот входных гармонических сигналов на динамические свойства САУ проще всего осуществить с помощью имитационного моделирования.

## 2. Схема моделирования работы САУ

Для проверки работы САУ была составлена схема моделирования в среде Simulink пакета программ MATLAB [8–10], которая представлена на рис. 2, а.

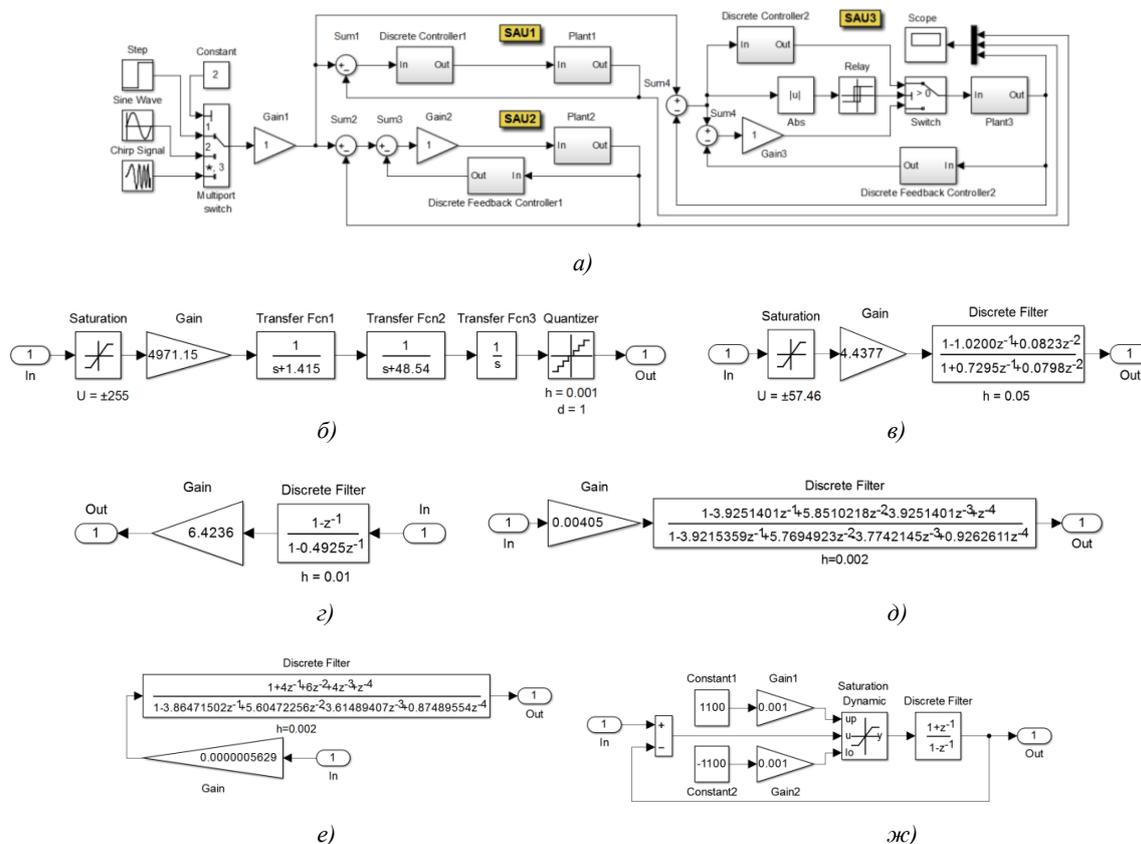


Рис. 2. Схемы моделей: а) САУ; б) ОУ  $G(s)$ ; в) ЦР 1  $W_1(z)$ ; г) ЦР 2  $W_2(z)$ ; д) фильтра низкой частоты 1; е) фильтра низкой частоты 2; ж) ограничителя скорости

