

**XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS  
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING  
BRASÍLIA - DF - BRAZIL**

**Acley Gabriel da Silva Tomaz**

**Elcio Cassimiro Alves**

acleygabriel@gmail.com

elcio.calves1@gmail.com

Universidade Federal do Espírito Santo

Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, CEP 29075-000, Vitória, ES, Brasil

**Resumo.** *No projeto de estruturas umas das partes mais importantes é o projeto de fundação. A partir de uma sondagem será determinada em função da capacidade de carga do terreno o tipo de ideal para aquele empreendimento, podendo ser uma fundação direta ou uma fundação indireta. Projeto de fundação indireta pode ser feita em tubulão ou blocos sobre estacas. A escolha do tipo está ligada diretamente em função da carga do projeto estrutural e das características do terreno. O presente trabalho apresentará a formulação para o problema de otimização para blocos sobre estacas com exemplos de aplicação. Como restrições, serão impostos os parâmetros definidos pela ABNT NBR 6118:2014 e pelo CEB FIP (1970), além do espaçamento entre as estacas. Uma plataforma foi desenvolvida no Matlab para a formulação do problema e a resolução do problema de otimização será obtida pelo Método dos Pontos Interiores. Exemplos numéricos comparativos mostram que quando não existe limitação de geometria, uma solução ótima pode ser obtida reduzindo ou aumentando a quantidade de estacas e mudando a geometria do Bloco.*

**Palavras chaves:** *Dimensionamento, Ótimo, Blocos, Estacas.*

# 1 INTRODUÇÃO

Blocos sobre estacas são elementos de volume que tem a finalidade de transmitir o esforço proveniente do pilar para as estacas. Sua integridade é de extrema importância para a segurança da estrutura como um todo, porém por serem elementos que ficam abaixo do nível do terreno, geralmente não permitem uma inspeção visual regular. Suas dimensões em planta dependem, quase sempre, apenas da disposição das estacas adotando-se o menor espaçamento possível entre elas, entretanto a altura é definida de acordo com as solicitações.

No Brasil, o cálculo de bloco rígido sobre estacas é realizado pela maior parte do meio técnico através da analogia de bielas e tirantes (Blévoit e Frémy, 1967) e do método do CEB-FIP (1970). Estes métodos são aproximações para o cálculo do dimensionamento onde adotam algumas simplificações do modelo, não levando em consideração o comportamento mecânico do conjunto aço/concreto e a interação solo/estrutura.

A ABNT NBR6118:2014 define blocos sobre estacas como elementos de volume usados para transmitir às cargas as estacas, podendo ser considerados rígidos ou flexíveis. Para blocos flexíveis seu dimensionamento deve ser realizado através de uma análise mais completa, desde a distribuição dos esforços nas estacas, dos tirantes de tração, até a necessidade da verificação de punção. O método das bielas só pode ser utilizado em blocos rígidos onde a norma brasileira admite modelos tridimensionais lineares ou não lineares e modelos de biela-tirante tridimensionais.

O dimensionamento de estruturas de concreto armado busca encontrar uma solução que atenda aos requisitos de resistência, utilização e durabilidade. Dentre as possíveis soluções, existe uma solução ótima para cada necessidade como um menor custo, menor peso, menor prazo de execução entre outros. Usualmente o dimensionamento é realizado a partir de uma predefinição da geometria do elemento, com a obtenção dos esforços faz-se a verificação se a geometria adotada atende a todas as condições estabelecidas. Caso não atenda a alguma das condições adota-se uma nova geometria até que todas as condições sejam atendidas. A experiência do projetista definirá se a solução encontrada será mantida ou se serão feitas ações em busca de uma melhor solução. Este processo não garante que a solução encontrada seja a ótima dentre as possíveis. O dimensionamento de bloco sobre estacas está entre os elementos de estrutura de concreto armado que normalmente são dimensionados como descrito acima.

Tomaz e Alves (2015) apresentaram a formulação do problema de otimização para Blocos de 2, 3 e 4 estacas. Neste trabalho aponta-se a viabilidade desta formulação para este tipo de problema.

## 1.1 Objetivos

- Apresentar a formulação do problema de otimização de blocos sobre estacas para diferentes tipos de geometria, bem como para diferentes quantidades de estacas;
- O estudo do dimensionamento de blocos de fundação será feito seguindo orientações ABNT NBR6118:2014, utilizando o método das bielas e tirantes e o método sugerido pelo CEB-FIP(1970).
- Fazer uma análise comparativa entre os modelos de cálculo convencional, bem como verificar a eficiência do modelo proposto.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Dimensionamento de Blocos Segundo a ABNT NBR 6118:2014

De acordo com a ABNT NBR6118:2014, blocos são estruturas de volume usadas para transmitir às estacas e aos tubulões as cargas de fundação, podendo ser considerados rígidos ou flexíveis. Quando se verifica a expressão (1), nas duas direções, o bloco é considerado rígido. Caso contrário, o bloco é considerado flexível:

$$h \geq \left( \frac{a - a_p}{3} \right) \quad (1)$$

Onde:

$h$  - é a altura do bloco;

$a$  - é a dimensão do bloco em uma determinada direção;

$a_p$  - é a dimensão do pilar na mesma direção;

O comportamento estrutural do bloco rígido se caracteriza por trabalhar à flexão nas duas direções com trações essencialmente concentradas nas linhas das estacas (reticulado definido pelo eixo das estacas, com faixas de largura igual a 1,2 vezes seu diâmetro); as forças são transmitidas do pilar para as estacas essencialmente por bielas de compressão de forma e dimensões complexas; trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruínas por tração diagonal, e sim por compressão das bielas. Para o bloco flexível deve ser realizada uma análise mais completa, desde a distribuição dos esforços nas estacas, dos tirantes de tração, até a necessidade da verificação da punção.

Para o cálculo e dimensionamento dos blocos, são aceitos modelos tridimensionais lineares ou não lineares e modelos biela-tirante tridimensionais. A ABNT NBR 6118:2014 apresenta algumas diretrizes para os modelos e verificações a serem feitas, mas não apresenta uma formulação a ser adotada no dimensionamento e verificação dos blocos sobre estacas.

A ABNT NBR6118:2014 impõe valores limites para bielas comprimidas independente do elemento estrutural. Machado (1985) indica valores específicos para blocos sobre estacas que variam de acordo com o número de estacas. Outras normas como ACI (2011), EHE (2008) e o Eurocode (2010) propõe valores diferentes conforme tabela 1.

Para o método proposto por Blévyot e Fremy (1967), usualmente são utilizadas como limites de tensões nas bielas os valores propostos por Machado (1985).

**Tabela 1– Tensões limites nos nós para o método das bielas e tirantes**

| Tensões limites nos nós |                         |            |              |            |                |            |                   |            |
|-------------------------|-------------------------|------------|--------------|------------|----------------|------------|-------------------|------------|
| Modelo                  | Duas Estacas            |            | Três Estacas |            | Quatro Estacas |            | 5 ou mais Estacas |            |
|                         | Pilar                   | Estaca     | Pilar        | Estaca     | Pilar          | Estaca     | Pilar             | Estaca     |
| Machado (1985)          | 1,4.fcd                 | 0,85.fcd   | 1,75.fcd     | 0,85.fcd   | 2,1.fcd        | 0,85.fcd   | 2,1.fcd           | 0,85.fcd   |
| ACI (2011)              | 0,85.fcd                | 0,68.fcd   | 0,85.fcd     | 0,51.fcd   | 0,85.fcd       | 0,51.fcd   | 0,85.fcd          | 0,51.fcd   |
| EHE(2008)               | fcd                     | 0,70.fcd   | 3,30.fcd     | 0,70.fcd   | 3,30.fcd       | 0,70.fcd   | 3,30.fcd          | 0,70.fcd   |
| EUROCODE 2 (2010)       | fcd                     | 0,60.γ.fcd | fcd          | 0,60.γ.fcd | fcd            | 0,60.γ.fcd | fcd               | 0,60.γ.fcd |
|                         | $\gamma=(1-f_{ck}/250)$ |            |              |            |                |            |                   |            |
| ABNT<br>NBR6118:2014    | 0,85.γ.fcd              | 0,72.γ.fcd | 0,85.γ.fcd   | 0,60.γ.fcd | 0,85.γ.fcd     | 0,60.γ.fcd | 0,85.γ.fcd        | 0,60.γ.fcd |
|                         | $\gamma=(1-f_{ck}/250)$ |            |              |            |                |            |                   |            |

## 2.2 Dimensionamento de blocos sobre estacas segundo o método das bielas

O Método das Bielas é baseado nos ensaios de Blévoit e Frémy (1967) e consiste em admitir uma treliça espacial no interior do bloco composta por barras tracionadas e comprimidas, unidas por meio de nós.

