



## COMPARAÇÃO ENTRE FROTA HOMOGÊNEA E HETEROGÊNEA EM PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS

**Rosiana da Silva Lopes**

**Danilo César Rodrigues Azevedo**

rosianalopes16@gmail.com

danilo.azevedo@ufpi.edu.br.com

**Ricardo Poley Martins Ferreira**

poley@demec.ufmg.br

**Fabício José Pacheco Pujatti**

pujatti@demec.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, CEP 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

**Resumo.** *Este trabalho apresenta a comparação entre frota homogênea e heterogênea em problemas de roteamento de veículos capacitados com o objetivo de minimizar o custo de transporte utilizando algoritmo exato, em linguagem de programação linear inteira mista, levando em consideração a variação da taxa de consumo de combustível na função objetivo. O modelo computacional foi desenvolvido em linguagem de programação GUSEK e foi utilizado o solver GLPK. Foram testadas instâncias com duas frotas, homogênea e heterogênea, e 5 grafos diferentes. Os resultados mostraram que a frota heterogênea apresentou menor custo de transporte, com exceção de um caso particular em que a quantidade de pontos a visitar é igual ao número de veículos e a demanda é igual à capacidade de carregamento dos veículos. Conclui-se que para o caso geral estudado a frota heterogênea fornece menor custo de transporte e a economia em relação a utilização de frota homogênea é maior a medida que o número de pontos a serem visitados aumenta.*

**Palavras-chaves:** *Roteamento de veículos capacitados, Otimização, Frota heterogênea, Frota homogênea.*

## 1 INTRODUÇÃO

O transporte de produtos é indispensável para manutenção do comércio e da indústria, tal atividade eleva o preço final de aquisição dos produtos. Uma forma de reduzir o custo de transporte é através da otimização de rotas, minimizando a distância percorrida pelo veículo e consequentemente o consumo de combustível. O roteamento de veículos é fundamentado no clássico problema do caixeiro viajante. Uma variação deste tipo de problema é o roteamento de veículos capacitados, que possui restrições quanto à capacidade de carregamento dos veículos. Aplicações deste tipo de problemas podem ser vista nas atividades de mineração.

Este trabalho tem por objetivo comparar a utilização de frota heterogênea e homogênea em problemas de roteamento de veículos capacitados (PRVC), considerando a variação do consumo de combustível na função objetivo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

O caixeiro viajante é um clássico problema de programação matemática, utilizado em problemas de roteamento de veículos, em linhas gerais ele consiste em determinar a rota que fornece menor custo para um caixeiro viajante a visitar certo número de cidades (pontos ou nós) e retornar para o local de origem (Goldbarg & Luna, 2000).

O roteamento consiste em organizar o sequenciamento de entregas/coletas por uma frota de veículos a certos pontos de forma a minimizar o custo de transporte, exemplos de aplicação desse problema são: transporte escolar, coleta de resíduos e etc. (Goldbarg & Luna, 2000).

Problemas simples com poucos nós podem ser resolvidos com algoritmos exatos, um exemplo é o método de *Branch and Bound* usado por Pinheiro (2012), entretanto existem instâncias com número de nós elevado, sendo conveniente utilizar métodos heurísticos, como implementado por Bittencourt et al (2012) que usou busca dispersa ou métodos probabilísticos, como o Método de Monte Carlo usado por Oliveira e Delgado (2015).

O custo de transporte de veículos depende de vários fatores, entretanto grande parte dos estudos de otimização de roteamento de veículos considera apenas a distância e o custo do combustível, contudo sabendo que o peso do veículo interfere no consumo de combustível, é interessante acrescentar uma variável relacionando o consumo com a carga (Pinheiro, 2003).

### 2.1 Formulação do problema

O objetivo é minimizar o custo de transporte de uma empresa que possui um conjunto de clientes  $C$ , cada um em pontos distintos e demandas diferentes  $A_i$ , as entregas são feitas por veículos que partem do depósito. Todos os veículos  $k$  devem voltar para o depósito vazios e a carga transportada não deve exceder o limite de carregamento de cada veículo  $Q_k$  (kg).

A taxa de consumo de combustível é denotada por  $B(L/km)$ , a taxa de consumo com o veículo vazio é  $B_v(0,40L/km)$  e com veículo cheio é  $B_c(0,60L/km)$ .  $H_k$  é a razão entre a variação da taxa de combustível e a capacidade de carregamento do veículo, obtido por meio da Eq. (1) (Pinheiro, 2013).

$$H_k = \frac{B_c - B_v}{Q_k} \quad (1)$$

São definidas as variáveis de decisão:  $t_{ik}$  é quantidade de carga (kg) levada ao cliente  $i$  por um veículo  $k$ ,  $y_{ijk}$  é a carga total (kg) transportada pelo veículo  $k$  no elo  $ij$ ,  $x_{ijk}$  é 1 se o veículo  $k$  atende o cliente  $j$  depois de atender  $i$  e 0 caso contrário,  $u_k$  é 1 se o veículo  $k$  é utilizado e 0 se não.  $t_{ik}$  e  $y_{ijk}$  são variáveis inteiras,  $x_{ijk}$  e  $u_k$  são binárias (Pinheiro, 2013).