Схема на рис. 2, *a* состоит из трех независимых САУ: САУ 1 – САУ 3. ОУ представлен блоками Plant1–3 и содержит блоки Gain, Transfer Fcn1–3, реализующие выражение (1), блок Saturation с параметрами  $u = \pm 255$  дел для реализации нелинейности типа «насыщение» и блок Quantizer, определяющий квантованный по времени  $h = 0,002$  с и уровню  $d = 1$  дел выход (рис. 2, *б*). ЦП 1 (Discrete Controller 1–2) (рис. 2, *в*) реализован с помощью блоков Gain и Discrete Filter с параметрами из выражения (2). Для лучшей отработки ступенчатых сигналов большой амплитуды на входе ЦП 1 дополнительно установлен блок ограничения Saturation с порогом ограничения на уровне  $u_2 \leq u_1 / K_0 = 255 / 4,4377 \approx 57,46$  дел, где  $u_1$  – уровень насыщения ОУ,  $K_0$  – коэффициент усиления ЦП 1. Регулятор ЦП 2 (рис. 2, *г*) соответствует выражению (3) и представлен блоками Gain и Discrete Filter. Для переключения структур САУ 3 (рис. 2, *a*) используется коммутирующее устройство, содержащее блок вычисления модуля Abs, релейный блок с гистерезисом Relay и двухканальный переключатель Switch. Блок Relay имеет два порога переключения:  $e_1$  и  $e_2$ . При работе САУ 3 и выполнении условия  $e < e_1$  работает первая структура, а при выполнении условия  $e \geq e_1$  – вторая, где  $e$  – сигнал рассогласования системы. Порог переключения  $e_1 = 150$  дел выбран с учетом примерной длительности переходного процесса двух структур при отработке ступенчатого воздействия данной амплитуды, порог переключения  $e_2 = 35$  дел – с учетом условия  $e_2 \leq u_2$ . Более подробная информация приведена в [5–7]. В качестве источников входных воздействий используются генератор ступенчатого сигнала Step, генератор синусоидального сигнала Sine Wave и генератор синусоидального сигнала линейно изменяющейся частоты Chirp Signal.

### 3. Работа САУ при различных входных воздействиях

Моделирование и оценка качества работы САУ осуществлены при различных воздействиях (ступенчатом  $x = A$ , синусоидальном  $x = A \sin \omega t$  с  $\omega = 2$  рад/с или линейно изменяющейся частотой  $\omega = 0 - 215$  рад/с) различной амплитуды ( $A = 50$  дел,  $A = 150$  дел,  $A = 500$  дел). Максимальная частота  $\omega_{\max} = 215$  рад/с ( $f_{\max} \approx 34,2$  Гц) была выбрана примерно в 10 раз больше полосы пропускания САУ.

Вид переходного процесса при отработке ступенчатых воздействий  $x = A$  является близкоаперриодическим, а отработка синусоидального воздействия  $x = A \sin \omega t$  с  $\omega = 2$  рад/с сомнений не вызывает. Результаты работы САУ приведены в табл. 1. Здесь и далее длительность переходного процесса при отработке ступенчатых воздействий зафиксирована на уровне 95 %.

Таблица 1

Результаты работы различных САУ

Система	Длительность переходного процесса (с) при отработке ступенчатых воздействий различной амплитуды (дел)			Максимальная ошибка (дел) / запаздывание (с) при отработке синусоидальных воздействий различной амплитуды (дел)		
	$A = 50$	$A = 150$	$A = 500$	$A = 50$	$A = 150$	$A = 500$
САУ 1	0,106	0,258	0,770	9,8 / 0,088	28 / 0,088	269 / 0,256
САУ 2	0,245	0,245	0,286	14,25 / 0,133	42 / 0,138	139 / 0,140
САУ 3	0,106	0,245	0,286	9,8 / 0,088	28 / 0,088	163 / 0,161

Отмечено, что при различной амплитуде синусоидальных воздействий значения полосы пропускания САУ различны (табл. 2). При определении полосы пропускания САУ амплитуда входных воздействий изменялась в диапазоне 50–500 дел, а граничная частота  $\omega_{np}$  определялась по логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ) на уровне  $-3$  дБ [11]. Кроме того, в табл. 2 представлены максимальные скорости  $v_{\max}$  входных воздействий, определенные с помощью известного [12] выражения  $v_{\max} = \omega A$ .

