



## OBTENÇÃO DE MODELO ANALÍTICO PARA PROPRIEDADE MECÂNICA DO CONCRETO DE AGREGADO LEVE VIA PROGRAMAÇÃO GENÉTICA CARTESIANA

**Jonata Jefferson Andrade**

**Leonardo Goliatt da Fonseca**

**Luciana Conceição Dias Campos**

**Michèle Cristina Resende Farage**

**Flávio de Souza Barbosa**

jonata.jefferson@ice.ufjf.br

{leonardo.goliatt, luciana.campos, michele.farage, flavio.barbosa}@ufjf.edu.br

Universidade Federal de Juiz de Fora

Rua José Lourenço Kelmer, s/n - São Pedro, 36036-900, Minas Gerais, Juiz de Fora, Brasil

**Resumo** No concreto de agregado leve, é importante conhecer as suas propriedades mecânicas, como a resistência a compressão e o módulo de Young, dado que essas propriedades influenciam a resistência e deformações das peças constituídas desse material. A relação entre os componentes do concreto e suas propriedades mecânicas é altamente não-linear, e o estabelecimento de um modelo matemático abrangente é usualmente problemático. Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo encontrar uma relação analítica entre propriedades do concreto de agregado leve e o módulo de Young (módulo de elasticidade), utilizando a técnica de Programação Genética Cartesiana (PGC), a partir de operadores matemáticos empregados como funções nodais da PGC. Após a verificação do poder de generalização da metodologia utilizada neste trabalho, é feita uma comparação às relações matemáticas já existentes na literatura. Por fim, verificou-se que a metodologia proposta possui desempenho altamente satisfatório em comparação aos resultados existentes.

**Keywords:** Programação Genética Cartesiana, Concreto de agregado Leve, Inteligência Computacional

## 1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o concreto armado convencional, de peso específico normal, tem sido o material estrutural mais empregado no Brasil. A razão deste fato está associada às seguintes vantagens: (a) adaptação a qualquer tipo de forma permitindo liberdade à concepção arquitetônica; (b) solução para se obter estruturas monolíticas e hiperestáticas (c) grande durabilidade e baixíssimo custo de manutenção e conservação (d) resistência a efeitos térmicos, atmosféricos e a desgastes mecânicos. Por outro lado, a grande desvantagem do concreto armado convencional é o seu elevado peso próprio.

Nesse contexto, o uso de concretos de menor peso específico surge como a solução alternativa para esse problema. Além disso, a baixa condutividade térmica do concreto estrutural leve proporciona um desempenho significativamente superior em situação de incêndio quando comparado aos concretos de peso específico normal (Neville, 2015). A combinação de uma baixa condutividade térmica com um baixo coeficiente de dilatação térmica é benéfica no caso de exposição ao fogo, pois os agregados leves em geral são estáveis a temperaturas elevadas, uma vez que usualmente são fabricados em temperaturas superiores a 1100°C.

No concreto estrutural leve, a resistência à compressão, o módulo de elasticidade e a massa específica são as propriedades mais importantes e conseqüentemente as mais comumente analisadas. Prever com precisão essas propriedades é um problema crítico em construções de concreto de agregado leve.

Até o presente momento, vários trabalhos exploraram diferentes técnicas preditivas na previsão das propriedades do concreto de agregado leve (Alshihri et al., 2009; Andrade et al., 2015), e também em encontrar formulações analíticas de forma empírica para propriedades do concreto (Souza-Barbosa et al., 2015). Técnicas de inteligência computacional, tal como a programação genética cartesiana (Miller et al., 1997), podem ser empregadas também para a obtenção de formulações analíticas dessas propriedades.

O objetivo deste trabalho é implementar e avaliar o desempenho do método de programação genética cartesiana para encontrar uma formulação analítica para o módulo de elasticidade (módulo de Young), de forma a obter um valor próximo ao medido em laboratório, conseguindo dessa forma reduzir a quantidades de ensaios laboratoriais que demanda tempo e também o retrabalho.

## 2 CONCRETO DE AGREGADO LEVE

O concreto de agregado leve é constituído de agregados que possuem um baixo peso específico em comparação aos agregados convencionais, seu peso específico é aproximadamente dois terços do peso específico do concreto feito com agregado normal. Além disso, o mesmo possui importantes propriedades refratárias de isolamento térmico, sendo mais resistentes a casos de incêndio.

