



XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS
ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING
BRASÍLIA - DF - BRAZIL

PREDIÇÃO DO ÂNGULO DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DOS SOLOS VIA PROGRAMAÇÃO GENÉTICA GRAMATICAL

Marcus Vinicius de Souza Ferraz - marcus.ferraz@engenharia.ufjf.br

Felipe Rafael de Souza - feliperafael_95@yahoo.com.br

Leonardo Goliatt Fonseca - goliatt@gmail.com

Heder Soares Bernardino - heder@ice.ufjf.br

Universidade Federal de Juiz de Fora

Rua José Lourenço Kelmer, s/n – Campus Universitário, Bairro São Pedro – CEP: 36036-900,
Juiz de Fora – MG – Brasil

Resumo. *A determinação do ângulo de resistência ao cisalhamento dos solos desempenha um papel fundamental no processo de concepção das estruturas geotécnicas. Tal parâmetro pode ser obtido experimentalmente por meio de ensaios laboratoriais ou de campo que exigem procedimentos criteriosos conforme as normas relacionadas. Além disso, grande parte das correlações empíricas que são utilizadas para a determinação de ϕ levam em consideração dados experimentais limitados e, conseqüentemente, não fornecem boas previsões. Por tais motivos, várias técnicas de modelagem estatística e numérica vem sendo propostas, dentre as quais, as técnicas de inteligência computacional, na tentativa de estimar e/ou prever o comportamento dos solos e suas propriedades. Este estudo tem por objetivo utilizar a programação genética gramatical (PGG) para este fim, tomando por base um banco de dados provenientes de ensaios consolidados drenados (CD) disponíveis na literatura e utilizados por outros autores em técnicas diferenciadas. Neste sentido, busca-se avaliar o desempenho do modelo em comparação com os modelos já desenvolvidos nesta linha, com base em critérios de avaliação estatística. Vale ressaltar que o parâmetro de maior significância à determinação do ângulo de atrito interno dos solos é a densidade natural do solo, e conclui-se que o modelo gerado pode ser utilizado como alternativa na predição de tal ângulo, uma vez que o erro percentual absoluto médio resultante é de 6.329 %.*

Keywords: *ângulo de resistência ao cisalhamento dos solos, predição, inteligência computacional, programação genética gramatical, modelagem de dados*

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os métodos de inteligência computacional tem se tornado altamente eficientes em várias engenharias (como resultado do acelerado desenvolvimento da tecnologia da informação e computadores), e aplicados com sucesso à modelagem comportamental de muitos problemas geotécnicos. Uma abordagem alternativa para ultrapassar estes problemas é conhecida como programação genética (PG) (Koza, 1992). Muitos pesquisadores empregaram técnicas de PG e suas variantes para derivar equações simples de predição em problemas de engenharia civil (Mousavi et. al, 2013).

No contexto da Mecânica dos solos, considerando ϕ (ângulo de atrito interno dos solos) um componente indispensável na obtenção das tensões tangenciais, sabe-se que diversos ensaios de laboratório buscam obtê-lo com maior grau de sofisticação, a partir da execução de procedimentos normatizados, de acordo com as condições possíveis de ocorrência. Em contrapartida, os procedimentos de coleta e processamento das amostras do solo, tal como as análises dos dados apresentam tempo e custo elevados na obtenção de resultados. Vale ainda acrescentar que apesar de existirem equações e ábacos que determinam o valor de ϕ , as mesmas estão relacionadas a correlações estatísticas que levam em consideração parâmetros e variáveis obtidas em outros ensaios de campo ou laboratório. Contudo, os resultados de tais formulações são apenas aproximações e limitados a determinados tipos de solos.

A determinação do ângulo de resistência ao cisalhamento dos solos desempenha um papel fundamental no processo de concepção das estruturas geotécnicas, tal como nas análises de estabilidade de taludes (aterros e cortes), na definição da carga de ruptura de sapatas e estacas, e até mesmo na determinação de empuxos sobre qualquer estrutura de contenção.