A função objetivo é minimizar o custo total de transporte, composto por três termos, como pode ser observado na Eq. (2), o primeiro termo é referente o custo fixo de utilização dos veículos, o segundo refere-se à escolha da rota e o terceiro termo corresponde ao custo devido o consumo de combustível e a carga transportada pelos veículos.

$$\text{Min} \quad \sum_{k \in V} (F_k u_k) + \sum_{k \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (P \cdot D_{i,j} \cdot B_v \cdot x_{i,j,k}) + \sum_{k \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (P \cdot D_{i,j} \cdot H_K \cdot y_{i,j,k}) \quad (2)$$

Sujeito às restrições de capacidade, Eq. (3) e (4), demanda Eq. (5) e (6), oferta Eq. (7) e de roteamento Eq. (8), (9), (10) e (11),

$$\sum_{i \in C} t_{ik} \leq Q_k, \quad \forall k \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in C} t_{ik} \leq Q_k u_k, \quad \forall k \in V \quad (4)$$

$$\sum_{k \in V} t_{ik} = A_i, \quad \forall i \in C \quad (5)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} y_{ihk} - \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} y_{hjk} = A_j, \quad \forall h \in C \quad (6)$$

$$\sum_{i \in C} t_{ik} = \sum_{j \in C} y_{1jk}, \quad \forall k \in V \quad (7)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0, \quad \forall h \in N, \forall k \in V \quad (8)$$

$$\sum_{j \in C} x_{1jk} = u_k, \quad \forall k \in V \quad (9)$$

$$\sum_{j \in C} y_{jlk} = 0, \quad \forall k \in V \quad (10)$$

$$y_{ijk} \leq Q_k x_{ijk}, \quad \forall k \in V, \forall (i, j) \in N \quad (11)$$

onde  $F_k$  é o custo fixo do veículo,  $P$ (R\$3,20) o custo de combustível,  $D_{i,j}$  a distância do elo  $ij$ .

### 3 METODOLOGIA

A formulação descrita na seção 2.1 foi escrita em linguagem de programação matemática linear inteira em uma interface chamada *GUSEK* e foi utilizado o *solver GNU Linear Programming Kit (GLPK)*. Ambas as ferramentas são gratuitas, disponibilizadas no endereço eletrônico: [http://gusek.sourceforge.net/gusek\\_ptbr.html#1](http://gusek.sourceforge.net/gusek_ptbr.html#1) e <http://gnuwin32.sourceforge.net>. O *solver GLPK* é uma ferramenta que usa o método *Branch and Bound*, que é utilizado em problemas de programação linear inteira, consistindo na relaxação do problema, criando outras variáveis até encontrar uma solução viável inteira ótima. A rotina computacional foi dividida em duas partes, a primeira é a descrição do modelo e a segunda é à entrada de dados.

O modelo foi validado pela aplicação de um caso trivial, comparando-se o valor calculado com o modelo e manualmente. As simulações foram executadas em um computador com processador *Intel Core i5*, 4 GB de memória RAM e sistema operacional *Windows 7*.

### 3.1 Instâncias aplicadas

Foram testadas 2 tipos de frotas, descritas a seguir, a capacidade total da frota é a mesma para ambos os casos, 210 toneladas:

Frota 1 (homogênea): composta por 4 veículos, com capacidade de 52,5 ton cada.

Frota 2 (heterogênea): composta por 4 veículos, com capacidade de 75, 60, 45 e 30 ton.

Foram executadas simulações com 5 grafos diferentes. Os grafos utilizados são polígonos regulares com lados de 100km, Fig. 1, em que o ponto 1 é o depósito e os demais são os clientes. O número de clientes foi aumentado a cada ciclo de simulação até o critério de parada adotado de 10 horas ser atingido. Obteve-se resultados para grafos com até 7 nós (6 clientes). Com 8 nós (7 clientes) o *solver* não encontrou solução em 10 horas de simulação.