Nos Estados Unidos (ACI, 1999), por exemplo, o concreto leve estrutural é definido como o material que tem resistência à compressão superior a 17 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1850 kg/m<sup>3</sup>. No Brasil, a norma NBR NM 35 (ABNT, 1995) estabelece as seguintes relações entre a resistência à compressão e massa específica pra concretos leves estruturais: (a) resistência à compressão superior a 28 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a

1840 kg/m<sup>3</sup>; (b) resistência à compressão superior a 21 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1760 kg/m<sup>3</sup>; (c) resistência à compressão superior a 17 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1680 kg/m<sup>3</sup>.

O peso específico do concreto convencional varia entre 2200 kg/m<sup>3</sup> e 2600 kg/m<sup>3</sup>, e a do concreto estrutural leve entre 1350 kg/m<sup>3</sup> e 1850 kg/m<sup>3</sup> (Tabela 1). Com isso, o uso do concreto estrutural leve pode representar uma redução significativa do peso próprio da estrutura. O custo de produção do concreto de agregado leve é maior que o concreto de peso específico normal, porém, mesmo com este investimento adicional o custo final da estrutura pode ser menor devido ao dimensionamento mais econômico das fundações.

**Tabela 1: Classificação dos concretos leves quanto à sua massa específica aproximada.**

Classificação	Peso específico (kg/m <sup>3</sup> )	Agregado utilizado
Concreto de baixa massa específica	300 a 800	Vermiculita e Perlita
Concreto de moderada resistência	800 a 1350	Perlita, Pedra-pomes e Lava porosa
Concreto estrutural	1350 a 1850	Argila, folhelho, ardósia expandida em fornos rotativos, cinza volante sinterizada em grelhas, Argila expandida

O módulo de Young (módulo de elasticidade) tem grande importância para o concreto estrutural leve dada a sua influência sobre as deformações das peças sujeitas à flexão, sobre a distribuição das forças internas e sobre a carga crítica no caso de peças sujeitas a flambagem. Em concretos de peso específico usual, o módulo de elasticidade da pasta de cimento é, geralmente, bem menor que o módulo dos agregados. Por outro lado, no concreto de agregado leve, os valores do módulo de elasticidade das partículas do agregado leve e da pasta de cimento são bastante próximos.

A Fig. 1 apresenta uma comparação entre concreto de peso específico normal e o concreto de agregado leve quando estão sendo solicitados a uma força de compressão. É possível notar que no caso do concreto de agregado leve as linhas de forças se distribuem ao longo da argamassa, dado que o mesmo possui maior peso específico e um maior módulo de elasticidade.

A relação entre os componentes do concreto e suas propriedades mecânicas é altamente não-linear, e o estabelecimento de um modelo matemático abrangente é usualmente problemático. O concreto de agregado leve possui vários ingredientes, tais como o tipo e a quantidade de agregado leve, além de aditivos e da composição da argamassa. Esses vários ingredientes, além da não linearidade das estruturas de concreto, podem complicar o cálculo da resistência à compressão, do módulo de Young, entre outras propriedades.

Muitos autores já se empenharam na pesquisa de vários métodos de inteligência computacional para a previsão das propriedades mecânicas do concreto de peso específico normal (Papadakis and Tsimas, 2002; Ni and Wang, 2000; Kasperkiewicz et al., 1995; Duan et al., 2013). Os modelos de previsão conseguem uma boa aproximação das propriedades do concreto na maioria dos casos, fazendo com que diminua o trabalho em laboratório, o que demanda muito tempo e um alto custo.