Estudos referentes à obtenção do ângulo de atrito interno do solo utilizando-se de técnicas computacionais foram realizados por Kayadelen et al. (2009), a partir da modelagem de dados, levando em consideração algoritmos de regressão tradicionais, tais como redes neurais artificiais (RNAs) e redes neuro-fuzzy (ANFIS); e Programação de Expressão Gênica. Além disso, Mousavi et al. (2013) utilizaram uma abordagem híbrida acoplando programação genética (GP) e o método dos mínimos quadrados (OLS), em complemento aos trabalhos realizados por Kayadelen. Braga et al. (2014) estimaram o ângulo em questão por meio de uma regressão linear múltipla – “stepwise”. Samui (2015), a fim de gerar melhores resultados na solução do problema em discussão, utilizou-se a Multivariate Adaptive Regression Splines – MARS, considerada uma técnica de regressão multivariada não-paramétrica. Os estudos acima desenvolvidos para a estimativa do parâmetro ϕ levaram em conta informações básicas e propriedades físicas dos solos, estabelecidos por fração fina (argila + silte), areia, limite de liquidez (LL) e densidade do solo (γ), obtidos de ensaios triaxiais consolidados drenados. Há de se considerar ainda que, Al-Hamed et al. (2014) utilizaram RNAs para predição da coesão e ângulo de atrito interno de solos tomando-se como variáveis de entrada para o modelo proposto: a densidade seca do solo, o teor de umidade e a granulometria do solo.

Dentro deste paradigma, este trabalho tem por objetivos utilizar a programação genética gramatical (PGG) com o propósito de construir uma expressão para o valor do ângulo de resistência ao cisalhamento dos solos, levando em consideração o banco de dados provenientes de ensaios de compressão triaxiais consolidados drenados disponíveis na literatura por Kayadelen et al. (2009). O modelo desenvolvido leva em consideração quatro variáveis de entrada: o percentual de finos (FC), a porcentagem de areia (FG), o limite de liquidez (LL) e a densidade

natural (γ). Tendo em vista a otimização do erro resultante entre os valores obtidos experimentalmente e àqueles obtidos no modelo proposto, para a avaliação do desempenho deste último levam-se em conta indicadores estatísticos a partir da análise gráfica – dados estimados versus dados experimentais. Busca-se também realizar uma comparação entre os resultados obtidos por Kayadelen et. al (2009), que utilizaram RNAs, ANFIS e Programação de Expressão Genética (PEG) e os resultados gerados a partir da modelagem de dados baseada na PGG, proposta neste trabalho, de forma a verificar qual técnica apresenta uma melhor eficácia e/ou desempenho na predição do ângulo de resistência ao cisalhamento dos solos.

2 RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DOS SOLOS

A estabilidade de uma estrutura de terra depende da resistência oferecida pelo solo ao longo da superfície (Mollahasani et. al, 2011). Um carregamento externo aplicado na superfície ou a própria geometria da superfície da massa de solo contribui de maneira significativa para o desenvolvimento das tensões tangenciais (Aguiar, 2011).

Sendo assim, estas últimas podem chegar a valores muito próximos à máxima tensão de cisalhamento que o solo suporta sem haver ruptura do material. Uma avaliação correta da determinação da resistência aos esforços cortantes se constitui em um dos problemas mais complexos de toda a Mecânica dos solos e um passo de suma importância para qualquer análise de estabilidade de obras civis.

Segundo Pinto (2000), a resistência ao cisalhamento de um solo pode ser definida como a máxima tensão de cisalhamento que o mesmo pode suportar sem sofrer ruptura, ou a tensão de cisalhamento do solo no plano em que a ruptura estiver ocorrendo. Em geral, para representar a resistência ao cisalhamento de materiais geotécnicos, recorre-se aos critérios de ruptura de Mohr-Coulomb, que estabelece que tal resistência, de uma maneira geral, está intrinsecamente ligada aos efeitos da coesão e atrito.

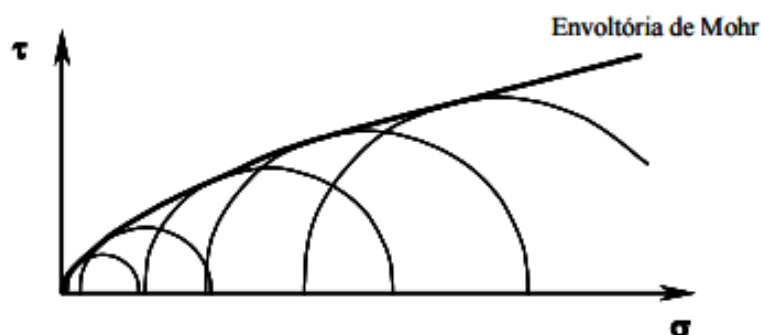


Figura 1: Envoltória de Mohr para um material granular, com ensaios realizados a diferentes esforços de confinamento (HERNANDEZ,2002).