Com um modelo de treliça isostática, as forças das bielas e tirantes são calculadas pro meio do equilíbrio entre forças internas e externas; as forças de compressão nas bielas são resistidas pelo concreto, as de tração que atuam nas barras horizontais da treliça, pela armadura.

O método consiste no cálculo da força de tração, que define a área necessária de armadura, e na verificação das tensões de compressão nas bielas, calculadas nas seções situadas junto ao pilar e à estaca.

As tensões limites foram determinadas experimentalmente por Blévoit em ensaios. O método das bielas é recomendado para ações centradas e todas as estacas devem estar igualmente afastadas do centro do pilar. Pode ser empregado no caso de ações que não são centradas, desde que se admita que toda a estaca comprimida estivesse submetida à maior força transferida.

O dimensionamento de blocos irá variar de acordo com a geometria e de acordo com a quantidade de estacas. No presente trabalho será apresentado o estudo para as geometrias apresentadas na tabela 2 e o equacionamento das grandezas envolvidas apresentadas na tabela 3 segundo Blevot e Frémy (1967).

Tabela 2 – Geometria dos Blocos

| Bloco                | Geometria |
|----------------------|-----------|
| 2 Estacas            |           |
| 3 Estacas            |           |
| 4 Estacas            |           |
| 5 Estacas Retangular |           |
| 5 Estacas Pentagonal |           |
| 6 Estacas Hexagonal  |           |

6 Estacas Retangular

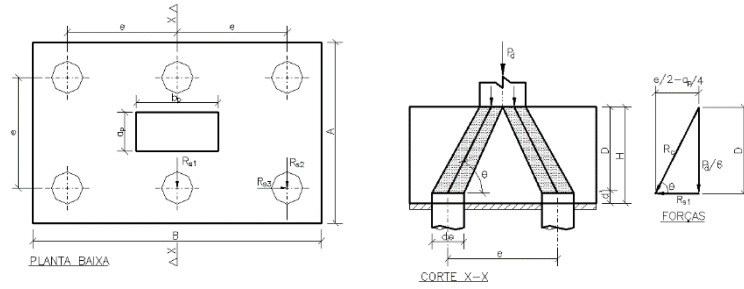


Tabela 3 – Equações de Dimensionamento pelo método das bielas e tirantes

| <b>Bloco 2 estacas</b>                                      |  |  |  |
|---|--|--|--|
| $\theta$  | $R_{sd}$   | $\sigma_{cd,b,p}$                          | $\sigma_{cd,b,e}$                                  |
| $\arctg\left(\frac{D}{e/2 - a_p/4}\right)$                  | $\frac{P_d}{8} \cdot \frac{(2e - a_p)}{D}$                                 | $\frac{P_d}{A_p \cdot \text{sen}^2\theta}$ | $\frac{P_d}{2 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2\theta}$ |
| <b>Bloco 3 estacas</b>                                      |  |  |  |
| $\theta$  | $R_{sd}$   | $\sigma_{cd,b,p}$                          | $\sigma_{cd,b,e}$                                  |
| $\arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{3}/3 - 0,3 \cdot b_p}\right)$  | $\frac{P_d}{9} \cdot \frac{(e\sqrt{3} - 0,9 \cdot b_p) \cdot \sqrt{3}}{D}$ | $\frac{P_d}{A_p \cdot \text{sen}^2\theta}$ | $\frac{P_d}{3 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2\theta}$ |
| <b>Bloco 4 estacas</b>                                      |  |  |  |
| $\theta$  | $R_{sd}$   | $\sigma_{cd,b,p}$                          | $\sigma_{cd,b,e}$                                  |
| $\arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{2}/2 - b_p \sqrt{2}/4}\right)$ | $\frac{P_d}{20} \cdot \frac{(2 \cdot e - b_p)}{D}$                         | $\frac{P_d}{A_p \cdot \text{sen}^2\theta}$ | $\frac{P_d}{4 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2\theta}$ |
| <b>Bloco 5 estacas (retangular)</b>                         |  |  |  |
| $\theta$  | $R_{sd}$   | $\sigma_{cd,b,p}$                          | $\sigma_{cd,b,e}$                                  |
| $\arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{2}/2 - b_p \sqrt{2}/4}\right)$ | $\frac{P_d}{20} \cdot \frac{(2 \cdot e - b_p)}{D}$                         | $\frac{P_d}{A_p \cdot \text{sen}^2\theta}$ | $\frac{P_d}{5 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2\theta}$ |
| <b>Bloco 5 estacas (pentágono)</b>                          |  |  |  |
| $\theta$  | $R_{sd}$   | $\sigma_{cd,b,p}$                          | $\sigma_{cd,b,e}$                                  |

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| $\arctg\left(\frac{D}{e/2 \cdot \text{sen}(36^\circ) - b_p/4}\right)$ | $\frac{0,725 \cdot P_d \left(e - \frac{a_p}{3,4}\right)}{5d}$                    | $\frac{P_d}{A_p \cdot \text{sen}^2\theta}$ | $\frac{P_d}{5 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2\theta}$ |
| <b>Bloco 6 estacas (hexágono)</b>                                     |  |  |  |
| $\theta$  | $R_{sd}$   | $\sigma_{cd,b,p}$                          | $\sigma_{cd,b,e}$                                  |
| $\arctg\left(\frac{D}{e - b_p/4}\right)$                              | $\frac{P_d \left(e - \frac{a_p}{4}\right)}{6d}$                                  | $\frac{P_d}{A_p \cdot \text{sen}^2\theta}$ | $\frac{P_d}{6 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2\theta}$ |
| <b>Bloco 6 estacas (retangular)</b>                                   |  |  |  |
| $\theta_1$  | $R_{sd1}$  | $\frac{P_d}{A_p \cdot \text{sen}^2\theta}$ | $\frac{P_d}{6 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2\theta}$ |
| $\arctg\left(\frac{D}{e - b_p/2}\right)$                              | $\frac{P_d \left(\frac{e}{2} - \frac{a_p}{4}\right)}{6d}$                        |  |  |
| $\theta_2$  | $R_{sd2}$  |  |  |
| $\arctg\left(\frac{D}{e\sqrt{5}/2 - b_p\sqrt{2}/4}\right)$            | $\frac{P_d \cdot \sqrt{5} \left(e \cdot \sqrt{5}/2 - 0,3 \cdot b_p\right)}{30d}$ |  |  |
|   | $R_{sd3}$  |  |  |
|   | $2 \cdot R_{st,l3}$  |  |  |

### 2.3 Dimensionamento de blocos sobre estacas segundo a CEB-FIP (1970)

O projeto de blocos sobre estacas considerando o Processo do CEB-FIP (1970) indica verificações de segurança para tensões normais e tangenciais com os esforços solicitantes determinados em seções transversais particulares. A rotina é aplicada a blocos considerados rígidos, com distância entre a face do pilar até o eixo da estaca mais afastada, variando entre um terço e a metade da altura do bloco.

Para o dimensionamento da armadura principal do bloco, o método sugere uma verificação à flexão considerando uma seção de referência interna plana, normal à superfície do bloco. Esta seção está situada entre as faces do pilar a uma distância de 0,15 da face, onde designa a medida do lado do pilar no sentido perpendicular à seção considerada.