Таблица 2

Зависимость полосы пропускания САУ от амплитуды входных воздействий

Параметры	Полоса пропускания САУ1									
A, дел	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\omega_{np}$ , рад/с	21,5	10,8	7,4	5,7	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,25
$v_{max}$ , дел/с	1075	1080	1110	1140	1125	1100	1120	1120	1125	1125
Параметры	Полоса пропускания САУ2									
A, дел	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\omega_{np}$ , рад/с	14,19	14,19	14,19	14,00	13,00	12,00	11,49	10,49	9,99	9,48
$v_{max}$ , дел/с	709,5	1419	2129	2800	3250	3600	4022	4196	4496	4740
Параметры	Полоса пропускания САУ3									
A, дел	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\omega_{np}$ , рад/с	21,48	10,80	14,70	13,00	12,43	11,49	10,74	10,43	9,80	9,23
$v_{max}$ , дел/с	1074	1080	2205	2600	3108	3447	3759	4172	4410	4615

При обработке синусоидальных воздействий  $x = A \sin \omega t$  линейно изменяющейся частоты  $\omega = 0 - 215$  рад/с в САУ 1 наблюдается неустойчивая колебательная работа, характер которой зависит от амплитуды входного сигнала. САУ 2 сохраняет устойчивость работы при любой амплитуде входного воздействия. Качество работы САУ 3 изменяется в зависимости от того, какая структура работает. При обработке воздействий малой и средней амплитуд ( $A \leq 150$  дел) система ведет себя неустойчиво, в то время как при обработке воздействий  $A = 500$  дел система работает практически аналогично САУ 2. Результаты моделирования показаны на рис. 3.

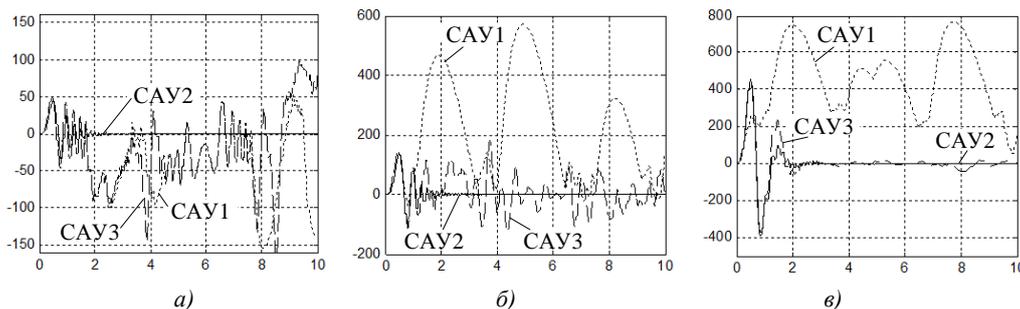


Рис. 3. Результаты обработки САУ синусоидальных воздействий линейно изменяющейся частоты различной амплитуды: а)  $A = 50$  дел ; б)  $A = 150$  дел ; в)  $A = 500$  дел

Таким образом, возникает проблема исключения незатухающих колебаний и самопроизвольного ухода систем САУ 1 и САУ 3 из равновесного состояния, когда входной сигнал содержит гармоники с частотами, превышающими их полосы пропускания. Данная проблема решается путем применения входных ЦФУ.

#### 4. Входные цифровые формирующие устройства

В качестве ЦФУ можно использовать различные линейные цифровые фильтры низкой частоты (ФНЧ) с импульсной характеристикой конечной (КИХ-фильтры) или бесконечной (БИХ-фильтры) длины. ФНЧ позволяют ограничить частотный диапазон сигналов, поступающих на САУ, и тем самым уменьшить влияние высоких частот на работу систем.

При одинаковой максимальной неравномерности затухания в полосе пропускания и такой же величине спада ЛАЧХ в переходной полосе наибольшее затухание в полосе задержания имеет эллиптический фильтр (фильтр Кауэра) [13–17]. В то же время аналитический расчет эллиптического фильтра представляет собой сложную задачу, которую целесообразно решать с помощью специализированных программ на ЭВМ. Одной из таких программ является расширение Filter Design and Analysis Tool (FDATool) [18] пакета программ MATLAB, которое предназначено для проектирования фильтров различного назначения. Расчет эллиптического ФНЧ можно произвести с помощью графической утилиты fdatool или специальной функции

$$[C, D] = \text{ellip}(N, R_p, R_s, F_{pn}), \quad (4)$$

где  $C, D$  – векторы коэффициентов фильтра;  $N$  – порядок фильтра;  $R_p$  – амплитуда колебаний в полосе пропускания, дБ;  $R_s$  – амплитуда колебаний в полосе заграждения, дБ;  $F_{pn} = 2F_p h$  – нормированная частота среза фильтра,  $\text{с}^{-1}$ ;  $F_p = 2\pi/\omega_p$  – частота среза фильтра, Гц;  $h$  – шаг квантования, с.