Neste contexto, as tensões que atuam em todos os planos e que passam por um determinado ponto podem ser representadas em um sistema gráfico em que as abscissas definem as tensões

normais e as ordenadas, conseqüentemente, as tensões cisalhantes, resultando, na construção do Círculo de Mohr (Pinto, 2000). A linha que tangencia os vários círculos de Mohr de um solo é curva e representa a envoltória de ruptura, como representado na Fig. 1.

Uma vez que envoltórias curvas são de difícil explicação, na maioria dos casos aproximam-se as tensões de cisalhamento do plano de ruptura para a equação linear da tensão normal, adotando-se, pois, a equação definida como critério de ruptura de Mohr-Coulomb (Das, 2011), descrita abaixo e representada na Fig. 2:

$$\tau = c + \sigma \tan(\phi) \quad (1)$$

onde τ representa a tensão de cisalhamento e σ a tensão normal atuante na superfície do solo.

Sabendo-se que somente as pressões efetivas mobilizam a resistência ao cisalhamento (por atrito de contato grão a grão), e tomando-se por base a pressão neutra da água (u), tem-se:

$$\tau = c + (\sigma - u) \tan(\phi) \quad (2)$$

As equações expressas acima indicam que c e ϕ , dependem da ocorrência/utilização dos materiais. Segundo Marangon (2005), como as condições de ocorrência/utilização são variáveis, partiu-se para se sofisticar os ensaios de laboratório na tentativa de criar as situações em questão, procurando considerar o fato da amostra ter sido retirada do todo e, logicamente perdendo algumas características originais de comportamento ao natural.

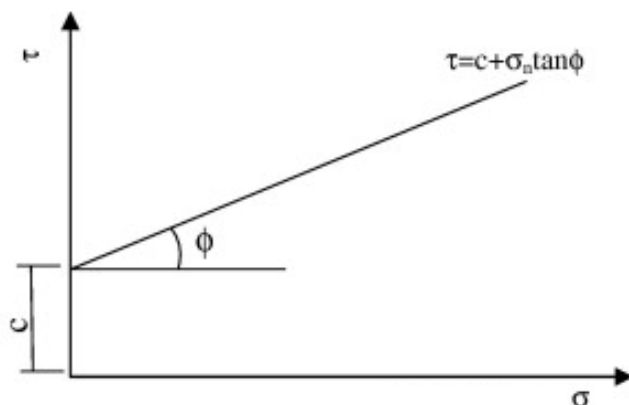


Figura 2: Envoltória de resistência ao cisalhamento (KAYADELEN et. al, 2009)

Desta forma, os parâmetros c e ϕ , definidores da resistência interna ao cisalhamento dos solos terão que ser determinados, em grande parte, em laboratório, nas condições mais desfavoráveis. Logo, tais testes terão por objetivo representar o rompimento de um seção em relação a outra contígua, medindo as tensões de ruptura capazes de estabelecer sua resistência ao corte. Dentre os ensaios acima mencionados, citam-se os testes de compressão simples, o ensaio de cisalhamento direto e os ensaios de compressão triaxial. Levando em consideração o escopo deste trabalho e baseando-se na metodologia do mesmo, não se tem como objetivos apresentar uma descrição conceitual dos ensaios descritos, nem tampouco detalhar os procedimentos de execução destes. Sabe-se, porém que os ensaios de compressão triaxial são os mais utilizados devido às suas condições de aparelhagem e por apresentarem a garantia na impermeabilização total da amostra, controle absoluto da drenagem e medida do valor da pressão neutra. No que se

refere às condições de drenagem, existem três tipos básicos de ensaio: CD (com consolidação e com drenagem), CU (com consolidação e sem drenagem) e UU (sem consolidação e sem drenagem). É dado um enfoque maior no ensaio CD, uma vez que o banco de dados utilizados neste artigo são provenientes de testes com consolidação e com drenagem, conduzidos de acordo com a norma ASTM WK 3821.

A característica fundamental deste ensaio, que também é conhecido como ensaio do tipo S – slow (lento), é que as tensões aplicadas na amostra são efetivas (tensões atuam no arcabouço estrutural dos solos). São ensaios em que há permanente drenagem do corpo de prova. Aplica-se a pressão confinante e espera-se que o corpo de prova adense, ou seja, que a pressão neutra se dissipe. A seguir, a tensão axial é aumentada lentamente, para que a água sob pressão possa sair (Marangon, 2005).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção serão abordados a técnica da programação genética e os aspectos envolvidos quando a mesma é integrada ao sistema gramatical. Além disso serão apresentados os dados experimentais e o desenvolvimento do modelo, considerando os parâmetros fundamentais para a implementação da técnica proposta para o problema de predição do ângulo de atrito interno dos solos.