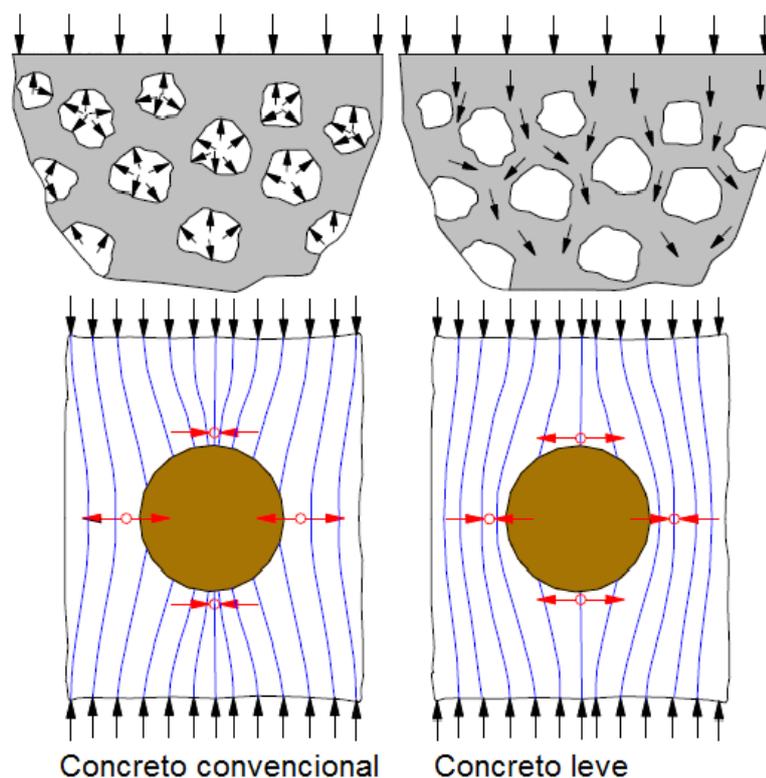


Figura 1: Transferência das forças de compressão no concreto normal e leve (Bogas and Gomes, 2013).

Assim como nesses trabalhos para concreto de peso específico normal, várias técnicas preditivas contidas na literatura tais como Redes Neurais Artificiais, Sistemas Neuro-Fuzzy, Máquinas de Vetores Suporte, Máquinas de Aprendizado Extremo e Árvores de Decisão também foram utilizadas para a previsão das propriedades do concreto de agregado leve (Andrade et al., 2015, 2016).

Há trabalhos que visam encontrar uma relação analítica entre os constituintes do concreto e as propriedades mecânicas de diversas formas empírica. No trabalho de (Souza-Barbosa et al., 2015), no qual o presente trabalho é inspirado, é descrito uma metodologia para encontrar uma fórmula analítica para o módulo de elasticidade a partir do módulo de elasticidade da argamassa, do volume e densidade do agregado. Para isso são utilizadas 75 amostras de teste de ensaios laboratoriais, com diferentes tipos de misturas.

Institutos de pesquisas e outros pesquisadores possuem também formulações analíticas para as propriedades mecânicas do concreto de agregado leve. Essas formulações são amplamente utilizadas em projetos que utilizam esse tipo de concreto e podem ser utilizadas como comparação a resultados de novas metodologias. Algumas dessas relações, para o módulo de Young ( $E_c(MPa)$ ), que serão utilizadas neste trabalho para fim de comparação, são apresentadas a seguir.

O *American Concrete Institute* (ACI) (ACI, 1999) adota

$$E_c = 9500 f_{ck}^{0.3} (\rho_s/2400)^{1.55} \quad (1)$$

Em (Zhang and Gjvorv, 1991) é definido

$$E_c = 0.043\rho_s^{1.5}f_c k^{0.5} \quad (2)$$

O trabalho de (Nilson et al., 1986) propõe

$$E_c = (3320f_c k^{0.5} + 6895)(\rho_s/2320)^{1.5} \quad (3)$$

A *Eurocode* (EN 1992-1-1, 1992) define

$$E_c = 22.000(f_c m/10)^{0.3} + (\rho_s/2200)^2 \quad (4)$$

O trabalho de (Souza-Barbosa et al., 2015) define

$$E_c = E_m(1 + \exp(-\alpha(\rho_a/1000)/V_a))^{-1} \quad (5)$$

onde  $f_{ck}(MPa)$  é a resistência a compressão do concreto,  $E_m$  é o módulo de Young da argamassa do concreto,  $\rho_s(kg/m^3)$  é o peso específico do concreto,  $f_{cm}(MPa)$  é o valor médio da resistência a compressão,  $V_a(\%)$  é o volume de agregado no concreto e  $\rho_a(kg/m^3)$  é o peso específico do agregado leve.

### 3 PROGRAMAÇÃO GENÉTICA CARTESIANA

A programação genética cartesiana (CGP) foi originalmente desenvolvida por J. Miller a partir de um método para criação de circuitos digitais (Miller et al., 1997). No entanto, o termo “programação genética cartesiana” apareceu pela primeira vez em um trabalho no ano de 1999 (Miller, 1999) e foi proposta como uma forma geral de programação genética em 2000 (Miller and Thomson, 2000). Nos últimos anos, a forma clássica da CGP sofreu diferentes aprimoramentos, incluindo as funções definidas automaticamente. A CGP pode ser aplicada a várias áreas como: aprendizagem de máquina; redes neurais; inteligência artificial; mineração de dados; previsão financeira, otimização de funções, classificação, desenho de circuitos eletrônicos, diagnósticos médicos, dentre outras.

