



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS  
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING  
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

## COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL APLICADO A UM PÓRTICO PLANO EM ESCALA REDUZIDA

**Anorosval Pedro Leirias da Silva Jr**

**Maurício Pegoraro**

**Paulo Rogerio Novak**

**Francisco Augusto Aparecido Gomes**

**Douglas da Costa Ferreira**

pedroleirias@gmail.com

mauriciopegoraro85@gmail.com.br

novak@utfpr.edu.br

franciscogomes@utfpr.edu.br

douglasferreira@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal Paraná – UTFPR

Via do Conhecimento, Km 1 CEP 85503-390, Pato Branco – Paraná - Brasil

**Resumo.** *Este trabalho tem como objetivo a comparação entre quatro métodos de análise modal experimental e a simulação numérica em elementos finitos. Os métodos Rational Fractional Polynomial (RFP), Ibrahim Time Domain (ITD), Circle-Fit e Line-Fit foram aplicados em um pórtico plano, de quatro pavimentos, em escala reduzida. A estrutura foi excitada por um martelo de impacto e a resposta de vibração foi medida por um acelerômetro piezoelétrico. A análise foi realizada em uma faixa de frequência de 0 a 400Hz. Os autovalores, autovetores e fator de amortecimento foram estimados e posteriormente comparados. Constatou-se que os resultados obtidos pelos métodos são compatíveis com o método dos elementos finitos (MEF) apesar. No geral entende-se que os quatro métodos apresentados podem ser aplicados para a identificação dos parâmetros modais da estrutura desde que se entenda as características e particularidades de cada método.*

**Palavra-chave:** *estrutura de aço, análise modal experimental, vibração*

## 1 INTRODUÇÃO

Os estudos realizados para a elaboração de projetos de estrutura para edificações apresentam exigências cada vez mais apuradas em função da diminuição e afastamento dos apoios disponíveis em conjunto com o aumento da altura dos pórticos condicionados aos partidos arquitetônicos atuais. A decorrência disto é o aumento sensível dos efeitos causados pela vibração, assim se tornando relevante na concepção estrutural das edificações.

Comumente verificam-se inconvenientes causados pela vibração em indústrias, pontes, passarelas, ginásios e estádios, entretanto, observam-se hoje efeitos de ações dinâmicas provocando desconforto e patologias construtivas em edificações, escritórios e residências.

O aumento da necessidade de verificações dinâmicas das estruturas tem aumentado e observando o descrito na norma brasileira ABNT NBR8800:2008 – Projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto de edifícios vemos que existem considerações dos efeitos de segunda ordem e seus deslocamentos. Entretanto, as formas de cálculo apresentadas são simplificadas e em sua maioria são manuais e geram processos demorados para a consideração destes efeitos e assim pouco utilizados. Esta situação abre a necessidade da aplicação de um método de análise viável utilizando programas computacionais.

Por outro lado, os ensaios dinâmicos permitem avaliações do comportamento da estrutura de maneira mais adequada e precisa se comparados com os ensaios estáticos, uma vez que mobilizam integralmente a massa, rigidez e amortecimento, além de não serem destrutivos, proporcionam sua repetição e modelagem computacional para comparação.

Atualmente com a introdução da transformada rápida de *Fourier* e o desenvolvimento de ferramentas computacionais que viabilizam a análise de grande quantidade de dados tem sido possível realizar análises modais com grande precisão.

Contudo, a análise modal, por sua característica, traz consigo uma grande formulação matemática para descrever o comportamento dinâmico. Formenti and Richardson (2002) apresentam o avanço dos métodos de análise modal desenvolvidos a partir da década de 70. Entre eles, destacam-se os métodos no domínio do tempo: *Complex Exponential Method* (CEM), *Time Domain Polyreference Method* (TDPM) e *Ibrahim Time Domain Method* (ITDM), e os métodos no domínio da frequência: *Circle-Fit*, *Line-Fit* e *Rational Fraction Polynomial Method* (RFPM).

A análise modal experimental é útil em outras aplicações, como no trabalho de Braga et al.(2011), onde os autores comparam os resultados encontrados por meio de métodos numéricos com os resultados dos métodos experimentais de análise modal em cabos condutores de linha de transmissão. Os resultados obtidos, como as frequências naturais e os modos de vibração, descrevem satisfatoriamente o comportamento dinâmico dos cabos.

Freitas (2008) em estudos com estruturas reais, comparou o Identificação Estocástica de Subespaços (IES) com a Decomposição no Domínio da Frequência (DDF). Neste experimento as duas técnicas foram capazes de estimar os parâmetros modais das estruturas analisadas.

Outros autores como Richardson e Schwarz (2003), Nunes Jr (2006), (Cruz, 2006) e Gómez (2015) contribuíram para a otimização dos métodos de análise modal e suas aplicações.

Existem vários métodos para estimação de parâmetros modais, cada um com suas particularidades, não sendo possível generalizar a indicação do melhor método. Neste

contexto, este trabalho apresenta a comparação dos resultados de quatro métodos de análise modal experimental aplicadas a um pórtico plano.