Для примера осуществлен расчет эллиптического цифрового ФНЧ 1 четвертого порядка для полосы пропускания  $\omega_{np} = 21,5$  рад/с, согласованной с полосами пропускания САУ 1 и САУ 3 (см. табл. 2). При этом коэффициент передачи ФНЧ 1 на границе полосы пропускания выбран равным 1,0. При расчете использована функция  $\text{ellip}$  (4) с параметрами ( $N = 4$ ;  $R_p = 0,1$  дБ;  $R_s = 48$  дБ;  $F_{pn} = 0,01368 \text{ с}^{-1}$ ;  $F_p = 3,42 \text{ с}^{-1}$ ;  $h = 0,002$  с) и получена передаточная функция фильтра:

$$F_1(z) = K_0 \frac{1 + c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 + c_4 z^4}{1 + d_1 z + d_2 z^2 + d_3 z^3 + d_4 z^4}, \quad (5)$$

где  $K_0 = 0,00405$ ,  $c_1 = -3,9251401$ ,  $c_2 = 5,8510218$ ,  $c_3 = -3,9251401$ ,  $c_4 = 1$ ,  $d_1 = -3,9215359$ ,  $d_2 = 5,7694923$ ,  $d_3 = -3,7742145$ ,  $d_4 = 0,9262611$ ,  $h = 0,002$  с.

Схема моделирования фильтра  $F_1(z)$  изображена на рис. 2, д.

Значительно проще можно получить цифровые ФНЧ, используя аналоги апериодического или колебательного звеньев. С учетом того что апериодическое звено в сравнении с колебательным имеет более плавную ЛАЧХ, в дальнейшем оно рассматриваться не будет.

Колебательное звено на частоте сопряжения  $\omega = 1/T$  имеет фазовый сдвиг  $-90^\circ$  и отклонения асимптотической ЛАЧХ не превышают 3 дБ, если значения коэффициента относительного затухания  $\xi$  лежат в пределах  $0,38 \leq \xi < 0,7$ . Зависимости искажения полезных сигналов от выбранного значения  $\xi$  показаны [19] на рис. 4.

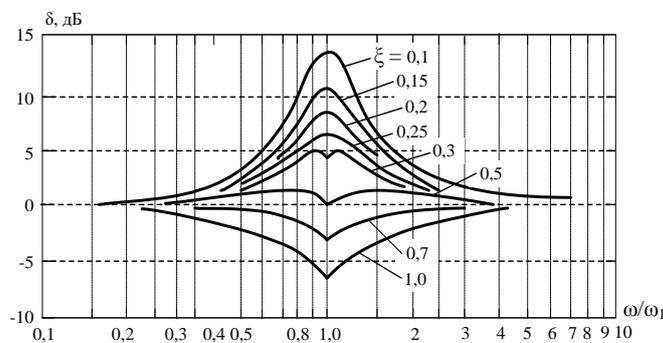


Рис. 4. Поправки к ЛАЧХ колебательного звена при различных значениях  $\xi$

Для сравнительного анализа с ФНЧ 1 и обеспечения наклона ЛАЧХ  $-80$  дБ/дек осуществим расчет ФНЧ 2, содержащего два колебательных звена и имеющего передаточную функцию

$$F_2(s) = \frac{1}{(T_2^2 s^2 + 2\xi T_2 s + 1)^2}. \quad (6)$$

Используя амплитудную характеристику колебательного звена  $N(\omega) = 1/\sqrt{(1 - T_2^2 \omega_{np}^2)^2 + 4\xi^2 T_2^2 \omega_{np}^2}$ , получим выражение для определения постоянной времени

$$T_2 = \frac{1}{\omega_{np}} \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{4\xi^2(\xi^2 - 1) + \frac{1}{N^2(\omega)}}}. \quad \text{С учетом обеспечения параметров } (N(\omega) = 0,99;$$

$\omega_{np} = 21,5 \text{ с}^{-1}$ ;  $\xi = 0,6$ ) находим постоянную времени  $T_2 = 0,0359$  с.

