



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS  
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING  
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

## SIMULAÇÃO DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA EM DUTOS COM ESCOAMENTO INTERNO UTILIZANDO SOFTWARE LIVRE

**Flávio Marcílio de Oliveira**

flavio\_mec@yahoo.com.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas

**Rudolf Huebner**

rudolf@ufmg.br

Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627, CEP 31270-900, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

**Marcelo Greco**

mgreco@dees.ufmg.br

Departamento de Engenharia de Estruturas – Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627, CEP 31270-900, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

**Resumo.** Neste artigo será apresentado o desenvolvimento numérico para análise de sistemas de tubulações com escoamento interno incluindo os efeitos da interação fluido-estrutura (FSI) por meio da técnica particionada. O Método dos Volumes Finitos (MVF) é empregado para o escoamento, no qual o fluido será considerado incompressível. Será adotada uma formulação Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE) para descrever o movimento da interface fluido-estrutura. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é empregado para a tubulação, considerando os efeitos das não linearidades geométricas. O problema será considerado com um acoplamento forte, sendo utilizada uma abordagem de solução bidirecional, na qual o equilíbrio é considerado na posição deformada. A simulação será realizada com o auxílio de pacotes computacionais livres e com código aberto. Para a análise do escoamento será empregado o software Code\_Saturne, que é baseado no MVF e apresenta em seu ambiente a formulação ALE implementada. Para a análise da estrutura será empregado o software Code\_Aster, baseado no MEF. O acoplamento entre os dois softwares será feito por meio de uma programação em linguagem Python. Os resultados obtidos indicam a viabilidade da metodologia adotada.

**Palavras chave:** Interação fluido-estrutura; Não linearidades geométricas; Formulação ALE; Dinâmica estrutural; Dinâmica dos fluidos

## 1 INTRODUÇÃO

O fenômeno de interação fluido-estrutura (FSI) consiste na transferência de quantidade de movimento e forças entre a estrutura e o fluido. É um fenômeno analisado nas mais diversas áreas da engenharia, sendo considerado em projetos de aeronaves (Haase, 2001; Liu et al., 2008), turbinas eólicas (Kim et al., 2012) e hidráulicas (Hübner et al., 2010), componentes de reatores nucleares (Au-Yang e Galford, 1982), sistemas de dutos com escoamento interno (Modarres-Sadeghi e Païdoussis, 2009; Wadham-Gagnon et al., 2007), entre outras.

Apesar dos recentes estudos envolvendo o fenômeno de FSI em dutos, a consideração em projetos práticos de tubulações é, geralmente, desprezada por apresentar análises com um nível de complexidade maior do que o presente nas análises de tensões admissíveis, atualmente empregados nas empresas. Entretanto, estes recentes estudos mostram que as rápidas variações do escoamento e da sua pressão produzem esforços que podem gerar deformações e deslocamentos na tubulação que, por sua vez, vão interagir com o próprio regime transitório do escoamento dando origem a vibrações ou fenômenos de ressonância que podem causar a ruptura do sistema (Païdoussis, 1998; Wiggert e Tijsseling, 2001). Sendo assim, esse trabalho tem como objetivos principais, apresentar o desenvolvimento numérico de análises de sistemas de tubulações incluindo os efeitos do fenômeno de FSI com escoamentos turbulentos, submetidos às ações externas e que, possivelmente, estão sujeitos a grandes deslocamentos ou deformações para casos de tubulações flexíveis e acima de tudo, priorizar a utilização de softwares livres e com isso eliminando os custos impeditivos de softwares comerciais em todos os projetos.

As análises do fenômeno de FSI nas mais diversas áreas podem ser agrupadas em duas grandes categorias dependendo do grau de interação que ocorre entre o fluido e a estrutura. Uma categoria que envolve problemas com acoplamento fraco e outra categoria envolvendo os problemas com acoplamento forte (Zienkiewicz e Taylor, 2000). O acoplamento fraco é caracterizado quando a estrutura apresenta pequenas deformações ou vibrações com pequenas amplitudes, de forma a apresentar uma influência desprezível no comportamento do escoamento. Por outro lado, um sistema apresenta um acoplamento forte se a alteração do comportamento do escoamento, devido a grandes deformações ou vibração de grandes amplitudes da estrutura, não pode ser negligenciada (Jo, 2004).

Independentemente do tipo de acoplamento, os problemas de FSI podem ser solucionados por meio de duas diferentes técnicas numéricas – a monolítica e a particionada. A técnica, denominada de monolítica, consiste em discretização e solução simultânea das equações da dinâmica estrutural e da dinâmica dos fluidos. Para problemas de FSI altamente transientes envolvendo fluidos compressíveis, esses métodos são eficientes. Entretanto, para fluidos incompressíveis ou escoamento em regime permanente, tais métodos requerem a solução de um sistema de equações algébricas não lineares acopladas dificultando o processo. O principal custo computacional desses métodos consiste na necessidade de, a cada interação, gerar nova matriz Jacobiana e obter a solução de grandes sistemas lineares associados às correções de Newton (Heil, 2004). Outra desvantagem dos métodos monolíticos é a necessidade de se desenvolver um novo código a cada problema analisado. Ao contrário da técnica monolítica, a técnica particionada, consiste em utilizar métodos específicos de cada problema para obter a solução do fluido e da estrutura separadamente e por meio de um algoritmo de interação entre os métodos, obter a solução do problema acoplado. A técnica particionada ainda permite duas abordagens diferentes de acordo com estratégia de solução. A abordagem unidirecional, em que a resposta do fluido é obtida considerando a estrutura rígida e em seguida a resposta da estrutura considerando a pressão de interface como condição inicial e a abordagem bidirecional, em que a resposta do fluido é obtida para a estrutura deformada, sendo necessário, portanto, um processo iterativo.

As vantagens de se utilizar técnicas de solução particionadas estão na possibilidade de se utilizar os métodos mais eficientes para resolução de cada problema, resolver uma gama maior de problemas, com pequenas alterações nos respectivos métodos e possuir uma implementação relativamente fácil. Entretanto, a desvantagem de uma abordagem particionada bidirecional é que um algoritmo iterativo deve

ser usado para manipular a comunicação entre ambos os métodos de solução e aplicar o equilíbrio na interface fluido-estrutura. Esse algoritmo de iteração aumenta o custo computacional devido a um processo de convergência mais lento (Heil, 2004; Van Zuijlen e Bijl, 2006; Vierendeels et al., 2008).

Portanto, com base nas vantagens relatadas, as análises neste trabalho serão realizadas utilizando a técnica particionada, utilizando os softwares Code\_Aster para a solução da estrutura e o Code\_Saturne para a solução do escoamento, ambos desenvolvidos pela eDF (Électreclité de France) e disponibilizados na internet. O acoplamento e interação entre os dois códigos serão desenvolvidos em linguagem de programação Python. A vantagem de se utilizar a técnica particionada é grande, pois permite que depois de implementado todo o processo de solução, vários tipos de problemas e combinações de escoamento e estrutura sejam analisados com pequenas alterações nos respectivos códigos.