3.1 Programação Genética

A programação genética é uma das técnicas da Computação Evolucionista na qual os indivíduos são programas e é baseada no princípio da Evolução de Darwin, na qual sobrevivem os indivíduos que possuem maior capacidade de se adaptarem ao meio ambiente. A carga genética destes indivíduos será passada aos seus descendentes e sofrerá modificações com o objetivo de melhor se ajustar ao meio. O resultado é que ao final de várias gerações, obter-se-á uma população de indivíduos com características naturalmente selecionadas, ocorrendo desta forma uma evolução natural da população (Souza, 2006).

Conforme as abordagens de Koza (1992), na programação genética, o Algoritmo Evolutivo opera numa população de programas computacionais que variam de forma e tamanho. Tal população evolui continuamente de modo a gerar uma nova população de indivíduos potencialmente melhores, utilizando operadores de cruzamento e mutação. O processo é guiado por uma função de aptidão (fitness) que mede a qualidade do indivíduo. O algoritmo básico da programação genética pode ser resumido pelo Algoritmo 1.

O processo começa pela geração de uma população inicial de soluções. Vale ressaltar que tal fase tem por objetivo gerar uma diversidade de soluções candidatas que serão manipuladas, em um segundo momento. De acordo com Inhasz (2010), a geração aleatória de um indivíduo pode ser sintetizada pelos passos sequencialmente descritos abaixo:

1. Formação de um conjunto com todos os nós terminais disponíveis para formar um indivíduo;
2. Formação de um conjunto com todos os nós funcionais disponíveis para formar um indivíduo;
3. Seleção aleatória iterativa dos nós que preencherão cada trecho da árvore, até que a árvore esteja completa.

Algoritmo 1: Pseudocódigo da Programação Genética (adaptado de Freitas et al. (2014)).

```
1 Criar aleatoriamente a população inicial  $P$ ;  
2 Avaliar todos os indivíduos de  $P$ ;  
3 enquanto critério de parada não for satisfeito faça  
4   | cria população temporária  $|P_{tmp}|$ ;  
5   | enquanto  $|P_{tmp}| < |P|$  faça  
6   |   | Selecionar indivíduos  $p_1$  e  $p_2$  por torneio;  
7   |   | cruzamento  $p_1, p_2$ ;  
8   |   | mutação  $p_1, p_2$ ;  
9   |   | Avaliar  $p_1$  e  $p_2$ ;  
10  |   | Inserir  $p_1$  e  $p_2$  em  $P_{tmp}$ ;  
11  | fim  
12  |  $P \leftarrow$  elite de  $P \cup$  elite de  $P_{tmp}$ ;  
13  | descartar  $P_{tmp}$ ;  
14 fim  
15 retorna melhor indivíduo encontrado;
```

Na programação genética os indivíduos são comumente representados por árvores, em que os nós são funções e terminais. Os conjuntos F e T, funções e terminais, podem ser exemplificados respectivamente, como:

$$F = \{+, -, *, /\} \text{ e } T = \{x, y, z\}$$

Em uma segunda etapa é realizada a avaliação dos indivíduos, que consiste no cálculo da função de fitness, que associa a cada indivíduo um valor de aptidão que determina a qualidade do indivíduo, utilizando, por exemplo, uma base de treinamento.

Após a população ser avaliada, os indivíduos com melhores valores de aptidão tende a ser selecionados para que a eles sejam aplicados os operadores genéticos (cruzamento e mutação). Os novos indivíduos gerados irão compor a nova população e o algoritmo continua a executar até que um critério de parada seja atingido (Rodrigues, 2002).

3.2 Programação Genética Gramatical (PGG)

A PGG utiliza uma gramática para controlar a estrutura dos programas. Em outras palavras, o domínio do espaço de busca é moldado pela gramática, notoriamente pelas regras de reprodução. A gramática serve de base para geração dos indivíduos. Conforme Augusto (2004), o objetivo do processo de evolução é encontrar, dentre todos os programas contidos neste espaço de busca, aquele que melhor se adapta ao “ambiente” do problema; o programa mais proficiente segundo a função de aptidão definida para a tarefa em questão. A inserção gramatical na PG em comparação com a forma tradicional de programação apresenta as alterações que podem ser sintetizadas pelos aspectos seguintes: (i) definição da gramática adequada ao problema; (ii) geração de indivíduos de acordo com a gramática estabelecida e (iii) adaptação dos operadores genéticos. Neste contexto, no que se refere à estrutura, a PGG se difere da Programação genética tradicional por necessitar de uma gramática.