Para verificação da resistência à força cortante, define-se uma seção de referência distante da face do pilar de um comprimento igual à metade da altura do bloco. No caso de blocos sobre estacas vizinhas ao pilar, em que algumas estacas ficam situadas a uma distância da face do pilar inferior a metade da altura útil do bloco, a seção é considerada na própria face. A força de referência é igual a componente normal à superfície de apoio da resultante das forças aplicadas sobre uma ou outra das partes do bloco limitadas pela seção de referência (Munhoz,2004). A tabela 4 apresenta um resumo das equações para aplicação deste método.



## 2.4 Blocos submetidos à carga vertical e momento fletores

O método de cálculo é baseado na superposição dos efeitos que soma-se a reação em cada estaca causada pela carga vertical à reação provocada pelo momento fletor (ver figura 1). A seguir são descritas as hipóteses básicas para o desenvolvimento do método:

- Rigidez infinita do bloco
- Lei de Hooke é válida para o material
- Eixos x e y são os eixos principais de inércia
- Ligação entre bloco e estaca como rótula
- Força em cada estaca proporcional à projeção do deslocamento do topo da estaca sobre o eixo da mesma.

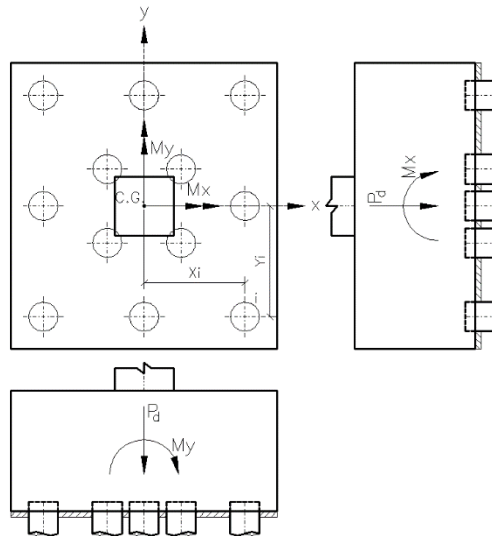


Figura 1 – Determinação das reações nas estacas

A reação em cada estaca é obtida pela expressão 2 (Ramos e Giongo, 2009)

$$R_{est,i} = \frac{N_d}{n_e} \pm \frac{M_x \cdot y_i}{\sum y_i^2} \pm \frac{M_y \cdot x_i}{\sum x_i^2}$$

Onde:

$R_{est,i}$  - reação na estaca “i”;

$N_d$  - força vertical atuante

$M_x$  - momento atuante em torno do eixo x;

$M_y$  - momento atuante em torno do eixo y;

$x_i$  - coordenada x da estaca “i”;

$y_i$  - coordenada y da estaca “i”.

(Erro!  
Nenhum  
texto com o  
estilo  
especificado  
foi  
encontrado  
no  
documento.)

$n_e$  - quantidade de estacas.

## 2.5 Otimização

Entende-se como problema de otimização aquele em que se procura maximizar ou minimizar uma função numérica com certo número de variáveis, sujeitas a certo conjunto de condições que restringem o espaço das soluções do problema (Lima, 2007).

Existem diversos métodos para encontrar a solução ótima de um determinado problema de otimização, dependendo das variáveis que estão sendo consideradas, do tipo de restrições e das características do problema em si. Pode-se destacar duas linhas dos processos de otimização, os heurísticos (ou probabilísticos) e a programação matemática (ou determinísticos).

Neste trabalho será utilizado o Método dos Pontos Interiores que é um método determinístico para otimização do dimensionamento de bloco sobre estacas.

### 2.5.1 Método dos Pontos Interiores

O método dos Pontos Interiores baseia-se na aplicação do método de Newton para a solução do sistema de equações não-lineares obtidas a partir da aplicação das condições de Kuhn-Tucker do problema de otimização. Este método tem como característica gerar uma sequência de pontos no interior da região viável que converge para a solução do problema. Uma vantagem deste método é que cada um dos pontos intermediários possui valores decrescentes da função objetivo, ou seja, se por algum motivo a convergência não for alcançada o ponto final é sempre viável (Júnior, 2005).

## 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

### 3.1 Formulação pelo Método das Bielas e Tirantes

Para o Método das Bielas e Tirantes o dimensionamento de blocos sobre estacas, adequando para a formulação de problema de otimização pode ser escrito por:

Função objetivo (minimizar):

$$f(x) = V_b \cdot pc + Af \cdot pf + As \cdot \gamma a \cdot pa \text{ (custo do bloco)}$$

**(Erro!  
Nenhum  
texto com o  
estilo  
especificado  
foi  
encontrado  
no  
documento.)**

Restrições:

$$\left\{ \begin{array}{l} c1: \quad h - \frac{A-a}{3} \leq 0 \\ c2: \quad 45^\circ - \theta \leq 0 \\ c3: \quad \theta - 55^\circ \leq 0 \\ c4: \quad \sigma_{cb,b,pil} - \sigma_{cb,b,lim,pil} \leq 0 \\ c5: \quad \sigma_{cb,b,est} - \sigma_{cb,b,lim,est} \leq 0 \\ c6: \quad R_{e,m\acute{a}x} - R_{e,lim} \leq 0 \\ c7: \quad e_x - e_{x,m\acute{i}n} \leq 0 \\ c8: \quad e_y - e_{y,m\acute{i}n} \leq 0 \\ ceq1: \quad A_s - \frac{R_{sd}}{f_{yd}} = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

Onde:

$V_b$  - volume do bloco

$p_c$  - preço por metro cúbico do concreto

$A_f$  - área de forma do bloco

$p_f$  - preço por metro quadrado da forma

$\gamma_a$  - peso específico do aço

$p_a$  - preço por kg do aço

$h$  - altura do bloco

$A$  - largura do bloco

$a$  - largura do pilar

$\theta$  - ângulo da biela de compressão

$\sigma_{cb,b,pil}$  - tensão da biela comprimida (pilar)

$\sigma_{cb,b,pil}$  - tensão da biela comprimida (estaca)

$\sigma_{cb,b,lim,pil}$  - tensão limite da biela comprimida (pilar)

$\sigma_{cb,b,lim,est}$  - tensão limite da biela comprimida (estaca)

$R_{e,m\acute{a}x}$  - reação máxima das estacas

$R_{e,lim}$  - carga limite na estaca

$e_{x,m\acute{i}n}$  - espaçamento mínimo entre estacas na direção x

$e_{y,m\acute{i}n}$  - espaçamento mínimo entre estacas na direção y (para blocos com mais de duas estacas)

$A_s$  - área de aço principal

$R_{sd}$  - força de tração de cálculo no tirante

Os valores das variáveis são definidos de acordo com o número e disposições das estacas conforme apresentado na Tabela 3.

Sendo as variáveis do problema de otimização representadas na figura 2.

$x_1$  - Altura útil do bloco ( $D$ )

$x_2$  - Área de aço principal ( $A_s$ )

$x_3$  - Espaçamento entre estacas ( $e$ )

$x_4$  - Resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ )

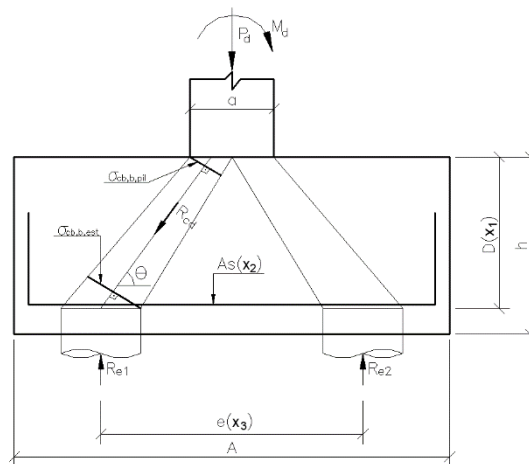


Figura 2 – Variáveis do problema pelo método das bielas e tirantes.

A primeira restrição (c1) é imposta pela ABNT 6118:2014 conforme visto no item 2.1, onde define a altura mínima para que o bloco seja considerado rígido e possa ser utilizada a teoria de bielas e tirantes para o dimensionamento.