Для применения ФНЧ 2 в цифровой САУ нужно определить его дискретную передаточную функцию. Для этого можно использовать различные методы дискретизации [20], однако лучшее совпадение аналоговой и дискретной функций обеспечивает билинейная аппроксимация (преобразование Тастина). В этом случае Z- и L-изображения связаны между собой соотношением  $s \approx \frac{2}{h} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ , где  $h$  – шаг квантования.

Данный метод дискретизации реализует функция пакета программ MATLAB  $c2d(w, h, method)$ , где  $w$  – аналоговая передаточная функция;  $h$  – шаг квантования;  $method$  – метод дискретизации. Важнейшей характеристикой любой дискретной модели является шаг квантования  $h$  (интервал дискретизации аналогового сигнала). При выборе шага квантования  $h$  требуется учитывать частоту опроса датчиков, шаг квантования корректирующих и других устройств, используемых в САУ. Рассматриваемые САУ (см. рис. 1) содержат ЦР 1 и ЦР 2, имеющие  $h_1 = 0,05$  с и  $h_2 = 0,01$  с, поэтому для исключения влияния ФНЧ 2 на работу систем выберем его шаг квантования аналогично  $F_1(z)$  на уровне  $h = 0,002$  с. Определенная с помощью выражения (6) и функции  $c2d(w = G_2(s); h = 0,002; method = 'tustin')$  дискретная передаточная функция  $F_2(z)$  по структуре аналогична выражению (5) и имеет параметры:

$K_0 = 0,000\,000\,5629$ ,  $c_1 = 4$ ,  $c_2 = 6$ ,  $c_3 = 4$ ,  $c_4 = 1$ ,  $d_1 = -3,864\,715\,02$ ,  $d_2 = 5,604\,722\,56$ ,  $d_3 = -3,614\,894\,07$ ,  $d_4 = 0,874\,895\,54$ ,  $h = 0,002$  с. Схема моделирования фильтра  $F_2(z)$  приведена на рис. 2, е.

Другим подходом к уменьшению влияния высоких частот на работу САУ может служить применение входного ограничителя скорости (ОС), параметры которого также должны быть согласованы с параметрами системы (см. табл. 1). С учетом того что ОС преимущественно требуется для САУ 1 (у которой максимальная скорость воспроизводимых входных воздействий изменяется незначительно), целесообразно выбрать уровень ограничения скорости  $v_{огр} = A\omega_{огр} = \pm 1100$  дел/с. На рис. 2, ж показана модель ОС, в состав которой входят сумматор Sum, два источника постоянного сигнала Constant 1, 2, два усилителя Gain 1, 2, блок динамического ограничения Saturation Dynamic, дискретный интегратор Discrete Filter. Блоки Constant 1, 2 имитируют ввод ограничения скорости, усилители Gain 1, 2 имеют коэффициент передачи  $k = h/2 = 0,001$ , интегратор Discrete Filter имеет шаг квантования  $h = 0,002$  с.

Для оценки эффективности применения рассмотренных ЦФУ необходимо проверить их работу в составе САУ 1, САУ 3 при различных входных воздействиях.

## 5. Работа САУ с ЦФУ при различных входных воздействиях

Проверка работы САУ 1, САУ 3 при наличии входных ФНЧ 1, ФНЧ 2 или ОС так же, как и ранее, проводилась при различных воздействиях (ступенчатом  $x = A$ , синусоидальном  $x = A \sin \omega t$  с  $\omega = 2$  рад/с или линейно изменяющейся частотой  $\omega = 0 - 215$  рад/с) различной амплитуды ( $A = 50, 150$  и  $500$  дел).