## 2 DINÂMICA ESTRUTURAL

Nesta seção serão apresentadas as etapas para o desenvolvimento da solução de problemas estruturais dinâmicos não lineares. A primeira etapa consiste no desenvolvimento das equações do problema contínuo do ponto de vista Lagrangeano, em que todas as partículas do corpo são seguidas a partir da posição original até a configuração final, que é a abordagem mais difundida e empregada na mecânica dos sólidos. A segunda etapa consiste em transformar essas equações contínuas em equações discretas utilizando domínios espaciais elementares, ou seja, utilização do método dos elementos finitos como ferramenta numérica no processo de solução. A próxima etapa consiste na discretização temporal, que permite transformar o tempo total de ocorrência do fenômeno estudado em um conjunto de intervalos de tempo e com métodos de integração temporal específicos tratar do problema na sua totalidade.

### 2.1 O problema dinâmico não linear

As equações do problema dinâmico não linear são deduzidas partindo da definição de um sistema de coordenadas cartesianas estacionárias, no qual um corpo genérico com um comportamento constitutivo não linear apresenta um movimento sujeito a grandes deslocamentos (translações e rotações) e a grandes deformações. Como em problemas não lineares o equilíbrio do corpo é feito na condição deformada, as equações são desenvolvidas para pontos discretos de tempo em uma formulação incremental.

A estratégia para determinar as equações de um problema não linear foi empregada em Bathe (1996) para problemas estáticos, onde se considera que a solução do problema já é conhecida em todo o intervalo de tempo de  $0$  a  $t$  e o passo seguinte é determinar a solução para o tempo  $t + \Delta t$ , em que  $\Delta t$  é um incremento no tempo. A solução completa do problema é alcançada aplicando a equação para o tempo  $t + \Delta t$  repetidamente até o tempo final. Para problemas dinâmicos a mesma estratégia pode ser aplicada, apenas com uma etapa a mais na dedução das equações devido à inclusão das forças de inércia. Esta etapa adicional é a aplicação do Princípio de Hamilton, necessário para problemas dinâmicos.

Para desenvolver o Princípio de Hamilton a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) é necessário empregar o Princípio de D'Alembert em que considera a segunda Lei de Newton na forma:

$$f - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (1)$$

onde o segundo termo da Eq. (1) é considerada uma força de corpo com  $\ddot{u}_i$  representando as componentes da aceleração ( $i = 1, 2, 3$ ) e  $\rho$  a massa por unidade de volume. Assim, a solução do problema dinâmico, para o instante de tempo  $t + \Delta t$  (sendo representado como sobrescrito esquerdo), deve satisfazer a seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial^{t+\Delta t} \tau_{ij}}{\partial^{t+\Delta t} x_j} + {}^{t+\Delta t} f_i^B - \rho^{t+\Delta t} \ddot{u}_i = 0 \quad (2)$$

onde  ${}^{t+\Delta t}\tau_{ij}$  é o tensor de tensões de Cauchy definido na configuração deformada ( $t + \Delta t$ );  ${}^{t+\Delta t}x_j$  são as coordenadas cartesianas do ponto material no tempo  $t + \Delta t$ ;  ${}^{t+\Delta t}f_i^B$  são as componentes de forças de corpo externas por unidade de volume.

As condições de contorno, para um problema geral, podem ser do tipo natural (forças –  ${}^{t+\Delta t}f_i^{Sf}$ ) ou essencial (deslocamentos –  ${}^{t+\Delta t}u_i^{Su}$ ), expressas, respectivamente, na forma:

$${}^{t+\Delta t}\tau_{ij}n_j = {}^{t+\Delta t}f_i^{Sf} \quad \text{em } S_f \quad (3)$$

$$u_i = {}^{t+\Delta t}u_i^{Su} \quad \text{em } S_u \quad (4)$$

onde  $S = S_u \cup S_f$ ,  $S_u \cap S_f = \emptyset$ ,  $n_j$  são as componentes do vetor unitário normal à superfície  $S$  do corpo e  $u_i$  as componentes do deslocamento.

A equação final é obtida desenvolvendo o PTV para a Eq. (2) e, na sequência, realizando uma integração temporal de um instante inicial  $t_1$  a um instante final  $t_2$ . Com algumas manipulações matemáticas, sabendo que o campo de deslocamento virtual  $\delta u_i$ , empregado no PTV pode ser interpretado como uma variação no campo de deslocamentos reais  $u_i$  e que, assim, todo o conceito do cálculo variacional e consequentemente, as propriedades do operador delta ( $\delta$ ) são aplicáveis no desenvolvimento das equações, a equação final será:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \left[ \int_{t+\Delta t_V} \left( {}^{t+\Delta t}\tau_{ij} \delta_{t+\Delta t} e_{ij} - \frac{\rho}{2} \delta^{t+\Delta t} \dot{u}_i^2 \right) d^{t+\Delta t}V \right] - {}^{t+\Delta t}\mathcal{R} \right\} dt = 0 \quad (5)$$

onde,

$${}^{t+\Delta t}\mathcal{R} = \int_{t+\Delta t_V} {}^{t+\Delta t}f_i^B \delta u_i d^{t+\Delta t}V + \int_{t+\Delta t_{S_f}} {}^{t+\Delta t}f_i^{S_f} \delta u_i d^{t+\Delta t}S_f \quad (6)$$

Utilizando a notação  $W_{int}$  para designar a energia interna,  $W_{ext}$  para a energia externa e  $T$  para a energia cinética, como sendo, respectivamente:

$$W_{int} = \int_{t+\Delta t_V} {}^{t+\Delta t}\tau_{ij} {}^{t+\Delta t}e_{ij} d^{t+\Delta t}V \quad (7)$$

$$W_{ext} = - \int_{t+\Delta t_V} {}^{t+\Delta t}f_i^B u_i d^{t+\Delta t}V - \int_{t+\Delta t_{S_f}} {}^{t+\Delta t}f_i^{S_f} u_i d^{t+\Delta t}S_f \quad (8)$$

$$T = \int_{t+\Delta t_V} \frac{\rho {}^{t+\Delta t}\dot{u}_i^2}{2} d^{t+\Delta t}V \quad (9)$$

onde o operador ponto ( $\dot{\cdot}$ ) sobre a variável indica derivada em relação ao tempo.