O nome “cartesiana” é devido ao fato do programa poder ser representado por grafos acíclicos direcionados. Um dos benefícios deste tipo de representação é a reutilização implícita dos nós pertencentes ao grafo direcionado.

A forma geral da CGP é apresentada na Fig. 2. Cada nó  $k$  possui um conjunto de  $C_k$  genes de conexão, de acordo com a aridade definida  $a$ , uma única função de gene  $f$ , e uma saída  $n$ . A função do nó é definida de forma aleatória a partir de um conjunto de funções disponíveis. As entradas são definidas por  $x_i$  e as saídas por  $O_m$ . O genótipo pode ser definido da seguinte forma:  $f_0, C_{00}, \dots, C_{0a}; \dots; f_j, C_{j0}, \dots, C_{ja}; O_1, \dots, O_m$ .

O algoritmo evolutivo utilizado neste trabalho é uma de estratégia evolutiva ( $\alpha + \lambda$ ) (Schwefel, 1965), onde, a população total é  $\alpha + \lambda$ , com  $\alpha$  pais e  $\lambda$  filhos a cada geração. Denotando a aptidão de um genótipo  $g$  por  $f(g)$ , um genótipo pai, escolhido aleatoriamente entre os  $\alpha$  pais, sofre mutação  $\lambda$  vezes para gerar os descendente  $g_i$ . O critério de seleção utilizado para encontrar os pais em cada geração é definido sempre como sendo os genótipos com melhor aptidão.

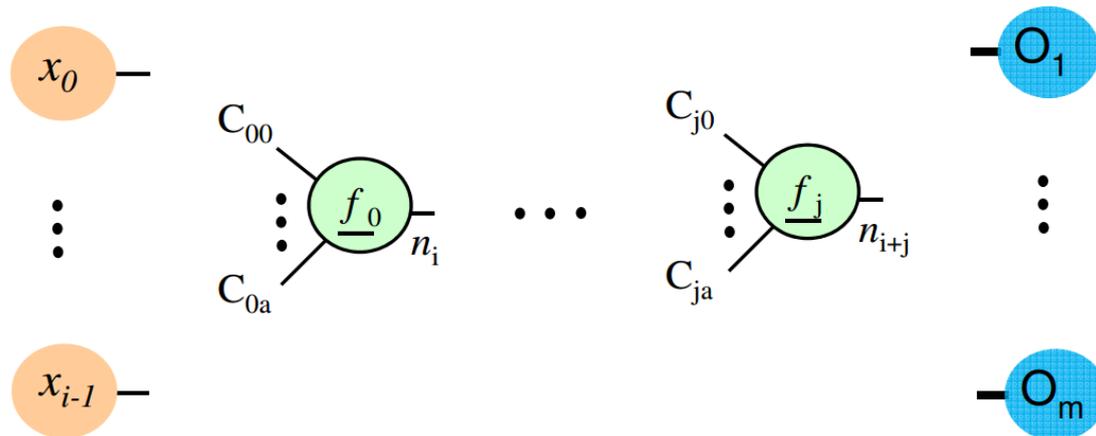


Figura 2: Forma geral da CGP (Miller and Turner, 2015).

Para seleccionar os indivíduos é preciso então definir a sua aptidão, dada por uma função de aptidão, geralmente representando uma medida de erro. Diferentemente dos algoritmos evolutivos clássicos da literatura, a função de aptidão da CGP definida por uma medida de erro indica um individuo como melhor que outro se o mesmo possui valor de aptidão (erro) menor. Assim, o termo “função de aptidão” parece não ser adequado para definir essa função, mas é amplamente utilizado na literatura nos trabalhos que utilizam a CGP.

A função de aptidão utilizada na CGP deste trabalho foi o erro absoluto médio (MAE), que é uma métrica de avaliação de erros amplamente utilizada na literatura. Sendo que  $\hat{y}$  é a saída estimada,  $y$  é a saída correta,  $\bar{y}$  é a média das saídas corretas e  $N$  o número de amostras, podemos definir o MAE como a seguir:

$$\text{MAE}(y, \hat{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad (6)$$

Para calcular o poder de generalização do resultado da CGP nos dados de teste será o utilizado o erro absoluto médio percentual (MAPE). O erro médio percentual (MAPE) é definido como:

$$\text{MAPE}(y, \hat{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \times 100 \quad (7)$$

As funções nodais da CGP neste trabalho serão funções matemáticas, de forma que o modelo de saída do algoritmo, que minimiza a função de aptidão, será um expressão matemática que representará de forma aproximada o módulo de Young do concreto de agregado leve.