O intervalo do ângulo da biela, válido para a aplicação do método das bielas e tirantes, indicado por Blévyot e Fremy é entre  $45^\circ$  e  $55^\circ$  (c2 e c3). A tensão da biela comprimida no pilar e na estaca deve ser menor ou igual à tensão limite definida por norma (c4 e c5).

A sexta restrição (c6) se refere a carga máxima suportada pela estaca, onde a reação da estaca não deve ultrapassá-la. O valor da carga máxima é fornecido pelo engenheiro geotécnico que variar de acordo com o tipo de estaca e o solo que será cravado as estacas.

A sétima e oitava restrições (c7 e c8) limitam o espaçamento mínimo entre estacas. A necessidade de ter um valor mínimo para o espaçamento se deve principalmente pelo efeito de grupo das estacas. De acordo com Oliveira (2009) alguns autores adotam o espaçamento mínimo entre eixos das estacas da ordem de 2,5 vezes o diâmetro de estacas pré-moldadas e 3,0 vezes para estacas moldadas “in loco”, para ambos os casos este valor não deve ser inferior a 60cm. O valor adotado para este trabalho do espaçamento mínimo foi de duas vezes e meia o diâmetro das estacas que é o valor adotado pela maior parte do meio técnico no Brasil.

A última restrição é uma igualdade (ceq1) para o cálculo da área de aço, será igual à força de tração no tirante dividido pela resistência de cálculo do aço.

### 3.2 Formulação do Problema de Otimização segundo o CEB-FIP (1970)

Utilizando o método do CEB-FIP (1970) para o dimensionamento de blocos sobre estacas e adequando para a formulação de problema de otimização de acordo com a figura 3, têm-se restrições de acordo com equações (4) e a função objetivo e as variáveis são as mesmas da formulação para o método das bielas e tirantes.

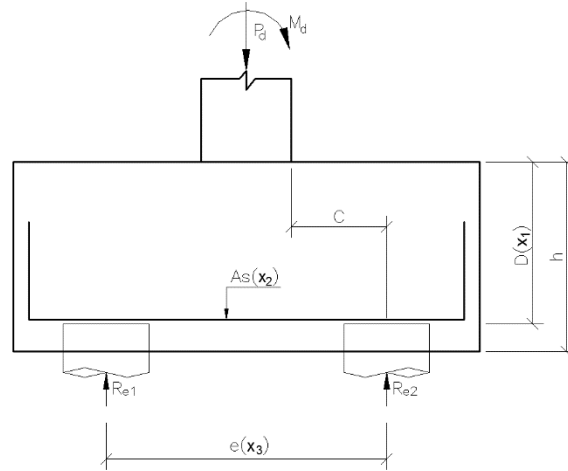


Figura 3 – Variáveis do problema pelo método do CEB-FIP (1970)

Restrições:

$$\left\{ \begin{array}{l} c1: \quad \frac{2}{3}C - h \leq 0 \\ c2: \quad h - 2C \leq 0 \\ c3: \quad V_d - V_{d,lim} \leq 0 \\ c4: \quad R_d - R_{d,lim} \leq 0 \\ c5: \quad R_{e,máx} - R_{e,lim} \leq 0 \\ c6: \quad e_x - e_{x,min} \leq 0 \\ c7: \quad e_y - e_{y,min} \leq 0 \\ ceq1: \quad A_s - \frac{M_d}{0,85 \cdot d \cdot f_{yd}} = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

Onde:

$h$  - altura do bloco

$C$  - distância entre a face do pilar e a estaca mais afastada

$V_d$  - força cortante atuante a uma distância  $xx$  do pilar

$R_d$  - força cortante na estaca de borda

$V_{d,lim}$  - força cortante limite para a seção de referência

$R_{d,lim}$  - força cortante local limite

$R_{e,máx}$  - reação máxima das estacas

$R_{e,lim}$  - carga limite na estaca

$A_s$  - área de aço principal

$M_d$  - momento fletor na seção perpendicular situada a 0,15 da largura do pilar

Da mesma forma que o método das bielas os valores das variáveis são definidas de acordo com o número e disposições das estacas, para o método do CEB-FIP ver item 2.3. Para o cálculo das reações nas estacas também foi utilizado o método de superposição dos efeitos descrito no item 2.4. O resumo das equações para o cálculo das restrições pelo método do CEB-FIP (1970) está na tabela 4.

Tabela 4 – Equações de Dimensionamento pelo método do CEB-FIP (1970)

| <b>Bloco 2 estacas</b>   |  |   |
|--|--|---|
| $C$  | $M_x$  | $M_y$   |
| $(e - b_p)/2$  | $R_{e,máx} \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p)$   | –   |
| <b>Bloco 3 estacas</b>   |  |   |
| $C$  | $M_x$  | $M_y$   |
| $\min \begin{cases} 2/3 \cdot e - a_p/2 \\ e\sqrt{13}/6 - b_p/2 \end{cases}$ | $R_{e,máx} \cdot (2 \cdot e/3 - b_p/2)$  | –   |
| <b>Bloco 4 estacas</b>   |  |   |
| $C$  | $M_x$  | $M_y$   |
| $(e - b_p) \cdot \sqrt{2}/2$   | $\max \begin{cases} (R_1 + R_2) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot a_p) \\ (R_3 + R_4) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot a_p) \end{cases}$  | $\max \begin{cases} (R_1 + R_3) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p) \\ (R_2 + R_4) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p) \end{cases}$   |
| <b>Bloco 5 estacas (retangular)</b>  |  |   |
| $C$  | $M_x$  | $M_y$   |
| $(e - b_p) \cdot \sqrt{2}/2$   | $\max \begin{cases} (R_1 + R_2) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot a_p) \\ (R_3 + R_4) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot a_p) \end{cases}$  | $\max \begin{cases} (R_1 + R_3) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p) \\ (R_2 + R_4) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p) \end{cases}$   |
| <b>Bloco 5 estacas (pentágono)</b>   |  |   |
| $C$  | $M_x$  | $M_y$   |
| $e/2 \cdot \text{sen}(36^\circ) - b_p/4$                                     | $\max \begin{cases} R_1 \cdot \left( \frac{e}{2 \cdot \text{sen}(36^\circ)} - 0,35 \cdot a_p \right) + \\ (R_2 + R_3) \cdot \left( \frac{e \cdot \text{sen}(18^\circ)}{2 \cdot \text{sen}(36^\circ)} - 0,35 \cdot a_p \right) + \\ (R_4 + R_5) \cdot \left( \frac{e}{2 \cdot \tan(36^\circ)} - 0,35 \cdot a_p \right) \end{cases}$ | $\max \begin{cases} R_2 \cdot \left( \frac{e \cdot \cos(18^\circ)}{2 \cdot \text{sen}(36^\circ)} - 0,35 \cdot b_p \right) + \\ R_4 \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p) + \\ R_3 \cdot \left( \frac{e \cdot \cos(18^\circ)}{2 \cdot \text{sen}(36^\circ)} - 0,35 \cdot b_p \right) + \\ R_5 \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p) \end{cases}$ |
| <b>Bloco 6 estacas (hexágono)</b>  |  |   |
| $C$  | $M_x$  | $M_y$   |

|   |   |   |
|---|---|---|
| $\text{máx} \begin{cases} \frac{e - b_p/2}{(e - b_p)/4} \\ \frac{e \cdot \sqrt{3}/2 - a_p/2}{\text{sen}(60^\circ)} \end{cases}$ | $\text{máx} \begin{cases} (R_1 + R_2) \cdot (e \cdot \sqrt{3}/2 - 0,35 \cdot a_p) \\ (R_5 + R_6) \cdot (e \cdot \sqrt{3}/2 - 0,35 \cdot a_p) \end{cases}$ | $\text{máx} \begin{cases} R_3 \cdot (e - 0,35 \cdot b_p) + (R_1 + R_5) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p) \\ R_4 \cdot (e - 0,35 \cdot b_p) + (R_2 + R_6) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot b_p) \end{cases}$ |
|---|---|---|

**Bloco 6 estacas (retangular)**

| $C$  | $M_x$   | $M_y$   |
|--|---|---|
| $\frac{e - b/2}{\cos(\theta)}$ $\theta = \text{atan}(1/2)$ | $\text{máx} \begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot a_p) \\ (R_4 + R_5 + R_6) \cdot (e/2 - 0,35 \cdot a_p) \end{cases}$ | $\text{máx} \begin{cases} (R_1 + R_4) \cdot (e - 0,35 \cdot b_p) \\ (R_3 + R_6) \cdot (e - 0,35 \cdot b_p) \end{cases}$ |

**Bloco de 2 à 6 estacas**

| $V_{d,lim}$   | $R_{d,lim}$   |
|---|---|
| $\frac{0,25}{\gamma_c} \cdot \left(1 - \frac{C}{5d}\right) \cdot b_2 \cdot d_2 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ | $\frac{0,12}{\gamma_c} \cdot b'_2 \cdot d'_2 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ |

## 4 EXEMPLOS E DISCUSSÕES

Foi desenvolvido um software utilizando a plataforma do Matlab para o dimensionamento otimizado de blocos sobre estacas com as geométricas indicadas na tabela 2. A interface inicial do mesmo é apresentada na figura 4.