Consequentemente, pode-se definir que a variação nas energias interna, externa e cinética é dada, respectivamente, por:

$$\delta W_{int} = \int_{t+\Delta t_V}^{t+\Delta t} \tau_{ij} \delta_{t+\Delta t} e_{ij} d^{t+\Delta t} V \quad (10)$$

$$\delta W_{ext} = - \int_{t+\Delta t_V}^{t+\Delta t} f_i^B \delta u_i d^{t+\Delta t} V - \int_{t+\Delta t_{S_f}}^{t+\Delta t} f_i^{S_f} \delta u_i d^{t+\Delta t} S_f \quad (11)$$

$$\delta T = \int_{t+\Delta t_V}^{t+\Delta t} \frac{\rho \delta^{t+\Delta t} \dot{u}_i^2}{2} d^{t+\Delta t} V \quad (12)$$

Com isso, o Princípio de Hamilton pode ser dado na seguinte forma:

$$\delta \left\{ \int_{t_1}^{t_2} (T - W_{ext} - W_{int}) dt \right\} = 0 \quad (13)$$

A Equação (13) escrita nesta forma é a forma mais conhecida e aplicada em problemas dinâmicos e desenvolvida em Dym e Shames (1973).

## 2.2 Discretização espacial e temporal

A discretização espacial das equações apresentadas na seção anterior será realizada utilizando elementos isoparamétricos, por serem elementos comuns em qualquer código numérico de elementos finitos. Os elementos isoparamétricos são caracterizados por utilizar a mesma função de aproximação para descrever a geometria do elemento e o campo dos deslocamentos. Essas funções são expressas em um sistema de coordenadas naturais (as coordenadas valem 0 na origem e -1 e 1 nos limites inferior e superior). A formulação dos elementos isoparamétricos e suas respectivas funções interpoladoras podem ser encontradas em referências específicas do método dos elementos finitos como, por exemplo, em Bathe (1996).

A discretização temporal, como pode ser visto em Oliveira (2012), pode ser realizada por meio de dois métodos distintos: a superposição modal, mais viável para problemas dinâmicos lineares e o método da integração direta, indicado para problemas que apresentam não linearidades. Dentro do conjunto de métodos de integração direta, existem os métodos denominados de explícitos, nos quais a avaliação das variáveis no tempo  $t + \Delta t$  só depende das variáveis do tempo  $t$ , e os métodos implícitos, nos quais as próprias variáveis do tempo  $t + \Delta t$  influenciam nas próprias avaliações. Os métodos explícitos exigem menor esforço computacional, porém são métodos condicionalmente estáveis e, portanto, exigem passos de tempo muito pequenos para que o problema apresente convergência numérica, tornando um impedimento para casos envolvendo dinâmica estrutural. Os métodos implícitos, por outro lado, apresentam uma tendência natural a serem numericamente estáveis, sendo mais efetivos para problemas dinâmicos.

O método implícito mais popular e geralmente o mais empregado em códigos computacionais é o método de Newmark, que pode ser incondicionalmente estável dependendo dos parâmetros definidos, será utilizado no desenvolvimento deste trabalho.

### 3 DINÂMICA DOS FLUIDOS

Serão apresentados os procedimentos para a obtenção da solução de problemas envolvendo escoamentos de fluidos. Ao contrário da seção anterior, em que toda a formulação foi baseada em uma abordagem totalmente Lagrangeana, na qual o movimento do corpo é descrito seguindo-se a trajetória de pontos distintos no corpo, nesta seção será desenvolvida uma formulação matemática baseada em uma abordagem Euleriana, na qual o ponto de interesse é fixo no espaço e avalia-se a variação de características do escoamento neste ponto. Assim, o interesse principal na mecânica dos fluidos passa a ser o campo de velocidade tratado com uma função da posição e do tempo e não na trajetória de uma partícula individual. Essa abordagem Euleriana do movimento é característica de análises de problemas com grandes variações do seu domínio.

Os problemas envolvendo escoamentos são mais complexos que problemas estruturais e naturalmente não lineares pelas equações que descrevem seu comportamento. A solução destes problemas é obtida utilizando a dinâmica dos fluidos computacional (CFD).

Os códigos CFD existentes são constituídos por três elementos principais, conforme Versteeg e Malalasekera (2007): (i) um pré-processador – onde o domínio do problema é definido e dividido em pequenos subdomínios, gerando a malha, onde é selecionado o tipo de fenômeno físico e químico que deve ser modelado, definição das propriedades do fluido e especificação das condições de contorno apropriadas; (ii) um solver – onde as equações do escoamento são integradas em todos os volumes de controle do domínio, transformação das equações integrais em um sistema de equações algébricas e a solução destas equações algébricas por meio de um método iterativo; (iii) um pós-processador – onde os resultados podem ser visualizados em diferentes formatos de apresentação.

Nesta seção o objetivo principal é apresentar o desenvolvimento do solver, mostrando o desenvolvimento das equações na sua formulação integral, sua discretização e os processos de solução empregados na solução do sistema de equações algébricas.

#### 3.1 O problema do escoamento

As equações necessárias para solucionar um problema geral de escoamento compreendem a conservação de massa (ou equação da continuidade), a segunda lei de Newton (equação de momentum) e a primeira lei da termodinâmica (equação da energia). Porém, em problemas de um escoamento geral, existem quatro variáveis termodinâmicas desconhecidas, densidade ( $\rho$ ), pressão ( $p$ ), energia interna ( $i$ ) e temperatura ( $T$ ). A relação entre essas variáveis pode ser obtida considerando-se o equilíbrio termodinâmico (Versteeg e Malalasekera, 2007). Com essa consideração, o estado de uma substância pode ser descrito por meio de apenas duas variáveis de estado, ou seja, as equações de estado relaciona uma terceira variável com duas outras variáveis termodinâmicas independentes. Portanto, as equações da continuidade e de momentum são acopladas à equação da energia pela equação de estado, formando um sistema acoplado de equações que descrevem o movimento de um escoamento em toda a sua abrangência.

Entretanto, algumas simplificações podem ser realizadas de acordo como as características do problema a ser analisado. Nesta seção serão apresentadas as simplificações nas equações gerais para o problema específico que será trabalhado neste artigo. A dedução das equações gerais pode ser encontrada em literaturas que discorrem sobre o assunto da mecânica dos fluidos e especificamente em Versteeg e Malalasekera (2007).

A solução de um escoamento tridimensional transiente de fluido compressível é obtida por meio das equações:

- i) Equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (14)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $\mathbf{V}$  é o campo de velocidade do escoamento e  $\nabla$  é o operador gradiente.

ii) Segunda lei de Newton:

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{ij} \quad (15)$$

onde  $\mathbf{g}$  é o vetor aceleração da gravidade e  $\boldsymbol{\tau}_{ij}$  é um tensor de tensões simétrico.

iii) Equação da energia:

$$\rho \frac{De}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \boldsymbol{\tau}_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (16)$$

onde  $e$  é a energia interna por unidade de massa,  $k$  é a condutividade térmica e  $v_i$  são as componentes de velocidade.

iv) E finalmente as equações de estado, que são representadas por:

$$p = p(\rho, T) \quad e \quad i = i(\rho, T) \quad (17)$$

A partir deste momento, serão apresentadas as considerações que serão empregadas no problema em questão e as consequentes simplificações nas equações do escoamento. A primeira consideração e a mais importante é a de fluido incompressível. Em um sentido amplo, todos os fluidos são compressíveis e a consideração de fluido incompressível é uma aproximação feita quando a velocidade do escoamento é suficientemente pequena em comparação com a velocidade do som no meio. Soluções numéricas para escoamentos incompressíveis têm um grande interesse devido à sua ampla gama de aplicações em áreas como a aerodinâmica de baixa velocidade, escoamento de fluido biomédico e hidrodinâmica (Ramírez et al., 2014).