A Programação genética gramatical representa cada indivíduo por meio de uma árvores de derivação. Com base em uma gramática, um indivíduo é criado por meio de uma derivação

completa, partindo-se do estado inicial da gramática trabalhada, sendo escolhidos aleatoriamente os nós não-terminais e substituindo-os por algumas de suas derivações até que os nós folha sejam nós terminais. As escolhas são feitas aleatoriamente, pois pode existir mais de uma regra possível (Emer, 2002). Uma representação de árvore de um modelo simples de PGG é mostrada na Fig. 3.

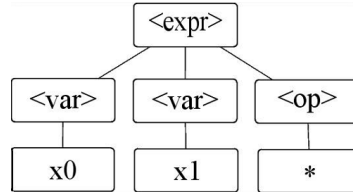


Figura 3: Exemplificação de árvore de derivação (Freitas et al., 2015)

De maneira similar à Programação Genética tradicional, recorrem-se aos operadores genéticos no processo de evolução, os quais modificam os indivíduos (programas) através de recombinações feitas diretamente nas árvores de derivação. O processo evolutivo é o mesmo apresentado no Algoritmo 1. Na Subseção 4.2 é possível identificar detalhadamente os parâmetros utilizados para a tarefa em estudo com base nesta técnica.

4 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Busca-se aqui, apresentar as informações relevantes à implementação do modelo de Programação Genética Gramatical, tal como o conjunto de dados utilizados no desenvolvimento do mesmo. Além disso, atendendo aos objetivos deste trabalho, são estabelecidos e definidos os critérios de avaliação e análise estatística utilizados na comparação das técnicas utilizadas por Kayadelen et al. (2009) com a metodologia aqui desenvolvida.

4.1 Dados Experimentais

O banco de dados utilizado para a implementação do problema de predição do ângulo de atrito dos solos foi extraído de uma série de testes (CD) triaxiais consolidados drenados, realizados em conformidade com a norma ASTM WK 3821 em amostras indeformadas. A base de dados disponibilizada na literatura por Kayadelen et al. (2009) contém as propriedades geotécnicas do solo utilizadas no desenvolvimento do modelo proposto e pode ser visualizada no anexo A. Os parâmetros obtidos dos ensaios e relevantes a este estudo foram: percentual de solos finos (silte e argila), percentual de solos grossos (somente areia), densidade natural do solo (γ_{nat}), limite de liquidez (LL) e o ângulo de atrito interno (ϕ).

4.2 Desenvolvimento do Modelo

O objetivo aqui do desenvolvimento de modelos via PGG é gerar expressões aritméticas para a predição de ϕ . Foram feitas 10 execuções independentes e selecionou o melhor modelo dessas execuções, em termos de acurácia.

Tabela 1: Parâmetros da PGG

Tamanho da População	1000
Profundidade máxima da árvore	64
Número de Gerações	2000
Probabilidade de mutação	0.5
Probabilidade de cruzamento	0.5
Seleção por Torneio	TAM. 2

Quatro parâmetros foram utilizados como entradas aos modelos: percentual de finos (FG), percentual de areia (CG), limite de liquidez (LL) e densidade dos grãos (γ). Assim, foi gerada uma função sob a forma de $y = f (FG , CG , LL , \gamma)$ para ϕ . Para a geração dos modelos foram utilizados os parâmetros de PGG apresentados na Tabela 1.

Tabela 2: Componentes da gramática livre de contexto $G = (N, \Sigma, P, S)$ adotada aqui.

$$N = \{ \langle \text{exp} \rangle, \langle \text{arv} \rangle, \langle \text{base} \rangle, \langle \text{op} \rangle, \langle \text{uop} \rangle, \langle \text{var} \rangle, \langle \text{const} \rangle \}$$

$$\Sigma = \{ +, -, *, /, \text{pow}, \text{log}, \text{exp}, \text{sqrt}, \text{arccos}, \text{arcsin}, \text{arctan}, x_0, x_1, x_2, x_3, \pi, \pi/2, \pi/4, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$P = \{$$

$$\quad \langle \text{exp} \rangle \rightarrow \langle \text{base} \rangle \langle \text{arc} \rangle \mid \langle \text{base} \rangle$$

$$\quad \langle \text{arc} \rangle \rightarrow \text{arccos} \mid \text{arcsin} \mid \text{arctan}$$

$$\quad \langle \text{base} \rangle \rightarrow \langle \text{base} \rangle \langle \text{base} \rangle \langle \text{op} \rangle \mid \langle \text{base} \rangle \langle \text{opu} \rangle \mid \langle \text{var} \rangle \mid \langle \text{const} \rangle$$