O software foi implementado para o método das bielas e tirantes e o método do CEB-FIP (1970). O usuário define o método a ser utilizado no dimensionamento e quais valores poderão ser alterados no processo de otimização que são: número de estacas (conforme tabela 2), altura do bloco, espaçamento entre estacas, área de aço e a resistência a compressão do concreto ( $f_{ck}$ ).

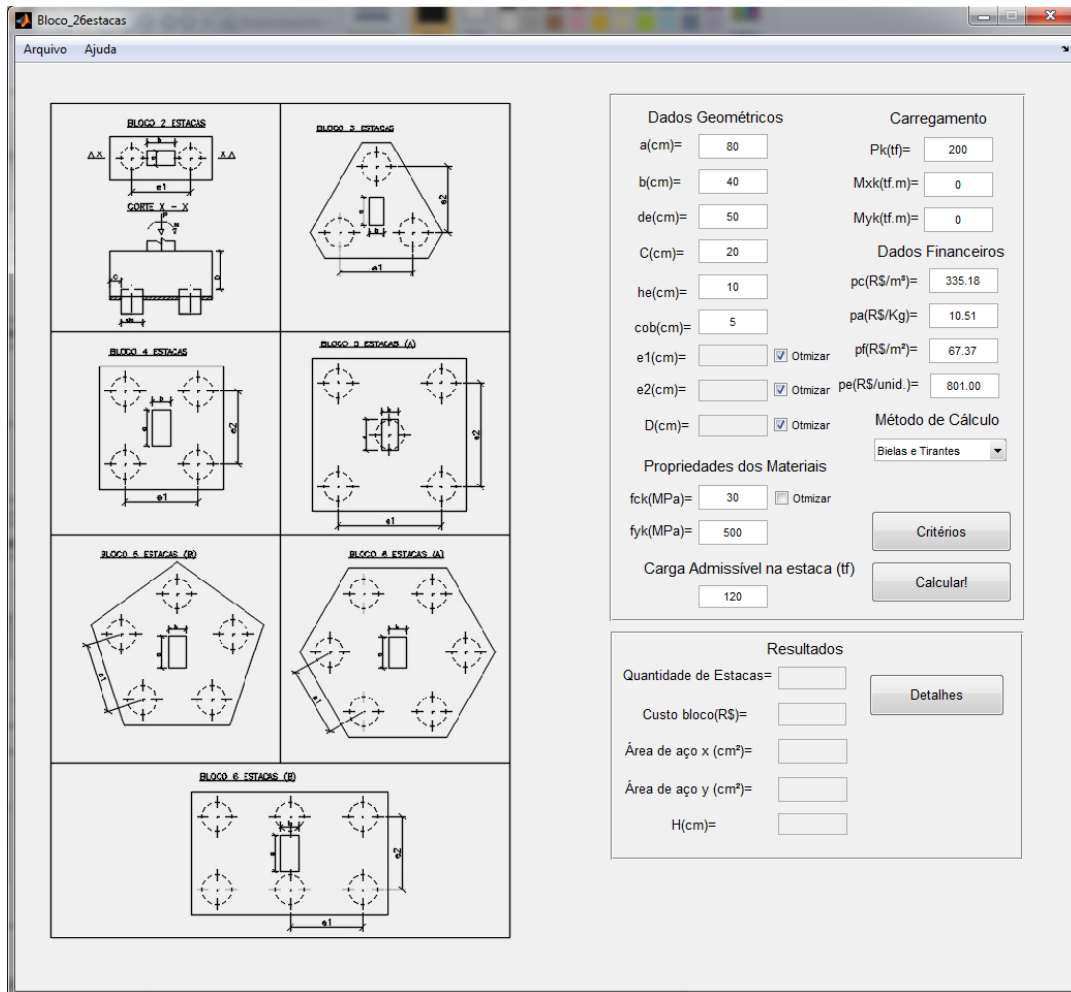


Figura 4 – Interface Inicial do software de otimização de bloco sobre estacas

Normalmente o engenheiro de estruturas fornece os valores das cargas na fundação de cada pilar para o engenheiro geotécnico. O engenheiro geotécnico analisa as sondagens e as cargas para determinar o tipo de solução a adotar. Caso opte por fundação profunda (com estacas), o mesmo irá determinar a quantidade e disposição das estacas. O engenheiro de estruturas recebe a solução através do projeto geotécnico e dimensiona o bloco sobre as estacas. Neste processo tanto o engenheiro geotécnico quanto o engenheiro de estruturas buscam através de sua experiência determinar a solução mais econômica.

O software desenvolvido leva em consideração as informações fornecidas do geotécnico e da estrutura para obter a solução ótima do conjunto bloco mais estacas. Em alguns casos é interessante aumentar o espaçamento entre estacas para reduzir o número, mesmo que o bloco tenha um aumento de custo, pois o custo total poderá reduzir por ter uma quantidade menor de estacas. Existem porém casos em que a solução ótima é aumentar o número de estacas para reduzir o custo do bloco. Para encontrar a solução ótima do conjunto, o software faz a busca, dentro as soluções que atendem as restrições, o que apresenta o menor custo total (bloco mais estacas).

Para os exemplos que serão apresentados a solução inicial foi obtida com o software de cálculo CAD/TQS (versão 17.12). Os exemplos são soluções dadas por um escritório de cálculo estrutural da grande Vitória – ES para diferentes projetos estruturais. Os custos dos materiais foram obtidos da tabela SINAPI da Caixa Econômica Federal, para o mês de Dezembro/2015, referente à cidade de Vitória – ES. Os valores do concreto estão indicados na tabela 5, o custo



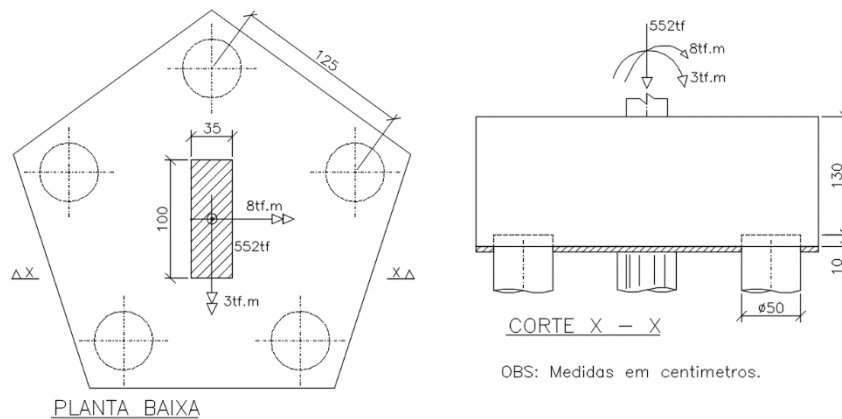
do aço de R\$ 10,51/kg ( *pa* ) e o da forma de R\$ 67,37/m<sup>2</sup> ( *pf* ). Para o exemplo 2 e 3 utilizamos como a carga máxima resistida pela estaca e o custo unitário da estaca os valores fornecidos pela empresa de construção que executou os blocos sobre estacas do edifício. Custo por estaca escavada com trado mecânico  $\Phi$  70 (unidade) um valor de R\$ 1.892,00 e a carga máxima resistente da estaca  $\Phi$  70 (tf): 185tf por estaca.