Apesar das simplificações nas equações, as soluções numéricas de escoamentos incompressíveis não estão livres de complicações. A principal complicação encontrada para resolver problemas de escoamentos incompressíveis é a dificuldade no acoplamento de variações do campo de velocidades com as variações no campo de pressão, satisfazendo a equação de continuidade. A razão desta dificuldade está na ausência da relação que existia entre as equações da continuidade, de momentum e da energia através das equações de estado. Com isso, as equações se tornam desacopladas e, conseqüentemente, a equação da continuidade se torna uma restrição que deve ser satisfeita pelo campo de velocidades.

Para enfrentar esta dificuldade, muitos procedimentos numéricos têm sido desenvolvidos. O Método SIMPLE (*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations*) é o método mais conhecido de correção de pressão. Ele usa a pressão como parâmetro de mapeamento, de modo a satisfazer as equações desacopladas. A partir do SIMPLE novos métodos foram desenvolvidos, como SIMPLEC e PISO que são métodos amplamente utilizados para resolver escoamentos incompressíveis. Apesar do desenvolvimento de vários métodos para tratar de escoamentos incompressíveis, neste artigo será empregado o método SIMPLE que fornece resultados precisos e confiáveis e que se encontra implementado em todos os códigos desenvolvidos.

Outra consideração importante a ser feita está ligada à lei que relaciona o tensor de tensões  $\boldsymbol{\tau}_{ij}$  com o tensor taxa de deformações  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ . Esta consideração define o tipo de fluido a ser estudado e neste trabalho será considerada uma relação linear, isto é, o fluido será considerado Newtoniano. Sendo assim, a lei de deformação que atende essa consideração é dada, conforme White (2006) por:

$$\boldsymbol{\tau}_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \nabla \cdot \mathbf{V} \quad (18)$$

onde o termo  $-p$  é adicionado para satisfazer a condição de pressão hidrostática quando a taxa de deformação é zero,  $\delta_{ij}$  é a função delta de Kronecker,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica e  $\lambda$  é denominado de coeficiente de viscosidade volumétrica.

Com as considerações de fluido Newtoniano e incompressível e sabendo que não é necessário resolver a equação de energia em análises de problemas nos quais a temperatura não é considerada (caso do presente trabalho), as equações da continuidade e do momentum, respectivamente, podem ser simplificadas para:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (19)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (20)$$

Se a viscosidade for considerada constante a Eq. (20) poder ser simplificada para:

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (21)$$

### 3.2 Discretização espacial e temporal

A discretização espacial das equações da dinâmica dos fluidos é realizada utilizando o conceito de volume de controle, que é uma região de estudo fixa no espaço, característica própria das formulações Eulerianas. Portanto, para obter as equações em uma formulação discreta, é necessário integrar as equações em todo o volume de controle. Além disso, emprega-se o conceito de malha deslocada, no qual é considerado que as grandezas escalares, como densidade e pressão, são definidas no ponto central do volume de controle e as grandezas vetoriais nas interfaces deste volume.

Para apresentar o procedimento, considere a equação de momentum Eq. (20) sem o termo relacionado com a aceleração da gravidade, na notação indicial dada pela Eq. (22):

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \rho v_j v_{i,j} = -p_{,i} + [\mu (v_{i,j} + v_{j,i})]_{,j} \quad (22)$$

onde  $_{,i} = \partial/\partial x_i$ .

Integrando a Eq. (22) em todo o volume de controle, tem-se:

$$\int_{v_c} \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} dV + \int_{v_c} \rho v_j v_{i,j} dV = - \int_{v_c} p_{,i} dV + \int_{v_c} [\mu (v_{i,j} + v_{j,i})]_{,j} dV \quad (23)$$

Aplicando o teorema da divergência de Gauss, a Eq. (23) torna-se:

$$\int_{v_c} \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} dV + \int_A \rho v_j v_i n_j dA = - \int_{v_c} p_{,i} dV + \int_A \mu (v_{i,j} + v_{j,i}) n_j dA \quad (24)$$

onde  $n_j$  representa o vetor unitário normal à área  $A_j$  do volume de controle.

O termo transiente da Eq. (24) é tratado da forma:

$$\int_{v_c} \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} dV = \frac{\rho V}{\Delta t} ({}^{t+\Delta t}v_i - {}^t v_i) \quad (25)$$

onde  $V$  é o volume do volume de controle,  $\Delta t$  é o passo de tempo e  ${}^{t+\Delta t}v_i$  é a velocidade do escoamento no tempo  $t + \Delta t$ .

O segundo termo da Eq. (24), ou termo advectivo, é tratado conforme a Eq. (26):



$$\int_A \rho v_j v_i n_j dA = \sum_{j=1}^3 \rho v_i v_j A_j \quad (26)$$

onde  $i$  e  $j$  representam os eixos coordenados do volume de controle e  $A_j$  a área das faces do volume de controle na direção  $j$ , considerando valores negativos quando a normal desta área apresentar sentido oposto ao eixo coordenado.

As velocidades nas interfaces podem ser avaliadas utilizando diferentes esquemas como o de diferenças centrais, upwind, híbrido entre outros. O esquema de diferenças centrais trata a velocidade na interface como uma média das velocidades nos pontos centrais do volume de controle independente da direção do escoamento, o que produz grandes erros quando o problema é fortemente advectivo. O esquema upwind, por outro lado, leva em consideração o efeito da direção do escoamento aproximando a velocidade na interface do volume de controle pela velocidade do ponto central dependendo da direção do escoamento, ou seja, a velocidade em uma interface é aproximada pela velocidade do ponto central anterior a essa interface no sentido do escoamento. O esquema híbrido é uma combinação dos dois anteriores, utilizando o esquema de diferenças centrais para casos em que o problema não é muito advectivo e o esquema upwind em caso contrário.

O termo de pressão é tratado conforme a Eq. (27):

$$\int_{VC} p_{,i} dV = \frac{\Delta p}{\Delta x_i} V \quad (27)$$

O termo difusivo da Eq. (24) pode ser tratado da forma:

$$\int_A \mu (v_{i,j} + v_{j,i}) n_j dA = \sum_{j=1}^3 \mu \left( \frac{\Delta v_i}{\Delta x_j} + \frac{\Delta v_j}{\Delta x_i} \right) A_j \quad (28)$$

Observe que em ambas as Eqs. (26) e (28) existe a somatória apenas em  $j$ , ou seja, as velocidades e áreas em todas as três direções do domínio.