$$\quad \langle \text{op} \rangle \rightarrow + \mid - \mid * \mid / \mid \text{pow}$$

$$\quad \langle \text{opu} \rangle \rightarrow \text{sqrt} \mid \text{log} \mid \text{cos} \mid \text{sin} \mid \text{tan}$$

$$\quad \langle \text{var} \rangle \rightarrow x_0 \mid x_1 \mid x_2 \mid x_3$$

$$\quad \langle \text{const} \rangle \rightarrow \pi \mid \pi/2 \mid \pi/4 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$$

$$\quad \}$$

$$S = \{ \langle \text{exp} \rangle \}$$

A gramática usada para a geração dos modelos é apresentada na Tabela 2. Das 122 instâncias, 85 foram utilizadas para treino, 14 para validação e 23 para teste, escolhidas aleatoriamente. Os operandos x_0, x_1, x_2 e x_3 são respectivamente FG, CG, LL e γ . Foi somada à aptidão uma função de penalização, que consiste na altura da árvore que representa o modelo. Essa função tem o objetivo de penalizar modelos precisos porém de grande complexidade, conduzindo o processo evolutivo a favorecer modelos de menor complexidade.

4.3 Critérios de Avaliação

Alguns critérios de verificação estatística, como o coeficiente de correlação (R), a raiz quadrada do erro quadrático médio ($RMSE$), o desvio padrão do erro (σ), o erro percentual absoluto médio (MAPE) e o coeficiente de determinação (R^2) foram calculados sobre o conjunto de treinamento ($n = 85$) para analisar a acurácia do modelo aqui desenvolvido e compará-lo com o resultado obtido pelas técnicas implementadas por kayadelen et al. (2009). Este último consiste em uma medida de ajustamento de um modelo estatístico linear generalizado em relação aos valores estimados. O (R^2) varia entre 0 e 1, e estabelece o quanto o modelo consegue explicar os valores observados. O R^2 é, portanto, uma medida descritiva da qualidade do ajuste obtido. Em geral, R^2 é considerado a quantidade de variabilidade nos dados que é explicada pelo modelo de regressão.

O erro percentual absoluto médio (MAPE) é a média de todos os erros absolutos percentuais, fornecendo uma indicação do tamanho médio do erro, expresso como uma porcentagem do valor observado.

O coeficiente de correlação (R) permite quantificar o grau de associação entre as duas variáveis envolvidas na análise, sendo seu campo de variação de -1 a 1 e quanto maior o seu valor absoluto, maior o grau de associação entre os valores observados e os valores estimados (BRAGA, 2014). A definição deste critério de avaliação é dada por:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i^m - \bar{u}^m)(u_i^c - \bar{u}^c)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (u_i^m - \bar{u}^m)^2 \sum_{i=1}^n (u_i^c - \bar{u}^c)^2}} \quad (3)$$

onde, u_i^m e u_i^c , são os valores experimentais e estimados, respectivamente; \bar{u}^m e \bar{u}^c é a média dos mesmos.

A partir da análise gráfica entre os dados estimados e aqueles obtidos experimentalmente, é possível traçar uma reta que melhor se ajusta a todos os pontos. Logo, o indicador estatístico definido pela raiz quadrada do erro quadrático médio ($RSME$) avalia a extensão de quanto os dados variam de tal reta. Para cada ponto de dados, a fórmula do RMSE permite calcular a diferença entre o valor real do ponto e o valor do mesmo na reta de melhor ajuste, e é dada por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (u_i^m - u_i^c)^2}{n}} \quad (4)$$

onde, u_i^m e u_i^c , são os valores experimentais e estimados, respectivamente e n é o tamanho da amostra.

O desvio padrão (σ) é uma medida de dispersão e o seu valor reflete a variabilidade das observações em relação a média e é definido pela seguinte expressão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2}{n - 1}} \quad (5)$$

em que, e_i é o erro absoluto ($|u_i^m - u_i^c|$), \bar{e} é a média dos erros, e n é o tamanho da amostra.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este estudo tem como objetivo principal explorar a aplicabilidade da técnica de programação genética gramatical para a predição do valor de ϕ dos solos em função de FG (percentual de finos), CG (percentual de areia), LL (limite de liquidez) e γ (densidade natural do solo). Esta seção apresenta os resultados das análises obtidas a partir dessa abordagem e avaliações quantitativas das capacidades de previsão do modelo. A função de predição obtida com PGG é dada por:

$$\phi = \arcsin\left(\frac{2\gamma}{\pi^2 + \frac{\pi}{2} - \gamma}\right) \quad (6)$$

Neste caso, o modelo obtido a partir da PGG demonstra que o ângulo de atrito é uma função da densidade natural do solo, e conseqüentemente, a mesma é a variável de maior significância no modelo gerado.