## 2 MÉTODOS DE ANÁLISE MODAL

Os métodos de análise modal experimental *Circle-Fit*, *Line-Fit*, RFP e ITD, os quais foram utilizados neste trabalho, são apresentados:

### 2.1 Método de Ajuste de Círculo (*Circle-Fit*)

O *Circle-Fit* é um método de análise modal experimental no domínio da frequência que utiliza uma faixa de frequência limitada, conforme descrito Ewins (2000). O método assume que a contribuição dos modos fora do intervalo de frequência é representada através de resíduos. Desta forma, a equação para a receptância de um sistema com amortecimento histerético é aproximada por:

$$a_{ks}(\omega) = \frac{A_{ks}^r}{\omega_r^2 + \omega^2 + i\eta_r\omega_r^2} + B_{ks}^r \quad (1)$$

Onde  $B_{ks}^r$  é uma constante complexa associada com o modo  $r$ ,  $\eta_r$  e  $A_{ks}^r$ , são respectivamente, o fator de perda e a constante modal complexa  $A_{ks}^r = e^{i\gamma_r}$ .

A Figura 1 apresenta a Eq. (1) representada graficamente, considerando os eixos  $\text{Re}(\alpha)$  e  $\text{Im}(\alpha)$ .

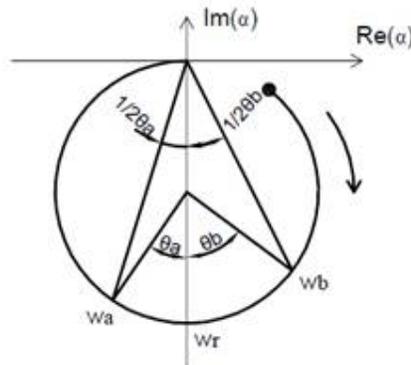


Figura 1. Modelo de ajuste de círculo. Fonte: Adaptado de Ewins (2000).

Relacionando para qualquer frequência, obtém-se

$$\omega^2 = \omega_r^2 \left[ 1 - \eta_r \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (2)$$

O fator de perda fica descrito como:

$$\eta_r = \frac{\omega_a^2 - \omega_b^2}{\omega_r^2} \frac{1}{\tan(\Delta\theta_a) - \tan(\Delta\theta_b)} \quad (3)$$

Uma vez conhecidos  $\omega_r$  e  $\eta_r$ , a determinação do módulo e da fase da constante modal é feita através das seguintes expressões:

$$D_{ks} = \frac{A_{ks}^r}{\omega_r^2 \eta_r} \quad (4)$$

$$\phi_r = \arctan\left(\frac{x_0 - x_D}{y_0 - y_D}\right) \quad (5)$$

Onde,  $x_D$  e  $y_D$  são as coordenadas da origem, e seus valores são determinados depois de calculada a posição da frequência natural.

## 2.2 Método Inverso de Dobson (Line-Fit)

O método inverso baseia-se no fato de que as partes real e imaginária do inverso da receptância são retas quando em função do quadrado da frequência. O método aqui apresentado está fundamentado em Ewins (2000).

Iniciando com a fórmula básica para a análise da receptância Eq. (1), notamos a presença do termo complexo  $B_{ks}^r$ , sendo a contribuição dos outros modos de vibração. Assim o método prevê a definição de um novo termo FRF  $\alpha'_{jk}(\omega)$  que é a diferença entre a FRF medida e o valor da FRF de uma frequência de referência no intervalo de interesse, designada por  $\Omega$ .

$$\alpha'_{jk}(\omega) = \alpha_{jk}(\omega) - \alpha_{jk}(\Omega) \quad (6)$$

E então

$$\Delta(\omega) = \frac{(\omega^2 - \Omega^2)}{\alpha'_{jk}(\omega)} y \quad (7)$$

Assim teremos duas equações:

$$Re(\Delta) = c_R + m_R \omega^2 \quad (8)$$

$$Im(\Delta) = c_I + m_I \omega^2 \quad (9)$$

Ao selecionar  $\Omega$  frequências em torno da frequência natural  $\omega_r$ , pode-se obter uma série de linhas retas para ambas as partes real e imaginária da função  $\Delta(\omega^2)$  (He e Fu, 2001). Algebricamente poderemos retirar as inclinações e as intercepções derivando as funções lineares de  $\omega^2$ .

## 2.3 Método Rational Fraction Polynomial (RFPM)

É um método de análise modal experimental realizado no domínio da frequência. O método aqui apresentado está fundamentado em Ewins (2000) e Iglesias (2000) e tem a seguinte formulação:

$$H(\omega) = \sum_{r=1, N} \frac{Ar}{(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_r\zeta_r)} \quad (10)$$

A diferença entre a FRF analítica de  $H(\omega)$  e a FRF experimental  $H_e(\omega)$  é a função erro dado por:

$$e_j = \frac{\sum_{k=0}^{2N-1} b_k (i\omega_j)^k}{\sum_{k=0}^{2N} \alpha_k (i\omega_j)^k} - H_e(\omega_j) \quad (11)$$

Porém, a função erro é linearizada trabalhando com a função erro modificada abaixo:

$$e'_j = e_j \sum_{k=0}^{2N-1} \alpha_k (i\omega_j)^k \quad (12)$$

E fazendo  $\alpha_{2N} = 1$ , leva á:

$$e'_j = \sum_{k=0}^{2N-1} b_k (i\omega_j)^k - H_e(\omega_j) \left[ \sum_{k=0}^{2N-1} \alpha_k (i\omega_j)^k + (i\omega_j)^{2N} \right] \quad (13)$$

Assim, pode-se escrever um vetor erro da seguinte forma:

$$\{E\}_{L \times 1} = [P]_{L \times 2N} \{b\}_{2N \times 1} - [T]_{L \times 2N} \{\alpha\}_{2N \times 1} - \{W\}_{L \times 1} \quad (14)$$

Esta função erro pode ser minimizada pelo método dos gradientes quadráticos, ou pelo método dos mínimos quadrados (Iglesias, 2000).