A equação da continuidade é discretizada seguindo o mesmo procedimento. Para isso, considere a Eq. (19) na forma indicial:

$$\rho v_{i,i} = 0 \quad (29)$$

Integrando no volume de controle e aplicando o teorema da divergência, tem-se:

$$\int_{VC} \rho v_{i,i} dV = \int_A \rho v_i n_i dA = \sum_{i=1}^3 \rho v_i A_i = 0 \quad (30)$$

## 4 ACOPLAMENTO DOS CÓDIGOS

Como o problema de FSI é resolvido de forma particionada, com a utilização da formulação Lagrangeana para o domínio sólido e da formulação Euleriana para o domínio do fluido, é necessário desenvolver um método capaz de fazer o acoplamento destas duas formulações. Este método é conhecido como formulação Euleriana Lagrangeana Arbitrária (ALE).

Na formulação ALE, as equações do movimento são deduzidas considerando que a configuração de referência é diferente da configuração material  $R_{\mathbf{x}}$ , de coordenadas materiais  $\mathbf{X}$  (característica da formulação Lagrangeana) e do espacial  $R_{\mathbf{x}}$ , de coordenadas espaciais  $\mathbf{x}$  (característica da formulação

Euleriana). O domínio utilizado como referência é denominado de domínio misto  $R_{\chi}$  com coordenadas mistas  $\chi$  (Donea et al., 2004).

A formulação ALE consiste basicamente na consideração de uma velocidade relativa  $\mathbf{c} \equiv \mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}$  entre a partícula material e a malha vista do domínio espacial  $R_{\chi}$ . Se a velocidade da malha ( $\hat{\mathbf{v}}$ ) for igual à velocidade da partícula ( $\mathbf{v}$ ) a formulação ALE se reduz a formulação Lagrangeana, porém, se a velocidade da malha for zero, a formulação ALE se reduz a Euleriana.

Portanto, a consideração da velocidade relativa da formulação ALE na equação de momentum, transforma a Eq. (22) em:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \rho c_j v_{i,j} = -p_{,i} + [\mu (v_{i,j} + v_{j,i})]_{,j} \quad (31)$$

onde  $c_j$  vai representar a velocidade relativa  $c$  na direção  $j$ . A equação da continuidade permanece inalterada pra fluidos incompressíveis.

A formulação ALE considera o movimento que ocorre em problemas com características de flexibilidade, por exemplo, tubos flexíveis com escoamento. Entretanto, o acoplamento do problema estrutural com o escoamento é realizado por meio das condições na interface sólido-fluido. Essas condições, de acordo com Tijsseling (2007), podem ser expressas por:

$$\sigma_r|_{r=R} = -p|_{r=R} \quad \text{e} \quad \dot{u}_r|_{r=R} = v_r|_{r=R} \quad (32)$$

onde  $r$  é o raio do tubo e  $R$  representa o raio interno.

## 5 METODOLOGIA

As análises desenvolvidas neste trabalho serão realizadas utilizando o Code\_Aster para resolver o problema estrutural e o Code\_Saturne para o problema do escoamento. Ambos os códigos são desenvolvidos pela eDF (*Électricité de France*) e empregam a mesma formulação matemática desenvolvida neste trabalho.

A solução do problema de FSI consiste em um processo incremental com as seguintes etapas – 1) o escoamento é solucionado obtendo como resultados as forças atuando na interface fluido-sólido; 2) essas forças são aplicadas como condição de contorno na estrutura; 3) a estrutura é solucionada obtendo como resultados o deslocamento da estrutura; 4) o domínio do escoamento é modificado com os deslocamentos da estrutura; 5) o escoamento é novamente solucionado, repetindo-se este procedimento até o tempo total da simulação. Este procedimento é exemplificado na Fig. 1:



Figura 1 – Procedimento de solução do problema de FSI

## 6 RESULTADOS

Ambos os softwares utilizados neste trabalho são utilizados para solução de diferentes problemas e apresentam resultados significativos em seus respectivos domínios. Os dois exemplos a seguir mostram

resultados obtidos para problemas típicos de dinâmica estrutural e da mecânica dos fluidos utilizando os softwares.

## 6.1 Dinâmica estrutural – Code\_Aster

Este exemplo consiste de um sistema de pêndulo físico definido por uma barra de comprimento  $L$  e com um centro de massa  $CM$  localizado a uma distância  $L_{CM}$  do eixo de rotação, conforme mostrado na Fig. 2. O sistema oscila devido à influência da aceleração da gravidade  $g$ , a partir de uma posição inicial definida pelo ângulo  $\varphi$  em relação a vertical.

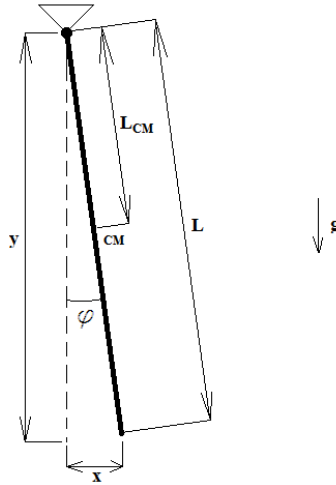


Figura 2 – Sistema dinâmico – Pêndulo físico

Considerando que o ângulo  $\varphi$  seja pequeno, a solução para o problema é dado pela Eq. (33):

$$\varphi(t) = A \cos(\omega t) \quad (33)$$

onde  $A$  é a amplitude do movimento e  $\omega$  é a frequência, dada pela Eq. (34):

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L_{CM}}} \quad (34)$$

O período do movimento também pode ser calculado pela Eq. (35):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L_{CM}}{g}} \quad (35)$$

Os dados, para o problema numérico, foram definidos considerando um ângulo  $\varphi = 5^\circ = 0,087 \text{ rad}$ ,  $y = 1 \text{ m}$  e  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Com isso, tem-se:

$$x = y \tan(\varphi) = 0,087 \text{ m}; \quad A = x = 0,087 \text{ m}$$

$$L_{CM} = \frac{y}{2 \cos(\varphi)} = 0,502 \text{ m}; \quad \omega = \sqrt{\frac{9,81}{0,502}} = 4,421 \text{ s}^{-1} \quad (36)$$

E a equação do movimento para o sistema proposto será dado substituindo os valores obtidos na Eq. (36) na Eq. (33):

$$\varphi(t) = 0,087\cos(4,421t) \quad (37)$$

O modelo numérico foi construído com um elemento de barra com os dados apresentados. Os resultados numéricos e analíticos são comparados na Fig. 3. O software conduziu a resultados com um erro relativo máximo de 0,10% em comparação com os resultados analíticos.