Nem todas as funções nodais da CGP ficam ativas, de modo que a saída de um nó pode não estar ligada a nenhum outro nó ou a saída da CGP. Isso significa que quando menos funções nodais ativas, mais simples será a expressão matemática final gerada.

## 4 DADOS EXPERIMENTAIS

Foram empregados dados de ensaios laboratoriais de concretos de agregado leve com composições variadas, apresentado em (Ke, 2008), a fim a avaliar a método CGP proposto.

Os dados experimentais envolvem três tipos de argamassa ("a", "b" e "c"), como pode ser visto na tabela 2, para os cinco tipos diferentes de agregados e cinco níveis de volume de agregado ( $V_a = 0\%$  ou  $12.5\%$  ou  $25\%$  ou  $37.5\%$  ou  $45\%$ ), resultando em um total de 75 amostras diferentes. Para cada amostra, foram feitas três medições, sendo o valor final dado pela média das medições. Cada amostra possui os seguintes dados: o módulo de elasticidade experimental do concreto  $E_{exp}$ , o volume de agregado  $V_a$ , a densidade volumétrica do corpo de prova do concreto  $\rho_s$  e a densidade do agregado  $\rho_a$ . É conhecido também o módulo de elasticidade da argamassa utilizada em cada corpo de prova, representado por  $E_m$ . Dois tipos de agregados leves foram testados nos experimentos: argila expandida e xisto.

Os dados foram divididos em 2 partes: 45 amostras para utilizar no treinamento da CGP, e as 30 amostras restantes para medir o poder de generalização do modelo encontrado no treinamento.

**Tabela 2: Tipos de argamassa**

Argamassa	Cimento ( $kg/m^3$ )	água/cimento	Areia ( $kg/m^3$ )	$V_a$ (%)
a	336.24	0.446	1055.46	0.0
	294.21		923.53	12.5
	252.18		791.59	25.0
	210.15		659.66	37.5
	184.93		580.50	45.0
b	283.98	0.350	1135.94	0.0
	248.49		993.95	12.5
	212.99		851.95	25.0
	177.49		709.96	37.5
	156.19		624.77	45.0
c	263.64	0.290	1074.38	0.0
	230.68		940.08	12.5
	197.73		805.79	25.0
	164.77		671.49	37.5
	145.00		590.91	45.0

## 5 RESULTADOS

O código computacional implementado utiliza a biblioteca *CGP-Library* (Turner and Miller, 2015), a *CGP-Library* é uma implementação multi-plataforma da Programação Genética cartesiana, extensível e de uso simplificado. A biblioteca é escrita em C e foi utilizada em

**Tabela 3: Configuração da CGP**

Propriedade	Valor
Critério de parada	$MAE < 1.00$
Máximo de gerações	500000
Número máximo de nós	10
Estratégia evolucionaria	(5+35)-ES
Taxa de mutação	0.1
Funções nodais	Adição, subtração, multiplicação e divisão

ambiente *Windows*. Para gerar os resultados que serão apresentados nesta seção foi utilizada a configuração da CGP apresentada na Tabela 3.

O critério de parada utilizado ( $MAE < 1.00$ ) e o restante do orçamento computacional utilizado foram definidos através de testes preliminares. Valores menores de  $MAE$  poderiam ser utilizados como critério de parada, mas o modelo encontrado poderia ficar super ajustado aos dados de treinamento e não generalizar bem novos dados de teste.

Dado a aleatoriedade da CGP, a cada execução o resultado pode conter diferentes números de termos na expressão matemática. Como o objetivo do trabalho é encontrar um modelo matemático que obtenha um bom desempenho de generalização nos dados de teste e que ao mesmo tempo seja uma expressão simples, teremos que executar o algoritmo várias vezes. Assim, após um número  $n$  de execuções independentes da CGP, podemos selecionar o resultado com o menor número de termos e que sabemos que atendeu o critério de parada. É importante ressaltar também que para dois modelos com o mesmo número de termos, o valor da função de aptidão também pode ser diferente.

O número de execuções independentes utilizada neste trabalho foi  $n = 30$ . Para selecionar o modelo matemático final foi utilizado a seguinte abordagem: foram selecionados primeiramente os modelos com menor número de funções ativas e em seguida escolhido entre eles o modelo com menor valor de  $MAE$ . Foi definida também uma semente para a geração de números aleatórios no algoritmo com sendo o número 123.