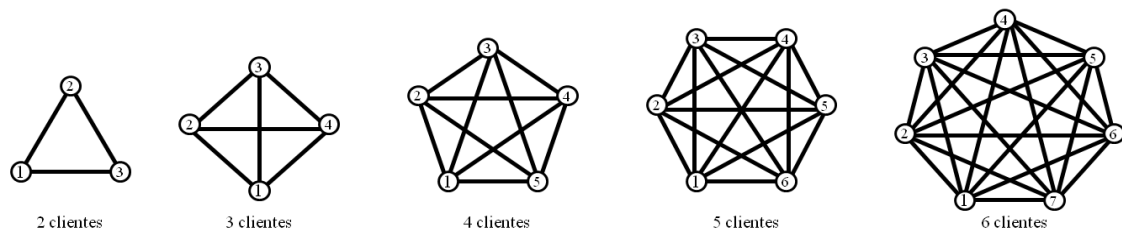


Figura 1. Grafos da distribuição de nós (ponto 1: depósito, os demais são clientes)

Dessa forma a matriz distância  $D_{i,j}$  é diferente para cada grafo, assim como os valores de  $Q_k$  e  $F_k$  são diferentes para cada veículo, descritos na Tabela 1.

Tabela 1. Capacidade de carregamento (kg) e custo dos veículos (reais)

$Q_k$ (kg)	75000	60000	52500	45000	30000
$F_k$ (R\$)	1000,00	800,00	700,00	600,00	400,00

A demanda total em todas as instâncias foi a mesma e igual à capacidade total da frota, optou-se por dividir uniformemente a demanda total entre os clientes, dessa forma no caso com 2 clientes a demanda de cada cliente é 105 ton, com 3 é 70 ton e assim sucessivamente.

Devido as limitações financeiras, o equipamento e os softwares utilizados permitiram resolver problemas relativamente simples (o modelo resolveu em 0,3s um caso com 60 variáveis e em 3,3 horas com 620 variáveis), entretanto o modelo pode ser usado para solucionar problemas mais complexos, desde que se utilize um ferramental mais sofisticado, como o CPLEX por exemplo. Contudo segundo a literatura os algoritmos exatos costumam ser utilizados em PPRV com até 50 nós, acima disso são recomendados métodos heurísticos.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados da função objetivo (custo) com as duas frotas e a economia percentual da frota heterogênea em relação a homogênea são apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2. Resultado da função custo (R\$) e economia da Frota 2 em relação a Frota 1 (E%)**

Número de clientes	Frota 1-Homogênea (R\$)	Frota 2-Heterogênea (R\$)	E (%)
2	4079,36	4079,84	0,0
3	4526,46	4482,93	1,0
4	4474,68	4586,48	-2,5
5	5304,36	5086,69	4,1
6	5551,30	5163,55	7,0

A Tabela 2, coluna E (%), permite perceber que na maior parte dos casos estudados a frota heterogênea apresenta menor custo, com exceção do caso com 4 clientes, em que a frota heterogênea resulta em 2,5% mais cara que a frota homogênea. Analisando os casos foi observado que esse resultado é devido o fato da demanda de cada cliente ser exatamente a capacidade de cada veículo desta frota, 52,5 ton, de forma que cada veículo visita apenas um cliente, como a frota heterogênea possui veículos com capacidades menores que a demanda de todos os clientes (30 e 45 ton) é necessário mais de uma visita à 2 clientes resultando em maior custo. Contudo, nos demais casos a frota heterogênea fornece menor custo e à medida que o número de clientes aumenta o percentual de economia também aumenta.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho tem o objetivo de comparar frotas homogênea e heterogênea em problemas de roteamento de veículos capacitados. O Modelo foi escrito em linguagem de programação *GUSEK* e foi utilizado o *solver GLPK*. Foram avaliados 2 tipos de frotas e 5 grafos distintos.

Os resultados permitem observar que a frota heterogênea fornece menor custo de transporte e que a economia é maior a medida que o número de clientes aumenta, com exceção do caso em que o número de clientes é igual o número de veículos e a demanda de cada cliente é igual à capacidade de carregamento dos veículos, que raramente ocorre na realidade, portanto é perceptível a economia de escolher uma frota heterogênea.

Para trabalhos futuros recomenda-se aprofundar o estudo averiguando outros cenários.

## REFERÊNCIAS

- Bittencourt, G. C. D, 2012. Problema de roteamento de veículos capacitados (PRVC): solução manual x busca dispersa. Congresso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa – CLAIO. Simpósio Brasileiro de pesquisa Operacional – SBPO: Rio de Janeiro.
- Goldbarg, M. C. & Luna, H. P. L, 2000. Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos. Rio de Janeiro, Elsevier.
- Oliveira, R. A. D. C. & Delgado, K. V, 2015. Sistemas para roteamento de veículos capacitados aplicando Métodos de Monte Carlo. Brazilian Symposium on Information System. Goiânia.
- Pinheiro, D. H, 2013. Desenvolvimento de um algoritmo de otimização de consumo de combustível para o problema de roteamento de veículos capacitados. Monografia - Graduação em Ciências da Computação - Universidade Federal de Lavras.