## 2.4 Método Ibrahim Time Domain (ITD)

O método ITD é um método de análise modal experimental realizado no domínio do tempo. Observando que o somatório de  $m$  modos de vibração pode ser escrito como a resposta em vibrações livres  $x$  de uma estrutura medida na posição  $i$  ( $i=1, n$ ) e no tempo  $t_j$  ( $j=1, q$ ) (Barbosa, 2002). O método aqui apresentado está fundamentado em Ewins (2000) e Barbosa (2002)

$$x_i(t_j) = \sum_{k=1}^{2m} \varphi_{ik} e^{\lambda_k t_j} \quad (14)$$

Onde  $\lambda_k$  representa o  $k$ -ésimo autovalor complexo de vibração e  $\varphi_{ik}$  a amplitude do  $k$ -ésimo modo de vibração complexo na posição  $i$ .

A Equação (14) pode-se representada na forma matricial como:

$$[X] = [\psi] \cdot [\Lambda] \quad (15)$$

Onde  $[X]$  é uma matriz  $n \times q$  da resposta em vibração livre da estrutura,  $[\psi]$  é uma matriz  $n \times 2m$  de autovetores desconhecidos e  $[\Lambda]$  é uma matriz  $2m \times q$  é uma matriz que depende dos autovalores complexos e da resposta no tempo.

De maneira similar, pode-se escrever a Eq. (14) defasadas de  $\Delta t$ :

$$x_i(t_j + \Delta t) = \sum_{k=1}^{2m} \varphi_{ik} e^{\lambda_k (t_j + \Delta t)} \quad (16)$$

E representar na forma matricial como:

$$[\hat{X}] = [\hat{\psi}] \cdot [\Lambda] \quad (17)$$

Onde ( $\hat{\phantom{x}}$ ) representa a defasagem no tempo ( $\Delta t$ )

Definindo  $A$  como uma matriz do sistema, podemos escrever

$$[A][\psi] = [\hat{\psi}] \quad (18)$$

e

$$[A][X] = [\hat{X}] \quad (19)$$

Assim utilizando uma solução por mínimos quadrados, determina-se a matriz  $A$ :

$$A = (\hat{X} X^T) (X X^T)^{-1} \quad (20)$$

Os autovalores e autovetores do sistema são determinados pela solução de um problema de autovalor.

Para  $e^{S_r \Delta t} = \lambda_r = a_r + I b_r = e^{-\omega_r \zeta_r \Delta t} e^{I \omega_r \Delta t} = c_r e^{I \theta_r}$  ( $I$  é uma unidade imaginária) pode-se chegar nas relações:

$$c_r = (a_r^2 + b_r^2)^{\frac{1}{2}}; \theta_r = \tan^{-1} \left( -\frac{b_r}{a_r} \right) \quad (21)$$

$$\omega_r \zeta_r = -\ln \left( \frac{a_r^2 + b_r^2}{2 \Delta t} \right) \quad (22)$$

$$\omega_r = \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} = \tan^{-1} \left( \frac{b_r a_r}{\Delta t} \right) \quad (23)$$

Uma vez determinados os valores de  $a$  e  $b$ , através das Eq. (22) e Eq. (23) pode-se chegar às frequências naturais e amortecimentos da estrutura.

### 3 METODOLOGIA

Para este trabalho foram realizadas quatro etapas (Figura 2): modelagem e simulação da estrutura pelo MEF para identificação dos parâmetros modais, ensaio experimental para obtenção das FRF's, análise modal experimental por meio dos métodos RFP, ITD, *Line-Fit* e *Circle-Fit* e comparação de resultados.

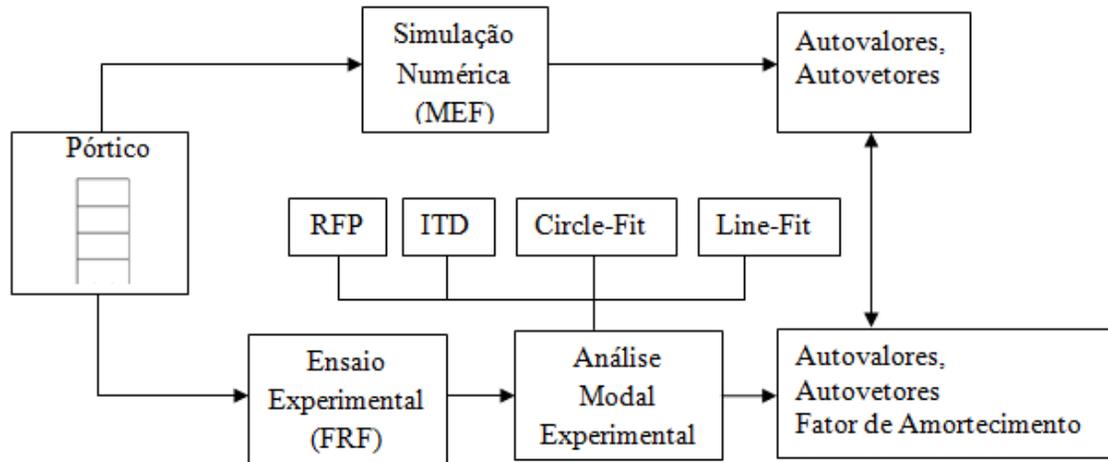


Figura 2. Diagrama de blocos das etapas.

### 3.1 Instalação do experimento

A estrutura utilizada para a aplicação dos métodos de análise modal experimental é um pórtico plano de aço com dimensões reduzidas. As propriedades físicas e geométricas da estrutura são mostradas na Tabela 1.