Dentre as 30 execuções, o menor número de funções ativas foi 5, e apenas uma execução obteve 5 funções ativas. Assim, foi escolhido o modelo gerado pela CGP nessa execução para gerar a expressão para o módulo de Young. O valor de aptidão dessa execução da CGP foi de 0.713, encontrado após 334 gerações. O modelo matemático de saída da CGP é apresentado na Eq. 8.

$$E_{CGP} = E_m - V_a(\rho_s - \rho_a)/(\rho_s + \rho_a) \quad (8)$$

O tempo total de execução de todas as execuções foi de 19 minutos. Foi utilizado uma máquina com sistema operacional *Windows 10*, 8GB de memória e processador *Core i7 2,4 GHz* com 2 núcleos e 4 *threads*.

Após a geração da Eq. 8, utilizamos os dados de teste para realizar a validação desse modelo

matemático, de forma a medir os erros em uma base de dados diferente da que foi utilizada para o treinamento da CGP.

Na Fig. 3 pode-se observar os resultados da equação gerada pela CGP no conjunto de dados de teste.

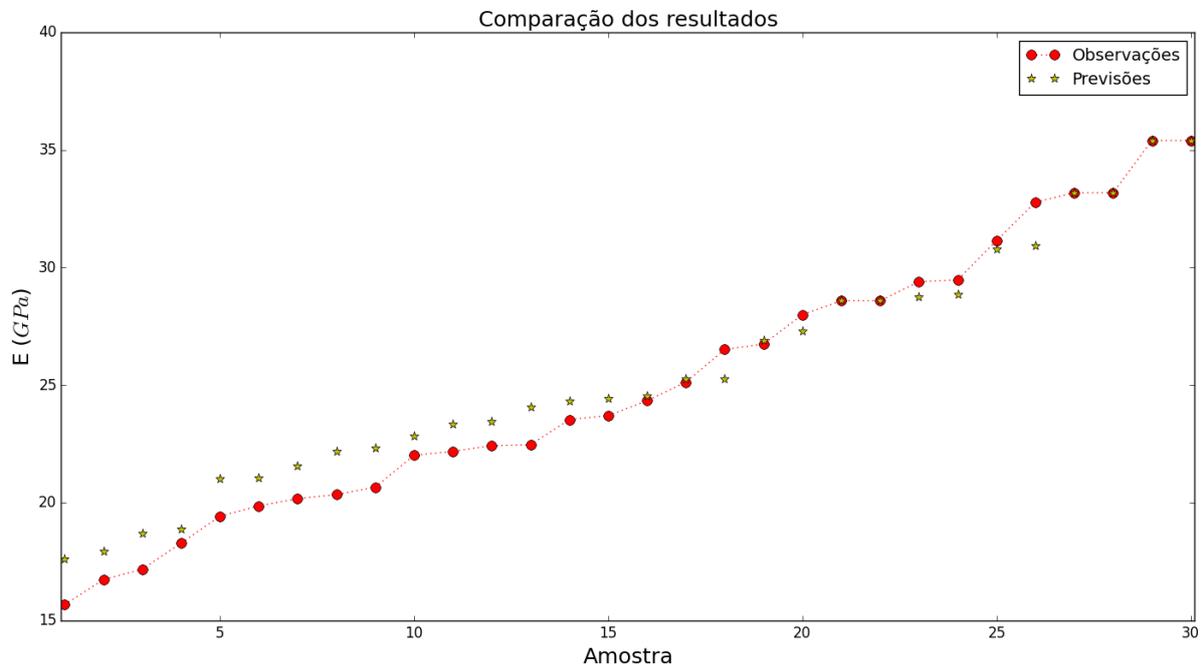


Figura 3: Comparação dos resultados das amostras de teste na equação gerada pela CGP.

Podemos comparar o poder de generalização da equação encontrada para o módulo de Young utilizando o gráfico de dispersão da Fig. 4 dos valores reais e previstos, onde  $E_{exp}$  é o valor experimental do módulo de Young. No gráfico de dispersão, se os pontos tendem a formar uma reta de bissecção, isso mostra que os dados possuem alta correlação, mostrando no caso deste trabalho que o modelo gerado pela CGP representa muito bem o módulo de Young.

Utilizando a métrica MAPE podemos comparar expressão matemática gerada pela CGP com as outras formulações analíticas. Na Tabela 4 podemos verificar a comparação das expressões do módulo de Young existentes na literatura com a encontrada neste trabalho pela CGP. Os valores entre parênteses representam o desvio padrão do MAPE nos amostras testadas.