Através de uma análise gráfica considerando os dados estimados e os dados observados, pode-se verificar a reta que melhor se ajusta a todos os pontos na Fig. 4.

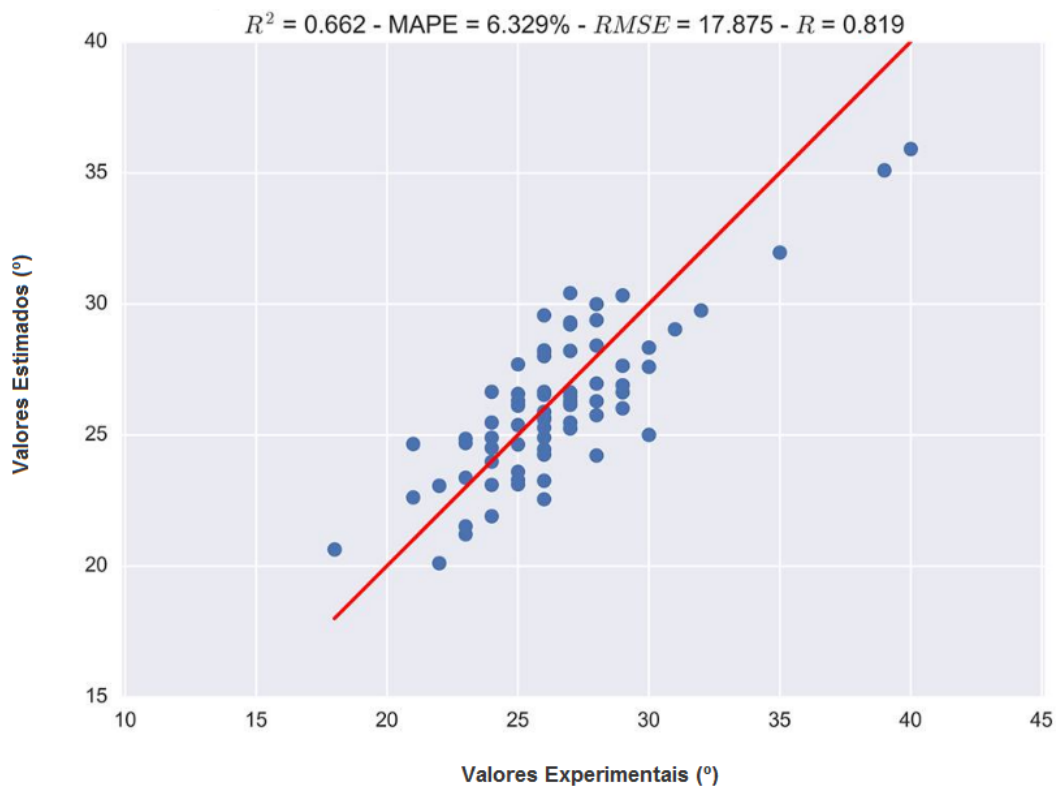


Figura 4: Valores de ângulo de atrito interno do solo preditos com PGG em relação aos observados

Levando em consideração os critérios estatísticos para avaliação do desempenho do modelo, a Tabela 3 apresenta os valores de R , $RMSE$, σ , R^2 e $MAPE$ resultantes da PGG e os valores obtidos pelas técnicas implementadas por Kayadelen et al. (2009).

Tabela 3: Comparação dos resultados obtidos com PGG, e àqueles obtidos por Kayadelen et. al (2009)

	PGG	PEG	RNAs	ANFIS
R	0.819	0.95	0.86	0.89
RMSE	1.938	1.31	2.81	1.90
σ	0.232	0.74	1.95	1.03
R^2	0.662	-	-	-
$MAPE$	6.329%	-	-	-

Neste caso, obteve-se um valor de (R^2) equivalente a 0.662, o que indica que a PGG é uma alternativa de baixa capacidade preditiva na determinação do ângulo de atrito interno do solo. Como pode-se observar o coeficiente de correlação (R) apresentou o pior resultado utilizando a PGG quando comparado aos resultados gerados por outras técnicas.