Tabela 1. Propriedades físicas da estrutura de aço

Propriedades da estrutura de aço	Valores numéricos
Comprimento (L)	0,15 m
Altura (H)	0,6 m
Altura parcial (D)	0,15 m
Espessura seção (a)	0,00615 m
Comprimento seção (b)	0,0131 m
Densidade de massa ( $\rho$ )	7850 kg/m <sup>3</sup>
Modulo de Young (E)	200 GPa
Módulo de Poisson ( $\nu$ )	0,26
Área da Seção transversal ( $A=a.b$ )	$8,06 \times 10^{-05}$ m <sup>2</sup>
Momento de Inércia ( $I=b.a^3/12$ )	$2,54 \times 10^{-10}$ m <sup>4</sup>

A estrutura foi fixada de modo a simular um engaste. Esta condição foi obtida fixando a base da estrutura em morsas mecânicas e posteriormente acoplando este conjunto a uma base rígida, conforme ilustrado na Fig. 3(a).

Para realização do ensaio experimental, foram marcados 46 pontos na estrutura. Estes pontos são os locais onde são fixados os acelerômetros para a medição da resposta. A Figura 3(b) apresenta a visualização da estrutura e a localização dos pontos.

A estrutura é excitada na direção perpendicular a estrutura. A figura 3 (a) mostra a fixação do acelerômetro no ponto 12 e o ponto de excitação 24. A escolha do ponto de excitação foi baseada no resultado da simulação numérica a fim de evitar um ponto nodal.

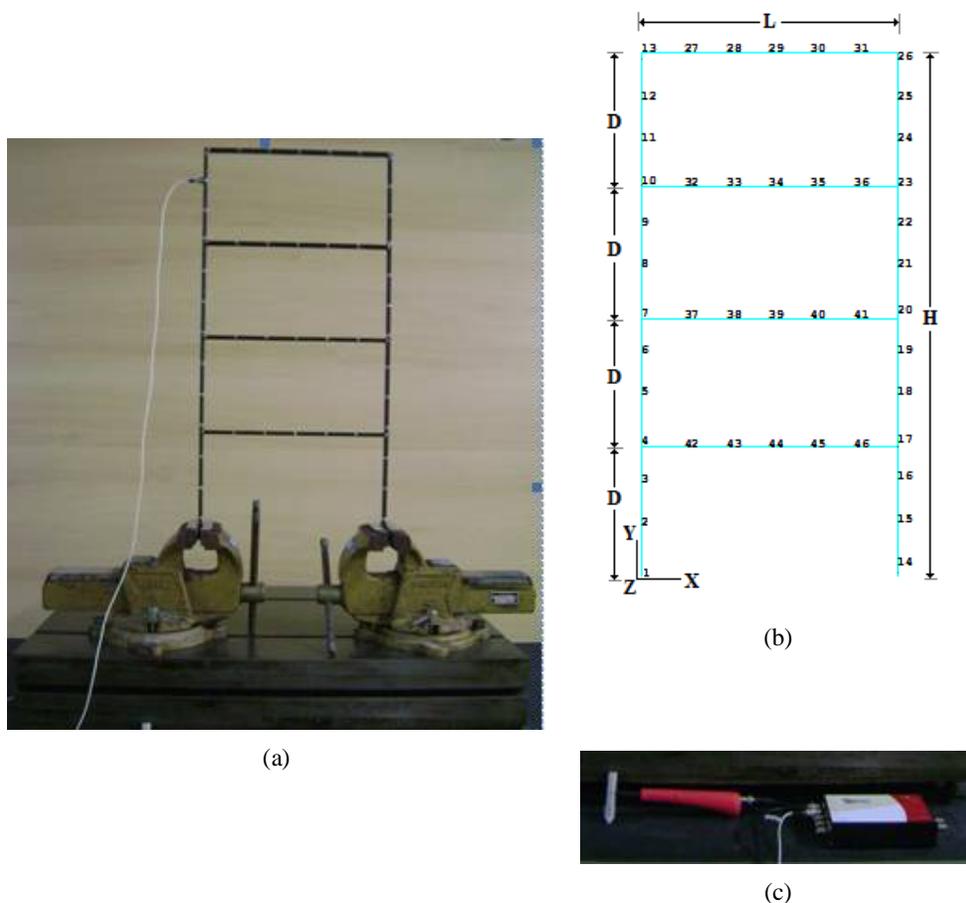


Figura 3. Experimento: (a) Pórtico Plano de aço; (b) Pontos de Medição e (c) Analisador de vibração e Martelo de Impacto;

### 3.2 Ensaio Experimental

O objetivo do ensaio experimental é a obtenção das funções de resposta em frequência, os quais servem de base para a aplicação dos métodos de identificação dos parâmetros modais da estrutura.

Os dados foram adquiridos utilizando um analisador dinâmico de vibrações (Fig. 3c). Este analisador possui quatro canais de aquisição de dados. O primeiro canal foi utilizado para medição da força aplicado na estrutura e o segundo canal para a medição da resposta da estrutura. A frequência de amostragem foi fixada em 400 Hz. Os sinais de entrada e saída foram filtrados por uma janela de força e uma janela de decaimento exponencial respectivamente, enquanto a resolução em frequência da medição foi de 0,25 Hz.

A estrutura foi excitada com um martelo de impacto (Fig. 3c), impulsionando-o para a direção negativa do eixo x. O martelo possui uma célula de carga com uma sensibilidade de 2.27 mV/N para detectar a magnitude da força de excitação. Para excitar a estrutura dentro da faixa de frequência fixada, uma ponteira de Nylon foi utilizada.