## 6 CONCLUSÃO

Pelos resultados encontrados podemos verificar que a Programação Genética Cartesiana consegue em média uma boa aproximação dos valores reais, com valores de erro e desvio padrão baixos.

Em comparação as outras expressões (Tabela 4) do módulo de Young do concreto de agregado leve, vemos que a expressão encontrada neste trabalho possui desempenho bastante satisfatório, com valor de erro inferior a todas as outras expressões. O valor de desvio

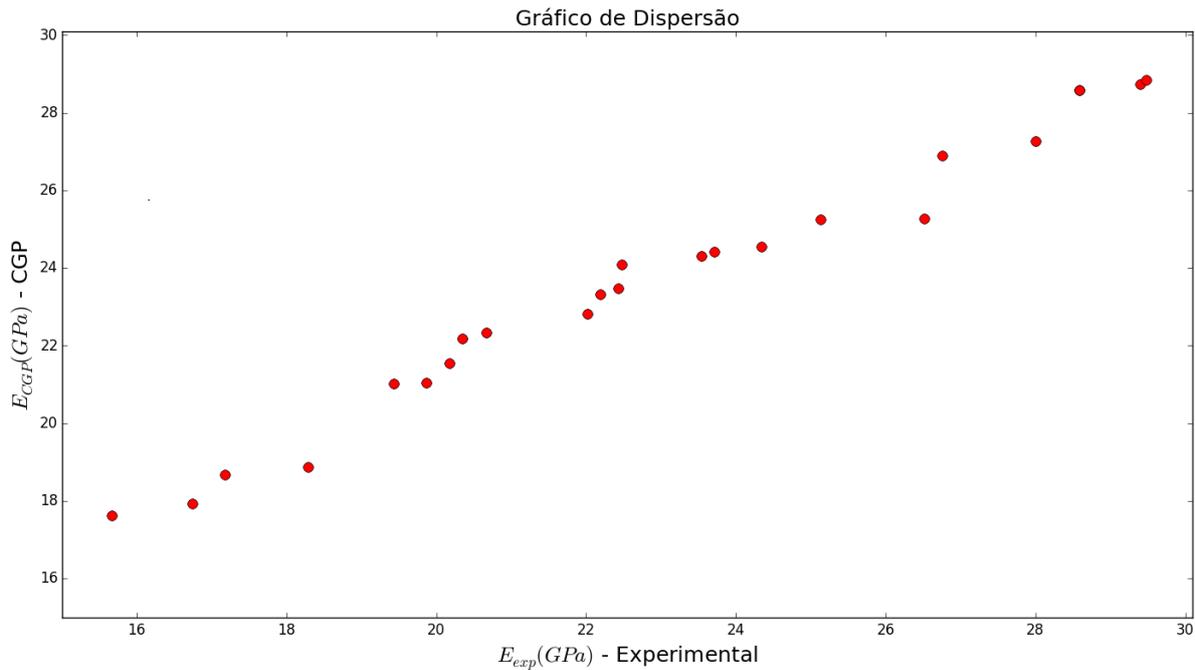


Figura 4: Gráfico de dispersão das amostras de teste na equação gerada pela CGP.

Tabela 4: Comparação das expressões do Módulo de Young

Expressão	MAPE
ACI - Eq. (1)	21.48 ( $\pm 10.32$ )
Zhang and Gjrv -Eq. 2	28.11 ( $\pm 4.39$ )
Slate et al. - Eq. 3	26.68 ( $\pm 6.21$ )
Eurocode 2 - Eq. 4	10.40 ( $\pm 8.15$ )
Souza-Barbosa et al. Eq. 5	5.96 ( $\pm 7.67$ )
Trabalho atual - Eq. 8	<b>5.37</b> ( $\pm 7.81$ )

padrão também ficou relativamente baixo e dentro do esperado, em comparao as expressões testadas, mostrando que a expressão gerada possui boa confiabilidade nos resultados. A função encontrada também  não linear, mas possui maior simplicidade que as outras funções testadas.

O presente artigo, propõe que a Programaao Genética Cartesiana pode ser utilizada para estimar expressões analíticas aproximadas para as propriedades mecânicas do concreto de agregado leve, para os dois tipos de agregados utilizados (argila e xisto expandido). Para diferentes tipos de agregados a formulao pode não ser suficiente, mas, a partir de amostras com outros diferentes tipos de agregados, a metodologia proposta se mostra promissora para que possa ser construída uma formulao ainda mais generalizada.