**Tabela 5 – Custo do concreto por metro cúbico**

|                 |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>fck(MPa)</b> | 20     | 25     | 30     | 35     | 40     | 45     | 50     | 55     |
| <b>R\$</b>      | 314,72 | 325,88 | 335,18 | 345,42 | 360,94 | 405,79 | 481,26 | 549,62 |
| <b>fck(MPa)</b> | 60     | 65     | 70     | 75     | 80     | 85     | 90     |        |
| <b>R\$</b>      | 617,99 | 668,57 | 719,16 | 769,75 | 820,33 | 870,92 | 921,51 |        |

#### 4.1 Exemplo 1 – Otimização do dimensionamento de bloco sobre 5 estacas

O primeiro exemplo é a fundação de um pilar de um edifício residencial de 11 pavimentos. A quantidade e disposição das estacas foi definida pelo engenheiro geotécnico com 5 estacas hélice contínua de 50cm de diâmetro. Os dados do exemplo e a solução adotada pelo escritório estão indicados na figura 5.



**Figura 5 – Geometria e Cargas do exemplo 1.**

A tabela 6 demonstra os valores comparativos do custo do bloco para a solução adotada pelo escritório de cálculo e as soluções obtidas através do processo de otimização com o método das bielas e tirantes e o método proposto pelo CEB-FIP (1970), o processo de otimização é realizado com o  $f_{ck}$  sendo variável e com o  $f_{ck}$  fixo.

Em ambos os métodos foi possível encontrar uma solução com menor custo que a solução adotada. A redução foi maior quando foi incluído o  $f_{ck}$  como variável do problema.

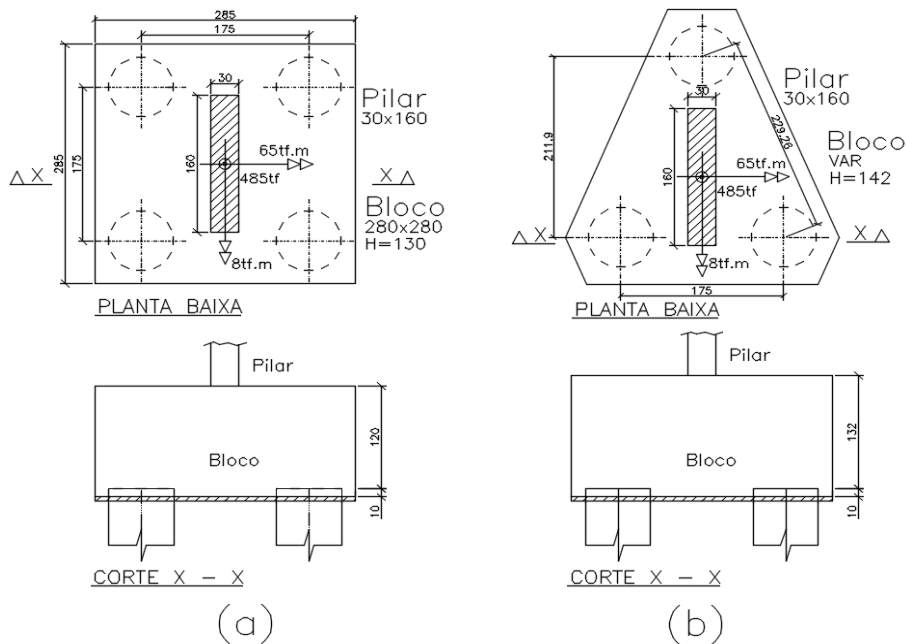
**Tabela 6 – Resultados do exemplo 1**

| BLOCO SOBRE ESTACAS - Exemplo 1 |                |                          |          |                |             |            |             |                       |         |            |             |
|---------------------------------|----------------|--------------------------|----------|----------------|-------------|------------|-------------|-----------------------|---------|------------|-------------|
| Blévet & Fremy (1967)           |                |                          |          |                |             |            |             |                       |         |            |             |
| Solução                         | fck            | H                        | $\Theta$ | $S_{cb,e}$     | $S_{e,lim}$ | $S_{cb,p}$ | $S_{p,lim}$ | As (cm <sup>2</sup> ) | Q. est. | $R_{emáx}$ | CUSTO (R\$) |
| Convencional                    | 30             | 1,40                     | 53,1°    | 15,2           | 18,2        | 42,6       | 45,0        | 28,1                  |         |            | 8.352,03    |
| Otmização Blévet                | 30             | 1,31                     | 51,1°    | 16,0           | 18,2        | 45,0       | 45,0        | 30,2                  | 5       | 113,5      | 8.252,80    |
| Otmização Blévet/fck            | 35             | 1,12                     | 46,5°    | 18,5           | 15,2        | 52,0       | 52,0        | 35,5                  |         |            | 8.187,41    |
| CEB-FIP (1970)                  |                |                          |          |                |             |            |             |                       |         |            |             |
| Solução                         | fck            | H                        | Hmín     | Hmax           | Re,lim      | Vd         | Vd,lim      | As (cm <sup>2</sup> ) | Q. est. | $R_{emáx}$ | CUSTO (R\$) |
| Convencional                    | 30             | 1,40                     |          |                | 206,8       | 548,2      | 573,7       | 47,3                  |         |            | 6.570,93    |
| Otmização CEB-FIP               | 30             | 1,37                     | 0,59     | 1,76           | 198,7       | 548,2      | 548,2       | 48,4                  | 5       | 113,5      | 6.541,33    |
| Otmização CEB-FIP/fck           | 20             | 1,50                     |          |                | 194,6       | 548,2      | 548,2       | 44,1                  |         |            | 6.517,44    |
| VARIAÇÃO DOS CUSTOS             |                |                          |          |                |             |            |             |                       |         |            |             |
| Métodos                         | $\Delta$ Custo | Métodos                  |          | $\Delta$ Custo | Unidades    |            |             |                       |         |            |             |
| Convencional/Blévet             | 1,2%           | Blévet/Blévet(fck)       | 0,8%     | Medidas:       | m           |            |             |                       |         |            |             |
| Convencional/CEB-FIP            | 0,5%           | CEB-FIP/CEB-FIP(fck)     | 0,4%     | Força:         | tf          |            |             |                       |         |            |             |
| Blévet/CEB-FIP                  | 26,2%          | Blévet(fck)/CEB-FIP(fck) | 25,6%    | Tensão:        | MPa         |            |             |                       |         |            |             |

## 4.2 Exemplo 2 - Otimização da fundação

O segundo exemplo é de um pilar com carga excêntrica, o software realizou a busca da quantidade, disposição das estacas e fez dimensionamento do bloco correspondente ao menor custo do conjunto bloco mais estacas.

A fundação deste exemplo é de um pilar de um edifício residencial localizado na Serra, ES. O engenheiro estrutural forneceu uma planta com as dimensões e cargas dos pilares. As cargas e dimensões dos pilares estão indicadas na figura 6. A solução adotada pelo escritório para o problema foi de um bloco de 280cm x 280cm em planta e 1,2m de altura sobre 4 estacas de 70cm de diâmetro (figura 6a). A solução indicado pelo software de otimização foi de 3 estacas conforme figura 6b.