A resposta de vibração foi medida, em todos os nós, com um acelerômetro piezoelétrico. O acelerômetro foi posicionado nos 46 pontos da estrutura para medir apenas as acelerações

perpendiculares à superfície da mesma (Fig. 3b). A fim de reduzir o ruído na resposta, a média de cinco medições da Função Resposta em Frequência (FRF), com coerência acima de 90%, foi utilizada.

### 3.3 Simulação Numérica

O *software Ansys* versão 16.2 foi utilizado para determinar as frequências e os modos de vibração. A estrutura foi modelada pelo Método de Elementos Finitos (MEF) e o sistema foi discretizado com 4654 nós e 496 elementos com malha quadrangular. Os quatro primeiros modos foram analisados e posteriormente comparados com os métodos de análise modal experimental.

### 3.4 Análise Modal Experimental

Após a geração das FRF's dos 46 pontos, os dados foram processados com o *Toolbox EasyMod* (Kouroussis, 2012). O *EasyMod* possui em sua biblioteca o algoritmo *Circle-Fit* e *Line-Fit*. Os métodos RFP e ITD foram implementados com o mesmo padrão de variáveis já utilizadas no *EasyMod* e posteriormente inseridos em sua biblioteca. Os parâmetros modais foram determinados para cada faixa de frequência e posteriormente com o agrupamento dos autovetores é possível a visualização dos modos de vibração da estrutura.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As frequências naturais e o fator de amortecimento para os quatro primeiros modos de vibração estão mostrados na Tab. 2, onde apenas os modos de flexão no plano x y foram medidos sendo que os outros planos foram desconsiderados.

**Tabela 2. Frequências naturais e amortecimentos para os quatro primeiros modos de vibração\* erro da frequência em relação ao MEF**

Método	Parâmetros Modais	1° modo	2° modo	3° modo	4° modo
		Frequência (Hz)	26,30	91,02	177,51
RFP	Erro * (%)	10,30	7,85	7,19	12,08
	Taxa de amortecimento (%)	2,513	0,936	0,447	0,222
	Frequência (Hz)	27,10	91,87	177,02	276,32
ITD	Erro * (%)	7,57	6,99	7,45	12,44
	Taxa de amortecimento (%)	1,216	0,426	0,1698	0,0707
	Frequência (Hz)	26,71	92,00	177,77	267,56
<i>Line-Fit</i>	Erro * (%)	8,90	6,85	7,06	15,21
	Taxa de amortecimento (%)	2,445	1,956	0,5614	0,337
	Frequência (Hz)	26,38	90,60	177,58	277,64
<i>Circle-Fit</i>	Erro * (%)	10,03	8,27	7,16	12,02
	Taxa de amortecimento (%)	2,658	1,073	0,462	0,208
	Frequência (Hz)	29,32	98,77	191,27	315,57
MEF	Erro * (%)	-	-	-	-
	Taxa de amortecimento (%)	-	-	-	-

\* erro da frequência em relação ao MEF

A Tabela 2 apresenta uma comparação dos parâmetros modais encontrados pelo método de elementos finitos e pelos métodos de análise modal experimental, considerando como referência o método numérico. Embora não apresente informações de amortecimento, o método numérico foi considerado como referência.

As Figuras 4 (a) e (b) apresentam respectivamente a FRF e o diagrama de fase medida no ponto 1 da estrutura durante o ensaio experimental. Estes dados serviram de base para a aplicação dos métodos de identificação dos parâmetros modais da estrutura no domínio da frequência e para a geração da função resposta ao impulso (IRF) utilizada no método do domínio do tempo. A Figura 5 mostra a função resposta ao impulso obtida por meio da Transformada Rápida Inversa de *Fourier* (IFFT) da FRF do ponto 1.

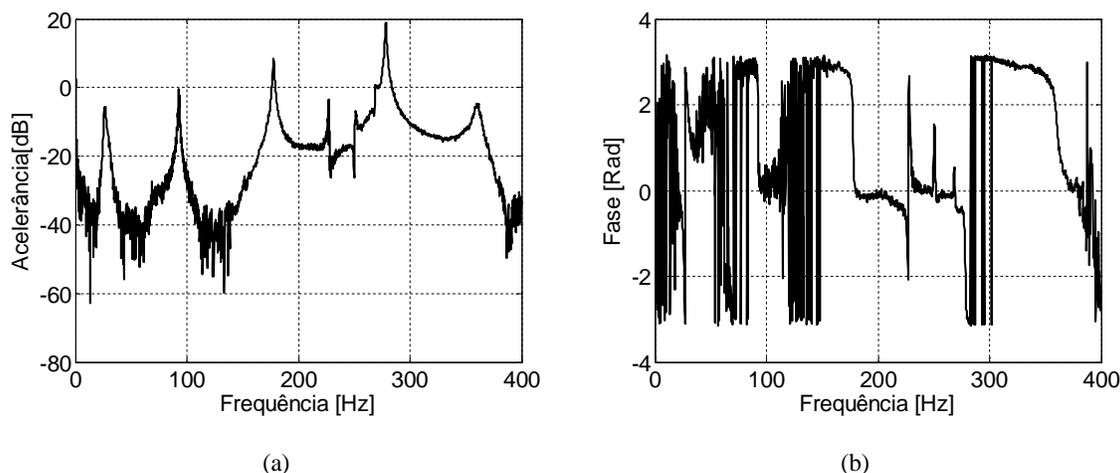


Figure 4. Medição experimental no ponto 1 (a) FRF, (b) Fase.