Assim, a Programaao Genética Cartesiana mostrou que pode ser utilizada na formulao e previsão dos valores reais do módulo de Young, e se mostra promissora também para outras propriedades do concreto de agregado leve, dado o seu excelente desempenho em comparao

a outras metodologias já utilizadas.

Uma metodologia como a apresentada nesse trabalho, que encontra uma formulação matemática de forma automática, pode ser utilizada como uma alternativa para o problema de avaliação de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve, dado que a maioria dos trabalhos existentes utilizam técnicas que demandam muito trabalho e vários ajustes de parâmetros e métodos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG - TEC APQ 01606/15), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) através do Programa Nacional de Cooperação Acadêmica e à Universidade Federal de Juiz de Fora, pelo apoio financeiro para participação no evento e de recursos para o desenvolvimento do projeto de pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- ABNT (1995). *Agregados leves para concreto estrutural: especificação. NBR NM 35*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ACI (1999). *Guide for structural lightweight aggregate concrete. ACI 213R-87*. American Concrete Institute.
- Alshihri, M. M., Azmy, A. M., and El-Bisy, M. S. (2009). Neural networks for predicting compressive strength of structural light weight concrete. *Construction and Building Materials*, 23(6):2214 – 2219.
- Andrade, J. J., Fonseca, L. G. d., Campos, L. C. D., Farage, M. C. R., and Barbosa, F. d. S. (2016). Aplicação do sistema neuro-fuzzy anfis na previsão de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve. *XII Simpósio de Mecânica Computacional*.
- Andrade, J. J., Fonseca, L. G. d., Farage, M. C. R., and Barbosa, F. d. S. (2015). Aplicação de métodos de inteligência computacional para a previsão de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve. *XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*.
- Bogas, J. A. and Gomes, A. (2013). Compressive behavior and failure modes of structural lightweight aggregate concrete – characterization and strength prediction. *Materials Design*, 46:832 – 841.
- Duan, Z., Kou, S., and Poon, C. (2013). Using artificial neural networks for predicting the elastic modulus of recycled aggregate concrete. *Construction and Building Materials*, 44(0):524 – 532.
- EN 1992-1-1, 1992 (2005). *EN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Brussels. EN, CEN.
- Kasperkiewicz, J., Racz, J., and Dubrawski, A. (1995). Hpc strength prediction using artificial neural network. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 9(4):279–284.
- Ke, Y. (2008). *Characterization of the mechanical behavior of lightweight aggregate concretes: Experiment and modelling*. PhD thesis, PhD. Thesis, Université de Cergy-Pontoise.

- Miller, J. and Turner, A. (2015). Cartesian genetic programming. In *Proceedings of the Companion Publication of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO Companion '15, pages 179–198, New York, NY, USA. ACM.
- Miller, J. F. (1999). An empirical study of the efficiency of learning boolean functions using a cartesian genetic programming approach. In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, volume 2, pages 1135–1142.
- Miller, J. F. and Thomson, P. (2000). Cartesian genetic programming. In *Genetic Programming*, pages 121–132. Springer.
- Miller, J. F., Thomson, P., and Fogarty, T. (1997). Designing electronic circuits using evolutionary algorithms. arithmetic circuits: A case study.
- Neville, A. (2015). *Propriedades do Concreto - 5ª Edição*. Bookman.
- Ni, H.-G. and Wang, J.-Z. (2000). Prediction of compressive strength of concrete by neural networks. *Cement and Concrete Research*, 30(8):1245 – 1250.
- Nilson, A. H., Martinez, S., et al. (1986). Mechanical properties of high-strength lightweight concrete. In *Journal Proceedings*, volume 83, pages 606–613.
- Papadakis, V. and Tsimas, S. (2002). Supplementary cementing materials in concrete: Part i: efficiency and design. *Cement and Concrete Research*, 32(10):1525 – 1532.
- Schwefel, H.-P. (1965). Kybernetische evolution als strategie der experimentellen forschung in der strömungstechnik. *Master's thesis, Technical University of Berlin*.
- Souza-Barbosa, F. d., Resende-Farage, M. C., Lage-Bonifácio, A., Beaucour, A.-L., and Ortola, S. (2015). A methodology to obtain an analytical formula for the elastic modulus of lightweight aggregate concrete. *DYNA*, 82:98 – 103.
- Turner, A. J. and Miller, J. F. (2015). Introducing a cross platform open source cartesian genetic programming library. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, 16(1):83–91.
- Zhang, M. H. and Gjvorv, O. E. (1991). Mechanical properties of high-strength lightweight concrete. *Materials Journal*, 88(3):240–247.