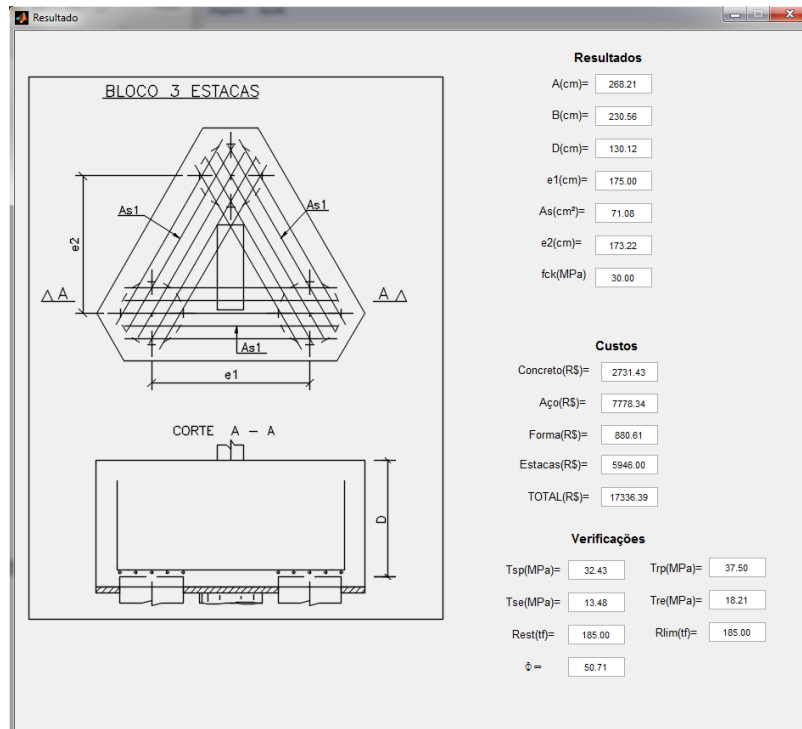
**Figura 6 – Geometria e Cargas do exemplo 2, (a) solução executada, (b) solução do software de otimização.**

Na solução inicial com 4 estacas a distância de eixo a eixo de estacas era de 1,75m, porém a solução definida pelo software foi com 3 estacas e a distância aumentou para 2,23m. O aumento da distância foi necessário para reduzir a reação máxima da estaca para o seu valor limite de 185tf.

A redução de uma estaca proporcionou uma redução no custo total, mesmo com o aumento da distância entre estacas. A síntese dos resultados está na tabela 7, sendo a comparação entre o projetado e o obtido pelo processo de otimização. A figura 7 apresenta a interface com o resultado da otimização pelo software de otimização pelo método das bielas e tirantes.

**Tabela 7 – Resultados do exemplo 2**

| BLOCO SOBRE ESTACAS - Exemplo 2 |                |                           |          |                |             |            |             |                       |         |            |             |
|---------------------------------|----------------|---------------------------|----------|----------------|-------------|------------|-------------|-----------------------|---------|------------|-------------|
| Bléivot & Fremy (1967)          |                |                           |          |                |             |            |             |                       |         |            |             |
| Solução                         | fck            | H                         | $\Theta$ | $S_{cb,e}$     | $S_{e,lim}$ | $S_{cb,p}$ | $S_{p,lim}$ | As (cm <sup>2</sup> ) | Q. est. | $R_{emáx}$ | CUSTO (R\$) |
| Convencional                    | 30             | 1,30                      | 46,7°    | 11,7           | 18,2        | 37,6       | 45,0        | 36,6                  | 4       | 142,1      | 18.327,26   |
| Otmização Bléivot               | 30             | 1,42                      | 51,2°    | 13,3           | 18,2        | 32,0       | 45,0        | 64,9                  | 3       | 185,0      | 17.336,39   |
| Otmização Bléivot/fck           | 25             | 1,51                      | 52,9°    | 12,7           | 15,2        | 31,2       | 31,2        | 62,7                  | 3       | 185,0      | 17.260,35   |
| CEB-FIP (1970)                  |                |                           |          |                |             |            |             |                       |         |            |             |
| Solução                         | fck            | H                         | Hmín     | Hmax           | Re,lim      | Vd         | Vd,lim      | As (cm <sup>2</sup> ) | Q. est. | $R_{emáx}$ | CUSTO (R\$) |
| Convencional                    | 30             | 1,30                      | 0,50     | 1,50           | 201,5       | 279,6      | 291,1       | 52,7                  | 4       | 142,1      | 16.585,70   |
| Otmização CEB-FIP               | 30             | 1,22                      | 0,48     | 1,45           | 181,5       | -          | -           | 59,8                  | 3       | 181,5      | 15.599,80   |
| Otmização CEB-FIP/fck           | 40             | 1,13                      | 0,48     | 1,45           | 182,1       | -          | -           | 63,3                  | 3       | 182,1      | 15.493,69   |
| VARIACÃO DOS CUSTOS             |                |                           |          |                |             |            |             |                       |         |            |             |
| Métodos                         | $\Delta$ Custo | Métodos                   |          | $\Delta$ Custo | Unidades    |            |             |                       |         |            |             |
| Convencional/Bléivot            | 5,7%           | Bléivot/Bléivot(fck)      |          | 0,4%           | Medidas: m  |            |             |                       |         |            |             |
| Convencional/CEB-FIP            | 6,3%           | CEB-FIP/CEB-FIP(fck)      |          | 0,7%           | Força: tf   |            |             |                       |         |            |             |
| Bléivot/CEB-FIP                 | 11,1%          | Bléivot(fck)/CEB-FIP(fck) |          | 11,4%          | Tensão: MPa |            |             |                       |         |            |             |



**Figura 7 – Interface da solução do exemplo 2 do software de otimização pelo método das bielas e tirantes**

### 4.3 Exemplo 3 - Otimização da fundação

A fundação do terceiro exemplo faz parte do mesmo edifício do segundo exemplo. As cargas e dimensões do pilar são apresentadas na figura 8. A fundação definida e executado foi com 5 estacas de 70cm de diâmetro. A solução encontrada pelo software de otimização foi um bloco sobre 4 estacas (figura 8b). A redução de uma estaca foi possível pelo aumento da distância entre estacas.

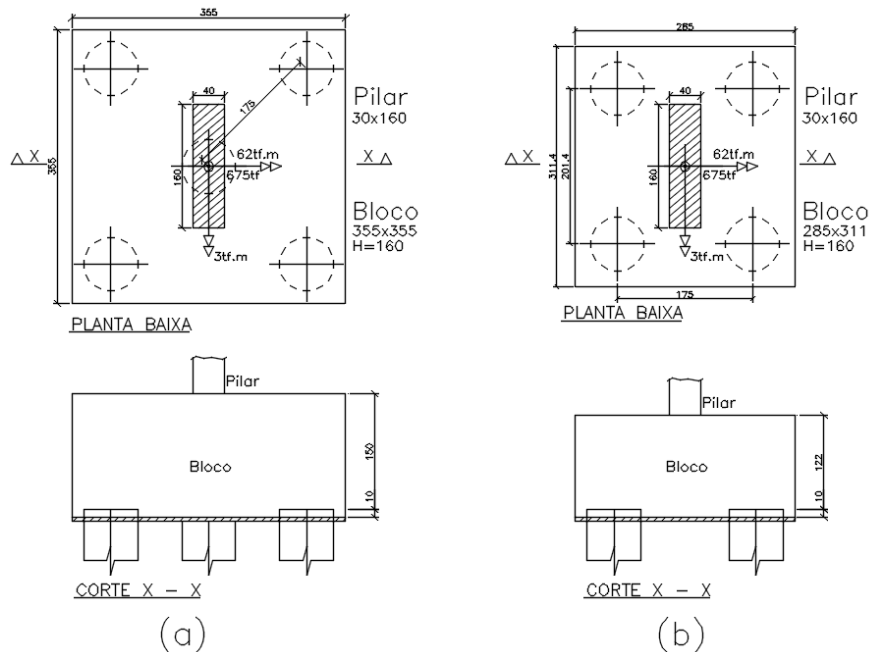


Figura 8 – Geometria e Cargas do exemplo 3, (a) solução executada, (b) solução do software de otimização.

O resumo dos resultados é apresentado na tabela 8, onde a redução do custo do conjunto (estacas mais blocos) para ambos os métodos foi maior que 30%. A figura 9 apresenta a interface do software com o resultado pelo método do CEB-FIP.