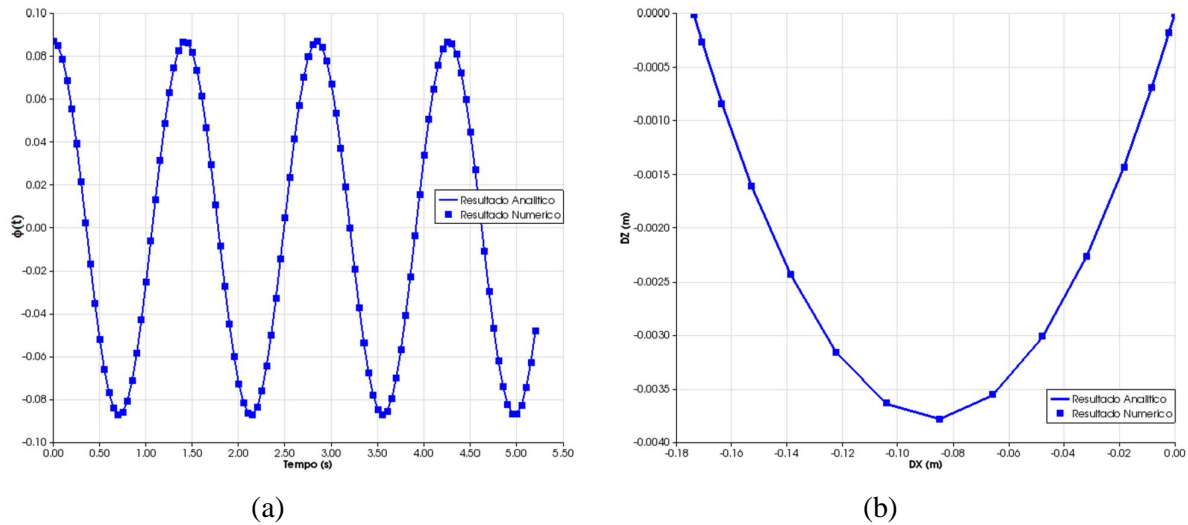


Figura 3 – (a) Movimento do pêndulo; (b) Deslocamento da extremidade livre do pêndulo

## 6.2 Dinâmica dos fluidos – Code\_Saturne

O exemplo da dinâmica dos fluidos consiste de um escoamento laminar incompressível em uma cavidade em que a parede superior se move com velocidade constante. Este problema é geralmente utilizado como problema padrão para testar e validar técnicas numéricas no campo da dinâmica dos fluidos computacional, devido à simplicidade do seu domínio aliado com a complexidade do fenômeno físico (Ghia et al., 1982).

Neste trabalho, o problema foi resolvido para uma cavidade de dimensões adimensionais de 1,0 x 1,0 x 0,1 e condições de contorno definidas conforme apresentadas na Fig. 4.

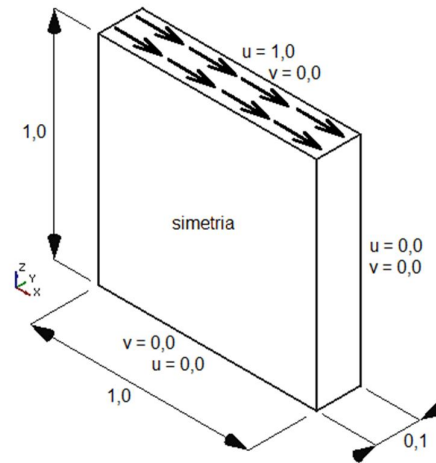


Figura 4 – Modelo do exemplo de escoamento em uma cavidade

O modelo foi discretizado utilizando 2500 elementos hexaédricos com uma distribuição constante de  $50 \times 50 \times 1$ . O problema foi solucionado considerando escoamento laminar em regime permanente. O fluido foi definido com densidade  $\rho = 1,0 \text{ kg/m}^3$  e viscosidade  $\mu = 0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . A Figura 5 mostra a comparação entre a componente  $u$  da velocidade definida na linha média vertical e a componente  $v$  definida na linha média horizontal da cavidade, respectivamente, com os resultados apresentados em Ghia et al. (1982).

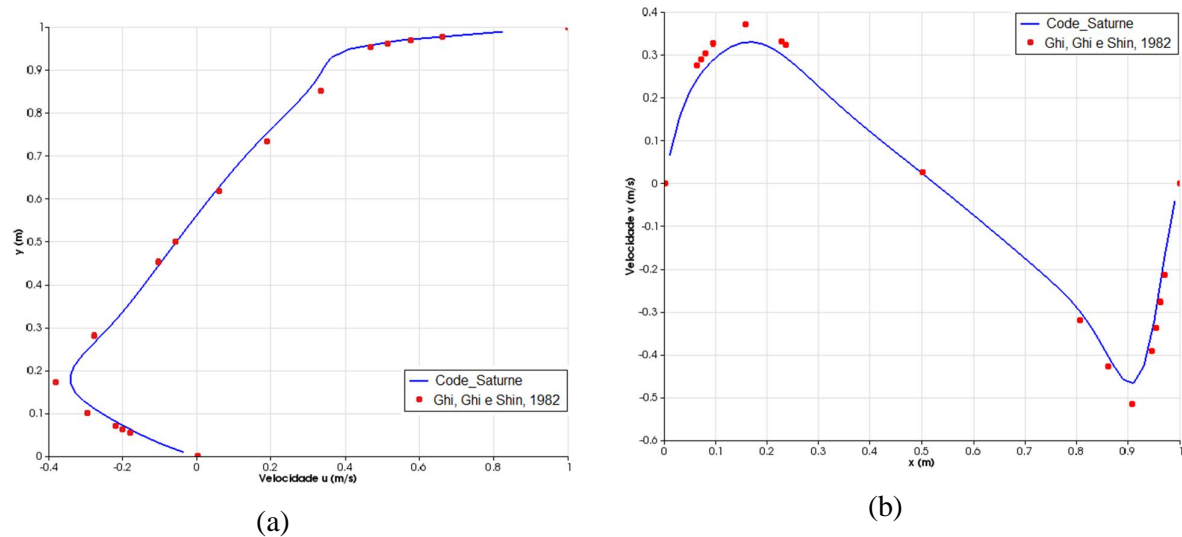


Figura 5 – (a) Velocidade  $u$  ao longo da linha  $x = 0,5$ ; (b) Velocidade  $v$  ao longo da linha  $y = 0,5$

O comportamento de ambas as componentes de velocidade coincide com os resultados obtidos na referência. Os erros relativos máximos dos resultados numéricos não superam 10,9% para a componente  $u$  e 11,3% para a componente  $v$  em comparação com os resultados da referência.

Outro resultado que pode ser mostrado e comparado qualitativamente é a distribuição da velocidade total em todo o domínio. A Figura 6(a) apresenta a distribuição da velocidade e a Fig. 6(b) apresenta a representação em linhas de corrente. A Figura 6(b) permite comparar qualitativamente a solução obtida pelo software Code\_Saturne com a solução apresentada em

Ghi et al. (1982), mostrando forte semelhança com a representação em linhas de corrente apresentada pelos autores para um  $Re = 1000$ .