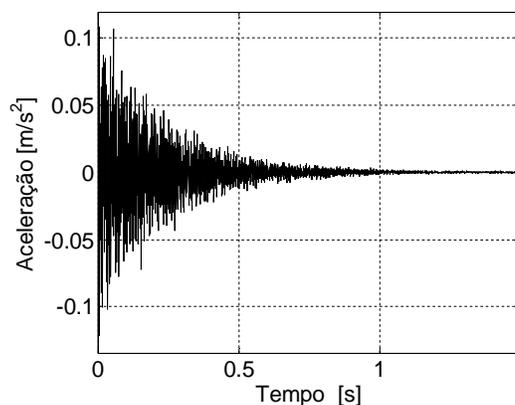


Figure 5. IRF medida no ponto 1.

As Figuras de 6 a 9 apresentam uma comparação dos gráficos de aceleração e fase obtidas pelos quatro métodos de análise modal experimental com valores do ensaio experimental para o ponto 1 da estrutura.

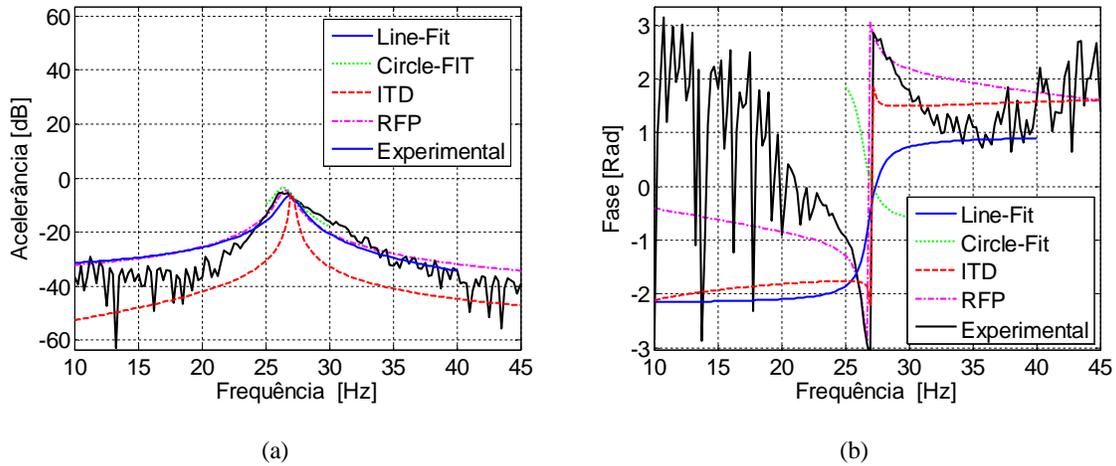


Figure 6. Comparação entre os métodos de análise modal do primeiro modo de vibração do ponto 1 (a) FRF, (b) Fase

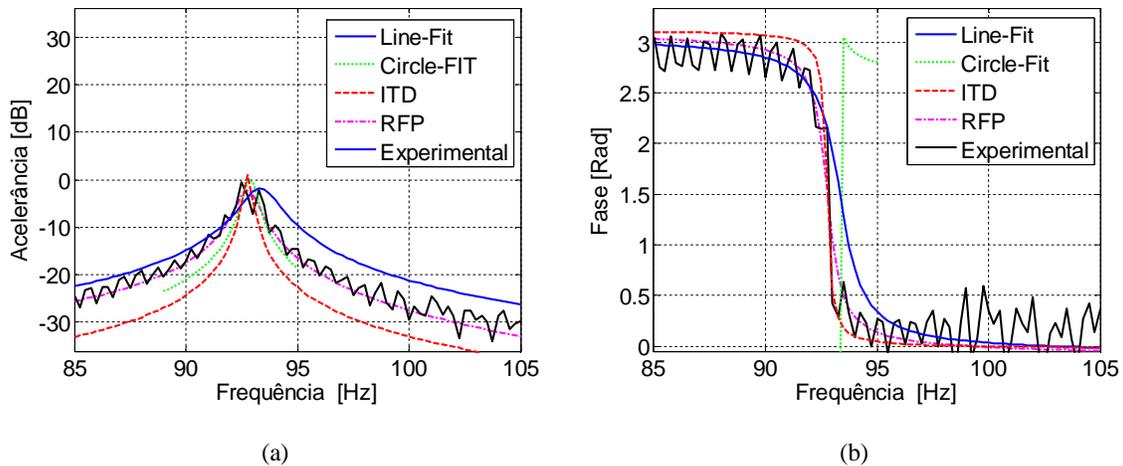


Figure 7. Comparação entre os métodos de análise modal do segundo modo de vibração do ponto 1 (a) FRF, (b) Fase

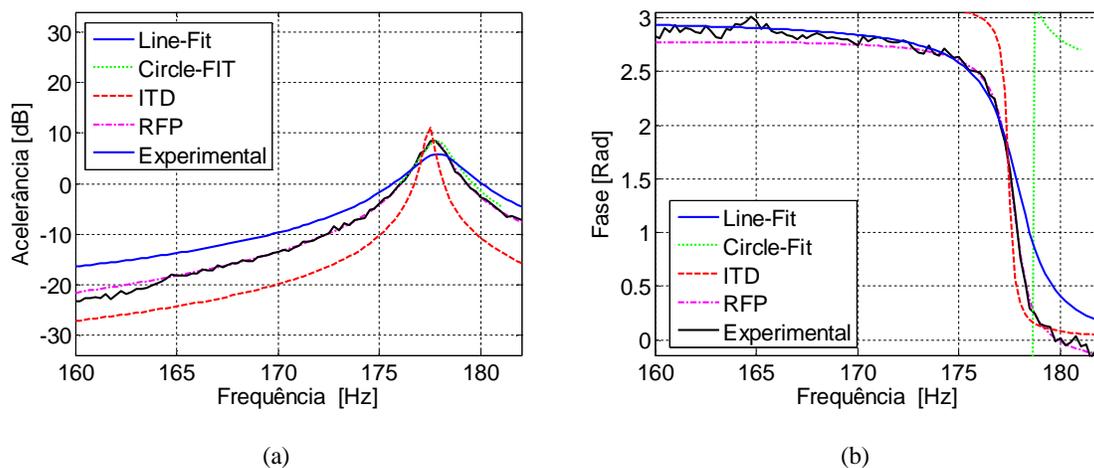


Figure 8. Comparação entre os métodos de análise modal do terceiro modo de vibração do ponto 1 (a) FRF, (b) Fase