Вид переходного процесса при обработке ступенчатых  $x = A$  воздействий при использовании ФНЧ носит колебательный характер с перерегулированием, зависящим от амплитуды входных воздействий. Это приводит к тому, что длительность переходного процесса увеличилась в 1,86–3,21 раза и изменяется в пределах 0,340–1,430 с вместо 0,106–0,770 с, наблюдаемых при отсутствии ЦФУ. При использовании входного ОС длительность переходного процесса увеличивается в меньшей степени (в 1,06–1,47 раза; изменяется в пределах 0,156–0,814 с) и соизмерима с полученной без ЦФУ. При обработке САУ синусоидальных воздействий  $x = A \sin \omega t$  с  $\omega = 2$  рад/с различной амплитуды и использовании ФНЧ наблюдается дополнительное запаздывание (задержка) выходного сигнала на время, примерно равное 0,083–0,107 с, а при наличии ОС задержка практически отсутствует. Результаты моделирования работы САУ с различными ЦФУ представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты работы различных САУ с различными ЦФУ

Сис-тема	Длительность переходного процесса (с) при отработке ступенчатых воздействий различной амплитуды (дел)			Максимальная ошибка (дел) / запаздывание (с) при отработке синусоидальных воздействий различной амплитуды (дел)		
	A = 50	A = 150	A = 500	A = 50	A = 150	A = 500
<i>ФНЧ 1</i>						
САУ 1	0,472	0,346	0,830	18 / 0,193	53 / 0,195	323 / 0,363
САУ 3	0,472	0,346	1,430	18,5 / 0,193	53 / 0,195	208 / 0,267
<i>ФНЧ 2</i>						
САУ 1	0,35	0,34	0,83	17,5 / 0,171	53 / 0,175	320 / 0,245
САУ 3	0,35	0,34	1,3	18 / 0,171	54 / 0,175	210 / 0,245
<i>ОС</i>						
САУ 1	0,156	0,305	0,814	18 / 0,091	53 / 0,091	318 / 0,257
САУ 3	0,156	0,305	0,596	18 / 0,091	53 / 0,093	206 / 0,163

На рис. 5 показаны результаты отработки САУ с ЦФУ синусоидальных воздействий  $x = A \sin \omega t$  линейно изменяющейся частоты  $\omega = 0 - 215$  рад/с различной амплитуды. Наблюдается значительное улучшение работы САУ 1 и САУ 3 по сравнению с полученными ранее при отсутствии ЦФУ (см. рис. 3).