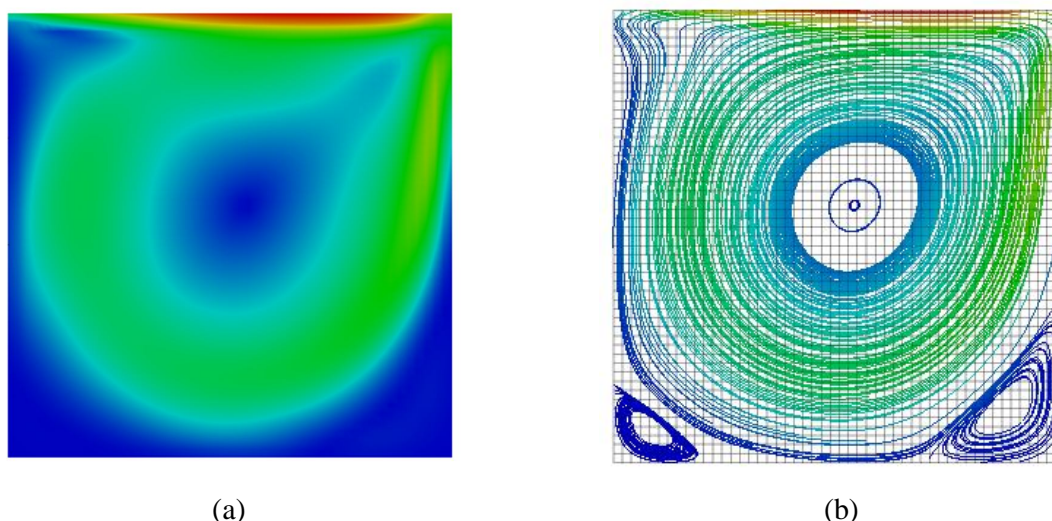


Figura 6 – (a) Distribuição da velocidade; (b) Linhas de corrente

### 6.3 Problema acoplado

O acoplamento entre os softwares está sendo desenvolvido e até o momento da redação deste artigo este desenvolvimento se encontra na etapa de acoplamento unidirecional, em que as forças na interface fluido-estrutura são calculadas para o escoamento com a geometria do tubo indeformado e são aplicadas no tubo como condição de carregamento. A resposta do tubo a esta solicitação é calculada e os deslocamentos obtidos são projetados para a malha do fluido. Um novo passo de tempo inicia-se com o domínio do escoamento modificado pelos deslocamentos calculados para a estrutura. Para uma solução bidirecional, novos cálculos deverão ser realizados dentro do mesmo passo de tempo com o objetivo de determinar o equilíbrio na posição deformada do sistema.

Nesta fase foi analisado o problema de um tubo reto flexível biapoado nas extremidades, conforme o experimento desenvolvido em Dodds e Runyan (1965). Os dados da simulação estão listados na Tabela 1.

Foi definido para a simulação um passo de tempo de 0,01 s e uma velocidade na entrada de 38,852 m/s. A malha do tubo consiste de 7200 elementos e 7260 nós e a malha do fluido consiste de 18000 elementos e 18271 nós distribuídos conforme a Fig. 7.

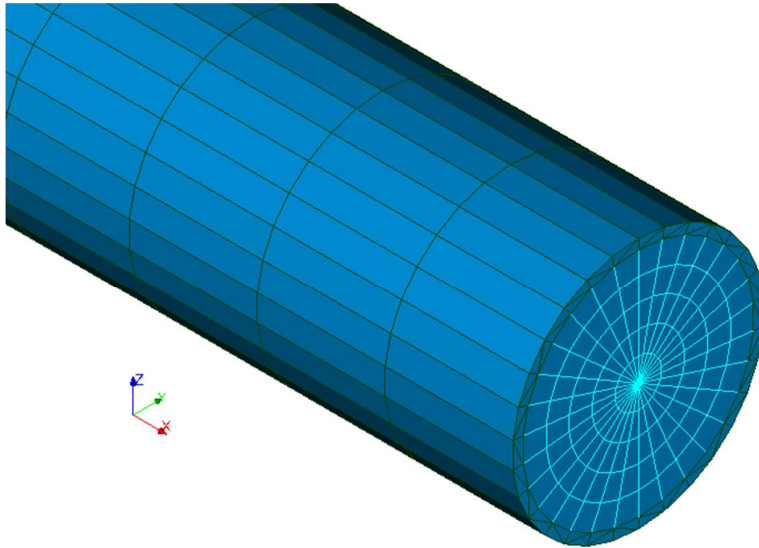
Tabela 1 - Dados do problema de FSI

Dados	Símbolo	Valor
Comprimento do Tubo	L	3,048 m
Diâmetro externo	$\phi_e$	0,05 m
Espessura	t	0,002 m

---

Dados	Símbolo	Valor
Módulo de Elasticidade	$E$	70 GPa
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0,27
Densidade do tubo	$\rho_t$	2710 kg/m <sup>3</sup>
Densidade do fluido	$\rho_f$	1000 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidade dinâmica	$\mu$	0,00101 Pa.s

---



**Figure 7 – Malha para o problema de FSI em tubos**

A Figura 8 apresenta o deslocamento do tubo provocado pelo escoamento em diferentes passos de tempo. Nestas análises iniciais, de caráter qualitativo, nota-se que o comportamento do tubo segue o movimento esperado para situações envolvendo tubos flexíveis relacionados tanto no trabalho de Dodds e Runyan (1965) quanto em outros trabalhos envolvendo tubos flexíveis.

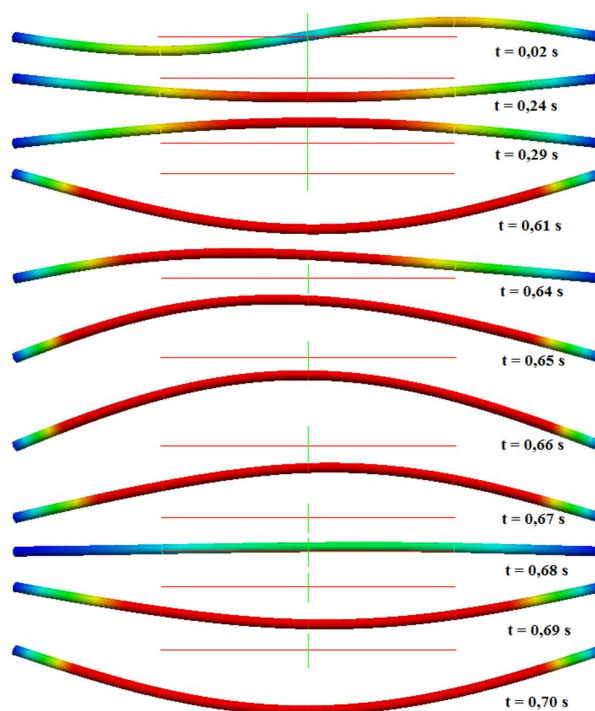


Figure 8 – Comportamento do tubo em diferentes instantes de tempo

Neste exemplo, nota-se que o deslocamento do tubo apresenta uma tendência a aumentar sua amplitude provocando uma instabilidade devido à velocidade crítica do escoamento. Este resultado é relatado como instabilidade tipo ‘flutter’ em referências que tratam do assunto de FSI em tubos flexíveis (Païdoussis e Issid, 1974; Holmes, 1977).