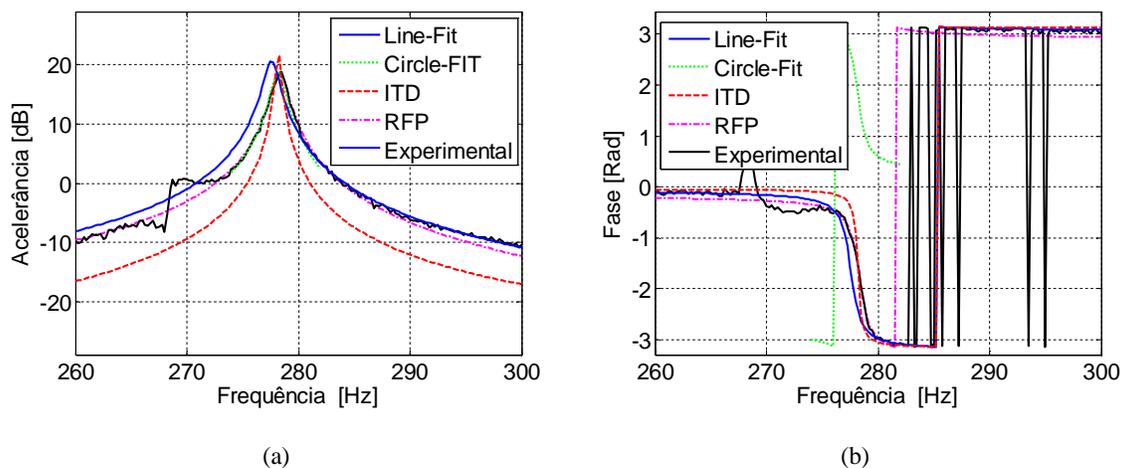
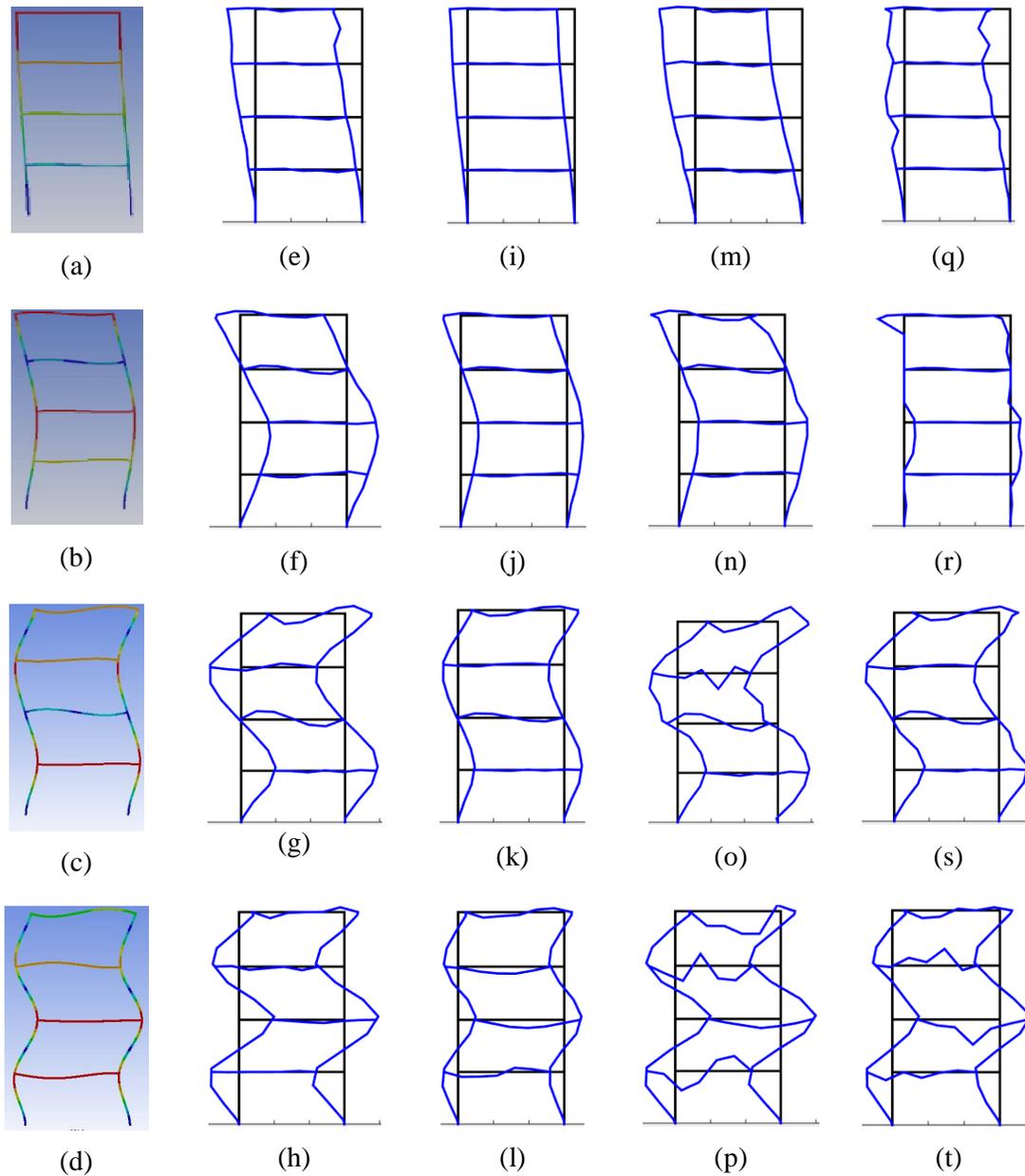