Tabela 8 – Resultados do exemplo 3

| BLOCO SOBRE ESTACAS - Exemplo 3 |         |      |                           |                   |                    |                   |                    |                       |         |                   |             |  |
|---------------------------------|---------|------|---------------------------|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|-----------------------|---------|-------------------|-------------|--|
| Bléivot & Freymy (1967)         |         |      |                           |                   |                    |                   |                    |                       |         |                   |             |  |
| Solução                         | fck     | H    | $\Theta$                  | S <sub>cb,e</sub> | S <sub>e,lim</sub> | S <sub>cb,p</sub> | S <sub>p,lim</sub> | As (cm <sup>2</sup> ) | Q. est. | R <sub>emáx</sub> | CUSTO (R\$) |  |
| Convencional                    | 30      | 1,60 | 45,1°                     | 12,8              | 18,2               | 38,5              | 45,0               | 40,1                  | 5       | 148,1             | 27.787,26   |  |
| Otmização Bléivot               | 30      | 1,32 | 46,0°                     | 15,6              | 18,2               | 37,6              | 45,0               | 48,7                  | 4       | 185,0             | 21.117,12   |  |
| Otmização Bléivot/fck           | 25      | 1,36 | 46,9°                     | 15,2              | 15,2               | 36,5              | 37,5               | 47,3                  | 4       | 185,0             | 21.009,04   |  |
| CEB-FIP (1970)                  |         |      |                           |                   |                    |                   |                    |                       |         |                   |             |  |
| Solução                         | fck     | H    | Hmín                      | Hmax              | Re,lim             | Vd                | Vd,lim             | As (cm <sup>2</sup> ) | Q. est. | R <sub>emáx</sub> | CUSTO (R\$) |  |
| Convencional                    | 30      | 1,60 | 0,75                      | 2,24              | 325,0              | 495,6             | 850,1              | 35,4                  | 5       | 148,1             | 26.512,40   |  |
| Otmização CEB-FIP               | 30      | 1,41 | 0,47                      | 1,45              | 232,0              | 368,3             | 618,7              | 35,9                  | 4       | 185,0             | 19.448,23   |  |
| Otmização CEB-FIP/fck           | 30      | -    | -                         | -                 | -                  | -                 | -                  | -                     | -       | -                 | 19.448,23   |  |
| VARIAÇÃO DOS CUSTOS             |         |      |                           |                   |                    |                   |                    |                       |         |                   |             |  |
| Métodos                         | Δ Custo |      | Métodos                   | Δ Custo           |                    | Unidades          |                    |                       |         |                   |             |  |
| Convencional/Bléivot            | 31,6%   |      | Bléivot/Bléivot(fck)      | 0,5%              |                    | Medidas: m        |                    |                       |         |                   |             |  |
| Convencional/CEB-FIP            | 36,3%   |      | CEB-FIP/CEB-FIP(fck)      | 0,0%              |                    | Força: tf         |                    |                       |         |                   |             |  |
| Bléivot/CEB-FIP                 | 8,6%    |      | Bléivot(fck)/CEB-FIP(fck) | 8,0%              |                    | Tensão: MPa       |                    |                       |         |                   |             |  |

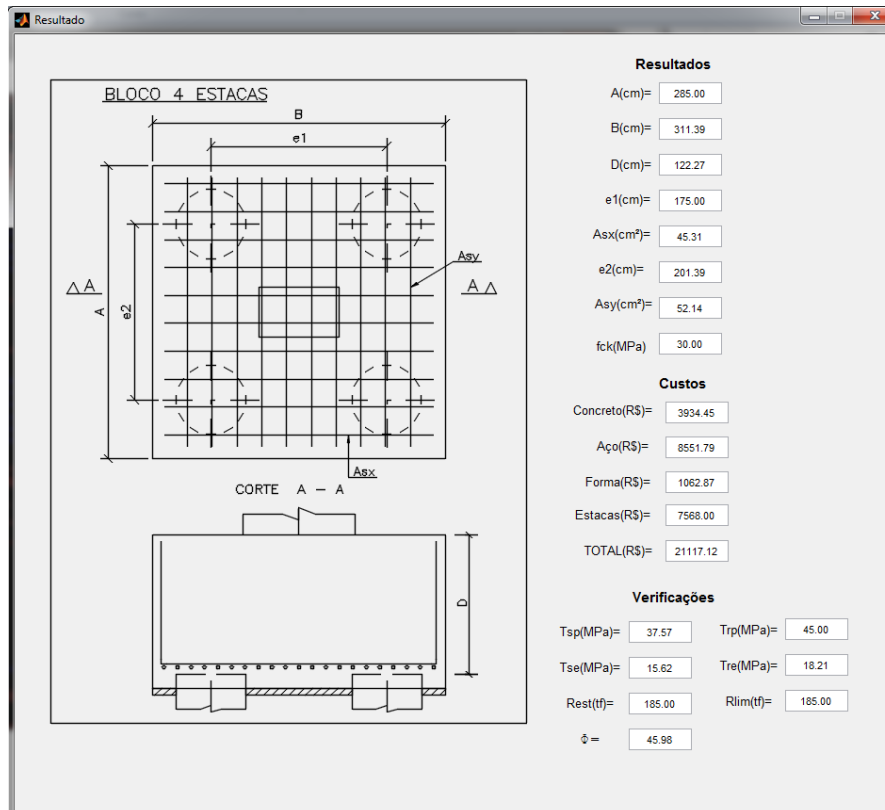


Figura 9 – Interface da solução do exemplo 3 do software de otimização pelo método do CEB-FIP (1970).

## 5 CONCLUSÕES

O método convencional de cálculo do bloco sobre estacas é feito baseado na experiência do projetista e não garante que a solução encontrada seja a solução ótima, como pode ser observado nos exemplos.

O método dos pontos interiores foi eficiente na busca do bloco com um custo mínimo dentre as soluções possíveis para os exemplos analisados, tendo em vista que obteve-se um resultado melhorado em relação à geometria do bloco inicialmente lançada e em relação ao custo final.

A otimização da resistência do concreto não apresentou redução significativa de custo para os exemplos deste trabalho. Os valores dos custos dos materiais influenciam diretamente na otimização do bloco ótimo, desta forma para outros valores de custo dos materiais os resultados de blocos otimizados poderiam ser muito diferente dos apresentados neste trabalho.

O número e disposição das estacas para uma determinada carga pode não conduzir à solução ótima quando é levado em consideração o custo total do bloco mais as estacas. A interação dos dados geotécnicos com os estruturais para a busca da solução ótima é importante principalmente quando a carga é excêntrica. Os exemplos 2 e 3 demonstraram a alteração da solução ótima quando é feito o estudo em conjunto. A redução do custo no exemplo 3 foi de 31,6%, o que demonstra que a otimização de blocos sobre fundação pode gerar uma economia considerável no custo da estrutura, principalmente se for feita a análise da disposição das estacas em conjunto (geotécnico e estrutural).

## REFERÊNCIAS

- Associação brasileira de normas técnicas. NBR 6118:2014: Projeto de estruturas de concreto, Procedimento, Rio de Janeiro.
- Blévoit, J; Frémy, R., 1967. *Semelles sur pieux. Annales d'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, Paris, v.20, n.230, p.223-295.
- Comité euro-international du béton. CEB-FIP *Recommandations particulières au calcul et à l'exécution des semelles de fondation*, 1970. Bulletin D'Information, Paris, n.73.
- Júnior, S.J.R., 2005. *Otimização de Pilares de Edifícios Altos de Concreto Armado*. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, RJ.
- Lima, B.S., 2007 *Otimização de Fundações Estaqueadas*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília Faculdade de Tecnologia.
- Machado, C.P., 1985. *Edifícios de Concreto Armado*. Notas de Aula EPUSP, São Paulo.
- Munhoz, F.S., 2004. *Análise do Comportamento de Blocos de Concreto Armado sobre Estacas Submetidos à Ação de Força Centrada*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Oliveira, L. M., 2009. *Diretrizes para Projetos de Blocos de Concreto Armado sobre Estacas*. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Ramos, F. A.C; Giongo J.S., 2009. *Análise das Reações nas Estacas em Blocos com Pilares Submetidos à Ação de Força Centrada e Excêntrica considerando a Interação Solo-Estrutura*. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 11, n. 50, p. 155-170.
- Tomaz, A.G.S.; Alves, E.C., 2015. *Dimensionamento Ótimo de Bloco Sobre Estacas*. Engenharia Estudo e Pesquisa. ABPE, v.15, n.1, p.56-65.