Com o avanço do trabalho, análises quantitativas serão realizadas possibilitando analisar tanto o comportamento do tubo quanto do escoamento em condições críticas e pós-críticas.

## 7 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de análises de problemas envolvendo o fenômeno de FSI utilizando a técnica particionada com o emprego de softwares livres. Tanto o Code\_Aster com o MEF para solução de problemas estruturais, quanto o Code\_Saturne com o MVF para problemas de escoamento proporcionam resultados satisfatórios em suas respectivas áreas de utilização, sendo utilizados em vários trabalhos e pesquisas e com isso sendo aprimorados a cada problema resolvido.

O acoplamento entre os softwares encontra-se na fase de acoplamento unidirecional, permitindo análises qualitativas dos problemas. Os resultados obtidos até o momento mostram-se compatíveis com os apresentados na literatura.

Apesar de obter progressos lentos no desenvolvimento e implementação do acoplamento entre os dois softwares, os resultados se mostram promissores tendo em vista que os softwares são confiáveis em seus respectivos domínios e este desenvolvimento pode abrir novos horizontes de pesquisas devido a gama de problemas que cada software é capaz de resolver. Além dessas possibilidades, o fato de se tratar de códigos livres torna o presente trabalho um importante passo na disseminação de ferramentas acessíveis a toda comunidade acadêmica ou não, possibilitando desenvolvimento e continuação de pesquisas complexas que tende a ser



cada vez mais inviáveis economicamente quando envolve a utilização de softwares comerciais.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), à FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais), a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e a UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais) pelos apoios financeiros concedidos.

## REFERENCES

- Au-Yang, M.K. & Galford, J.E., 1982. Fluid-structure interaction – A survey with emphasis on its application to nuclear steam system design. *Nuclear Engineering and Design*, v. 70, p. 387–399.
- Bathe, K.J., 1996. *Finite Element Procedures*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Dym, C.L. & Shames, I.H., 1973. *Solid Mechanics: A variational Approach*. Tokyo: McGraw-Hill.
- Dodds, H.L. & Runyan H.L., 1965. *Effect of high-velocity fluid flow on the bending vibrations and static divergence of a simply supported pipe*. Nasa Technical Note.
- Donea, J.; Huerta, A.; Ponthot, J. & Rodríguez-Ferran, A., 2004. Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods. *Encyclopedia of Computational Mechanics*, n. 1969, p. 1–38.
- Ghia, U.; Ghia, K. & Shin, C., 1982. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *Journal of Computational Physics*, v. 48, p. 387–411.
- Haase, W., 2001. Unsteady aerodynamics including fluid/structure interaction. *Air & Space Europe*, v. 3, n. 3-4, p. 83–86.
- Heil, M., 2004. An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid-structure interaction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 193, n. 1-2, p. 1–23.
- Holmes, P.J., 1977. Bifurcations to Divergence and Flutter Dimensional in Flow-Induced Oscillations: A Finite Dimensional Analysis. *Journal of Sound and Vibration*, v. 53, n. 4, p. 471–503.
- Hübner, B.; Seidel, U. & Roth, S., 2010. Application of fluid-structure coupling to predict the dynamic behavior of turbine components. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, v. 12, p.1–10.
- Jo, J.C., 2004. *Fluid-Structure Interactions*. Nota técnica.
- Kim, H.; Lee, S.; Son, E.; Lee, S. & Lee, S., 2012. Aerodynamic noise analysis of large horizontal axis wind turbines considering fluid-structure interaction. *Renewable Energy*, v. 42, p. 46–53.
- Liu, J.M.; Lu, C.J. & Xue, L.P., 2008. Investigation of Airship Aeroelasticity Using Fluid-Structure Interaction. *Journal of Hydrodynamics*, v. 20, n. 2, p. 164–171.

- Modarres-Sadeghi, Y. & Païdoussis, M.P., 2009. Nonlinear dynamics of extensible fluid-conveying pipes, supported at both ends. *Journal of Fluids and Structures*, v. 25, n. 3, p. 535–543.
- Oliveira, F.M., 2012. *Análise Dinâmica Não Linear de Problemas Envolvendo Massas Móveis Aplicadas em Cabos e Elementos de Viga*. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.
- Païdoussis, M.P., 1998. *Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow*. California: Academic Press. v. 53
- Païdoussis, M.P. & Issid, N.T., 1974. Dynamic Stability of Pipes Conveying Fluid. *Journal of Sound and Vibration*, v. 33, n. 3, p. 267–294.
- Ramírez, L.; Nogueira, X.; Khelladi, S.; Chassaing, J.C. & Colominas, I., 2014. A new higher-order finite volume method based on Moving Least Squares for the resolution of the incompressible Navier–Stokes equations on unstructured grids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 278, p. 883–901.
- Tijsseling, A.S., 2007. Water hammer with fluid-structure interaction in thick-walled pipes. *Computers and Structures*, v. 85, p. 844–851.
- Van Zuijlen, A.H. & Bijl, H., 2006. Multi-Level Accelerated Sub-Iterations for Fluid-Structure Interaction. In: Bungartz, H.J.; Mehl, M.; Schäfer, M., eds, *Fluid-structure interaction II: modelling, simulation, optimisation*. p. 1–25, Springer.
- Versteeg, H.K. & Malalasekera, W., 2007. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*. 2. ed. Glasgow: Pearson Education.
- Vierendeels, J.; Dumont, K. & Verdonck, P.R., 2008. A partitioned strongly coupled fluid-structure interaction method to model heart valve dynamics. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 215, n. 2, p. 602–609.
- Wadham-Gagnon, M.; Païdoussis, M.P. & Semler, C., 2007. Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 1: Nonlinear equations of three-dimensional motion. *Journal of Fluids and Structures*, v. 23, n. 4, p. 545–567.
- White, F.M., 2006. *Viscous Fluid Flow*. 3. ed. New York: Mc Graw Hill.
- Wiggert, D.C. & Tijsseling, A.S., 2001. Fluid transients and fluid-structure interaction in flexible liquid-filled piping. *Applied Mechanics Reviews*, v. 54, n. 5, p. 455.
- Zienkiewicz, O.C. & Taylor, R.L., 2000. *The Finite Element Method Volume 1 : The Basis*, v. 1, p. 708.