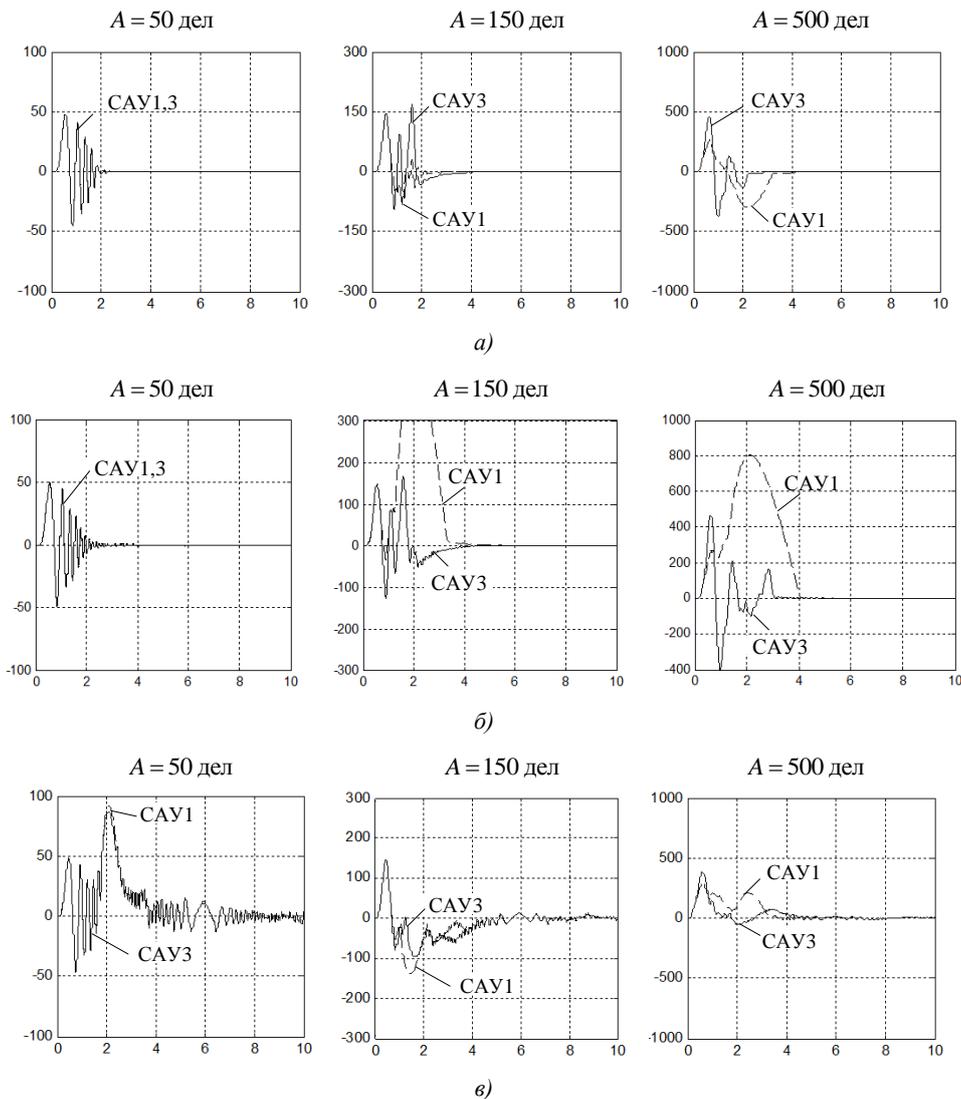


Рис. 5. Результаты работы САУ с различными ЦФУ: а) ФНЧ 1; б) ФНЧ 2; в) ОС

### Заключение

На примере астатического ОУ с двумя апериодическими звеньями рассмотрена работа одноконтурной САУ 1, двухконтурной САУ 2 и САУ 3 переменной структуры при ступенчатых и синусоидальных воздействиях различных амплитуды и частоты. Переходные процессы каждой САУ при отработке ступенчатых воздействий являются близкими к апериодическим, а отработка синусоидальных воздействий в пределах линейной зоны регулирования и полосы пропускания проблем не вызывает. При подаче входных гармонических воздействий  $x = A \sin \omega t$  линейно изменяющейся частоты  $\omega = 0 - 215$  рад/с и различной амплитуды САУ 2 сохраняет устойчивость, а САУ 1 и САУ 3 становятся неустойчивыми, возникают незатухающие колебания и самопроизвольный уход систем из равновесного состояния.

Для стабилизации работы САУ 1 и САУ 3 использованы различные входные ЦФУ (ФНЧ 1, эллиптический фильтр Кауэра, ФНЧ 2 на базе двух колебательных звеньев, ОС) параметры которых согласованы с параметрами систем. Даны рекомендации по расчету параметров ЦФУ. Все ЦФУ обеспечивают улучшение работы САУ на частотах, превышающих полосу пропускания систем. Вместе с тем при отработке ступенчатых воздействий САУ с ФНЧ переходные процессы носят колебательный характер с перерегулированием, зависящим от амплитуды входных сигналов и параметров ФНЧ, что приводит к увеличению длительности переходного процесса в 1,86–3,21 раза. Использование входного ОС не изменяет апериодический вид переходного процесса, а его длительность увеличивается в меньшей степени (в 1,06–1,47 раза). При отработке САУ с ФНЧ гармонических воздействий в полосе рабочих частот происходит дополнительная задержка выходных сигналов примерно на 0,083–0,107 с, которая отсутствует при наличии входного ОС.

Полученные результаты нужно учитывать при выборе структурной схемы цифровых САУ (одноконтурной, двухконтурной или переменной структуры), выборе и расчете параметров входных ЦФУ (эллиптического фильтра, фильтра на базе двух колебательных звеньев и ограничителя скорости). Они также могут быть использованы для исследования различных САУ, при работе которых возможно воздействие высокочастотных входных сигналов.