Figure 9. Comparação entre os métodos de análise modal do quarto modo de vibração do ponto 1 (a) FRF, (b) Fase

A Fig. 10 apresenta uma comparação gráfica dos quatro primeiros modos de vibração da estrutura obtidos pelos quatro métodos de análise modal experimental e pelo MEF. Para padronizar a visualização dos respectivos modos de vibração foi realizada a normalização dos autovetores tomando como referência o maior elemento de cada autovetor.



**Figure 10: Modos de vibração numérico e experimental. MEF:** (a) 1ºModo, 29,319 Hz; (b) 2ºModo, 98,771 Hz; (c) 3ºModo, 191,27 Hz; (d) 4ºModo, 315,57 Hz; **ITDM:** (e) 1ºModo, 27,10 Hz; (f) 2ºModo, 91,87 Hz; (g) 3ºModo, 177,02 Hz; (h) 4ºModo, 276,32 Hz ; **RFPM:** (i) 1ºModo, 26,30 Hz; (j) 2ºModo, 91,02 Hz; (k) 3ºModo, 177,51 Hz; (l) 4ºModo, 277,46 Hz ; **Line-Fit:** (m) 1ºModo, 26,71 Hz; (n) 2ºModo, 92,00 Hz; (o) 3ºModo, 177,77 Hz; (p) 4ºModo, 267,56 Hz ; **Circle-Fit:** (q) 1ºModo, 26,38 Hz; (r) 2ºModo, 90,60 Hz; (s) 3ºModo, 177,58 Hz; (t) 4ºModo, 315,57 Hz ;

## 5 CONCLUSÃO

O objetivo geral deste trabalho foi a aplicação e a comparação de quatro métodos de análise modal experimental aplicado a um pórtico plano. A simulação numérica forneceu informações importantes para o planejamento do experimento, como a identificação dos modos de interesse e a localização dos pontos nodais.

Constatou-se que os resultados obtidos pelos métodos são compatíveis com o MEF, apesar de as frequências naturais terem uma pequena dispersão nos valores. Tais divergências podem estar relacionadas ao amortecimento.

O método ITD apresentou um menor percentual de erro. Já entre os modos de vibração (Figura 10), a maior discrepância ocorreu no *Circle-Fit*.

Ao contrário dos métodos RFP, ITD e *Line-Fit*, o método *Circle-Fit* demonstrou ser bastante sensível às alterações no intervalo de frequência. O processo de identificação dos parâmetros modais, por meio do *Circle-Fit*, somente teve êxito quando os intervalos de frequência foram pequenos. Mesmo assim pode-se concluir que os valores obtidos experimentalmente e numericamente são próximos.

Dessa forma entende-se que os quatro métodos apresentados podem ser aplicados para a identificação dos parâmetros modais da estrutura desde que se entenda as características e particularidades de cada método.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro recebido da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, da Fundação Araucária e a UTFPR - Câmpus Pato Branco.



## REFERENCIAS

Braga, D. S.; Sá, A. S.; Soeiro, N. S. and Melo, G. V., 2011. *Análise modal numérica e experimental de condutores de linha de transmissão*. 1º Workshop de Vibração e Acústica da Reigão Norte.

Cruz, S. L. M. da, 2006. *Estudo de Técnicas de Análise Modal Operacional em Sistemas Sujeitos a Excitações Aleatórias com a Presença de Componente Harmônico*. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Pará, Belém.

Ewins, D. J., 2000. *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. John Wiley, Philadelphia, 2<sup>nd</sup> edition.

Formenti, D. L. , Richardson, M. H., 2002. *Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials (twenty years of progress)*. In IMAC XX.

Gómez, I. D., 2015. *Análise modal operacional: métodos de identificação baseados em transmissibilidade*. Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.

Iglesias, A. M. 2000. *Investigating various modal analysis extraction techniques to estimate damping ratio*. Thesis of master degree submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

Kouroussis, G., Ben Fekih, L., Conti, C., Verlinden, O. 2012. *EasyMod: a matlab/scilab toolbox for teaching modal analysis*. Proceedings of the 19th International Congresso on Sound and Vibration, Vilnius (Lituânia), July 9-12.

Kouroussis, G., Ben Fekih, L., Conti, C., Verlinden, O. 2012. *EasyMod : du développement d'un toolbox sous MatLab vers l'enseignement des bases de l'analyse modale expérimentale*, 3<sup>ème</sup> Colloque "Analyse vibratoire Expérimentale", Blois (France), 20 et 21 novembre.

Nunes Junior, O.A., 2008. *Identificação dos parâmetros modais utilizando apenas respostas da estrutura – Identificação do domínio do tempo*. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Ilha Solteira.

Richardson, M., Schuwarz, B., 2003. *Modal parameter estimation from operating data*. Vibrant Technology, Inc., In Sound and Vibration Magazine. Jamestown, California.