### Список литературы

1. Методы классической и современной теории автоматического управления : учеб. в 5 т. Т. 3 : Синтез регуляторов систем автоматического управления ; под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 616 с.
2. Ловлин, С.Ю. Программируемый формирователь траектории движения следящего привода / С.Ю. Ловлин, М.Х. Цветкова, И.Н. Жданов // Науч.-техн. вестник Санкт-Петербургского гос. ун-та информат. технологий, механики и оптики. – 2011. – № 2(72). – С. 113–117.
3. Kim, D.N. On Algorithms for Planning S-curve Motion Profiles / D.N. Kim, N. Teck-Chew, C. I-Ming // Intern. J. of Advanced Robotic Systems. – 2008. – Vol. 5, no. 1. – P. 99–106.
4. Лурье, Б.Я. Классические методы автоматического управления / Б.Я. Лурье, П.Дж. Энрайт. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 640 с.
5. Гостев, В.И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами : справ. / В.И. Гостев, В.К. Стеклов. – Київ : Радиоаматор, 1998. – 704 с.
6. Стрижнев, А.Г. Синтез цифрового регулятора, включенного параллельно единичной обратной связи / А.Г. Стрижнев, М.К. Хаджинов, А.Н. Русакович // Доклады БГУИР. – 2014. – № 4(82). – С. 80–86.
7. Стрижнев, А.Г. Разработка цифровой системы автоматического управления переменной структуры / А.Г. Стрижнев, А.Н. Русакович // Вестник БГУИР. – 2014. – № 3(39). – С. 105–114.
8. Терехин, В.В. Основы моделирования в MATLAB. Simulink : учеб. пособие в 2 ч. Ч. 2 / В.В. Терехин. – Новокузнецк : Кузбассвузиздат, 2004. – 376 с.
9. Tewari, A. Modern control design with MATLAB and Simulink / A. Tewari. – Weinheim : Wiley, 2002. – 503 p.
10. Nuruzzaman, M. Modeling and Simulation in Simulink for Engineers and Scientists / M. Nuruzzaman. – Bloomington : AuthorHouse, 2005. – 240 p.

11. Филлипс, Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филлипс, Р. Харбор. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2001. – 616 с.
12. Попов, Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления : учеб. пособие для вузов / Е.П. Попов. – М. : Наука, 1989. – 304 с.
13. Зааль, Р. Справочник по расчету фильтров / Р. Зааль ; пер. с нем. Ю.В. Камкина ; под. ред. Н.Н. Слепова. – М. : Радио и связь, 1983. – 752 с.
14. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Голд. – М. : Мир, 1978. – 847 с.
15. Britton Rorabaugh, C. Digital Filter Designer's Handbook: With C++ Algorithms / C. Britton Rorabaugh. – N. Y. : McGraw-Hill, 1997. – 479 p.
16. Lutovac, M.D. Algorithm for Symbolic Design of Elliptic Filters / M.D. Lutovac, D.V. Tomic, B.L. Evans // 4th Intern. Conf. Symbolic Methods, Application, Circuit Design SMACD96. – 1996. – P. 248–251.
17. Lutovac, M.D. Filter Design for Signal Processing using MATLAB and Mathematica / M.D. Lutovac, D.V. Tomic, B.L. Evans. – New Jersey : Prentice Hall, 2001. – 756 p.
18. Filter Design Toolbox. For use with MATLAB / The Mathworks Inc. – Natick : Mathworks, 2000. – 468 p.
19. Зайцев, Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования / Г.Ф. Зайцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев : Выща школа, 1989. – 431 с.
20. Стрижнев, А.Г. Автоматизированный синтез цифровых регуляторов на основе дискретных передаточных функций объектов управления / А.Г. Стрижнев, А.Н. Русакович // Информатика. – 2013. – № 3(39). – С. 105–114.

Поступила 09.03.2016

*НПООО «ОКБ Техносоюзпроект»,  
Минск, пр. Независимости, 115  
e-mail: aliaksei.rusakovich@gmail.com.*

**A.G. Stryzhniou**

### **THE INFLUENCE OF INPUT HARMONIC SIGNAL'S FREQUENCIES ON CONTROL SYSTEMS DYNAMICS**

The paper presents findings of the influence analysis of input harmonic signal's frequencies on control systems dynamics. Different control system structures with discrete-time controllers have been considered. The system is stable with the feedback controller and unstable with the controller in the forward path. Different discrete-time shaping units (low-pass filters, rate limiters) with matched parameters have been applied for sustained oscillation and spontaneous drift elimination. The influence of input signal's frequencies goes down if control system includes shaping units. At the same time, when using low-pass filters or rate limiters emerging additional delays need to be considered. The recommendations for the practical use of the investigation results are presented.