A raiz quadrada do erro quadrático médio obtida no modelo de PGG foi aproximadamente igual a obtida por ANFIS, apresentando uma melhor acurácia do modelo de PEG. Observa-se também que o desvio padrão do erro foi menor na programação gética gramatical.

Comparando de um modo geral os resultados obtidos nas técnicas consideradas, verifica-se que a programação de expressão gênica é o método mais eficaz na predição de ϕ , pois apresenta excelentes valores de coeficiente de correlação, de desvio padrão do erro e de raiz quadrada do erro quadrático médio.

Portanto, levando-se em consideração a análise estatística dos dados, identifica-se que a programação genética gramatical consiste em um método alternativo para a estimativa do ângulo de atrito interno dos solos, uma vez que o erro percentual absoluto médio (MAPE) foi significativamente baixo, mas não a melhor técnica com base nas demais comparações acima realizadas.

6 CONCLUSÃO

A proposta deste trabalho foi determinar uma expressão aritmética para a predição do ângulo de resistência ao cisalhamento dos solos com base em um banco de dados disponibilizados na literatura. Uma vez que outras técnicas utilizadas para o mesmo fim obtiveram resultados significativos, buscou-se um método diferente dos implementados anteriormente, de forma a verificar se o mesmo apresentaria melhores resultados. Para isso, recorreu-se à implementação da programação genética gramatical e a partir de uma análise estatística foi possível estabelecer tal comparação.

Levou-se em conta critérios estatísticos para a avaliação e análise do melhor modelo de todas as execuções independentes, obtendo por fim o coeficiente de correlação R equivalente a

0.819, a raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE) igual a 1.938, o desvio padrão do erro (σ) de 0.232, o coeficiente de determinação (R^2) equivalente a 0.662 e o erro percentual absoluto médio (MAPE) igual a 6.329%. Comparando estes resultados estatísticos obtidos com os resultados obtidos por Kayadelen et al. (2009) nas técnicas de PEG, RNAs e ANFIS verificou-se que o *RMSE* e *R* foram piores no modelo gerado do que nos apresentados na literatura. O valor do coeficiente de determinação é considerado de baixa capacidade preditiva e determina que o modelo desenvolvido com PGG pode ser utilizado como alternativa na determinação do ângulo de resistência ao cisalhamento dos solos. Apesar do modelo apresentar resultados razoáveis em termos de parâmetros estatísticos, ele ganha em legibilidade devido a simplicidade do mesmo, uma vez que a expressão obtida para o ângulo de atrito ϕ depende somente da densidade natural do solo. É possível concluir que a técnica de programação genética gramatical para a predição do ângulo de atrito dos solos pode ser utilizada para fins práticos de engenharia, com base em testes realizados em solos argilosos e arenosos, e com ampla gama de propriedades, porém não é a mais eficaz para este fim.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio concedido pelas seguintes agências: CNPq, CAPES e FAPEMIG e à Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

Anexo A**Propriedades Geotécnicas dos solos usadas no estudo experimental (Kayadelen et al., 2009)**

Solos Finos (%)	Solos Grossos (%)	Limite de Liquidez (%)	γ nat. (g/cm^3)	ϕ exp. ($^\circ$)
76	24	39	1.781	26
79	21	36	1.801	27
52	48	44	1.804	25
72	29	28	1.800	28
50	51	48	1.828	25
59	41	43	1.765	25
35	65	35	1.705	26
76	24	34	1.715	26
74	27	47	1.814	25
63	37	34	1.831	27
64	37	55	1.532	23
74	26	57	1.431	22
80	21	54	1.552	23
56	44	53	1.776	26
61	39	51	1.718	24
75	25	55	1.467	22
75	25	55	1.467	22
75	25	56	1.572	24
60	40	55	1.704	26
57	43	53	1.640	24
66	34	49	1.609	26
65	35	47	1.651	25
49	51	45	1.832	26
56	44	46	1.720	25
53	47	48	1.778	24
57	43	48	1.743	25
50	50	44	1.806	27
67	33	37	1.770	27
61	39	35	1.770	24

Propriedades Geotécnicas dos solos usadas no estudo experimental (Kayadelen et al., 2009)

Solos Finos (%)	Solos Grossos (%)	Limite de Liquidez (%)	γ nat. (g/cm^3)	ϕ exp. ($^\circ$)
66	34	35	1.728	23
67	33	37	1.770	27
61	39	35	1.770	24
66	34	35	1.728	23
65	35	36	1.758	27
53	48	35	1.979	26
55	45	36	1.885	27
54	46	35	1.914	27
54	46	47	1.826	26
61	39	38	1.910	26
57	43	46	1.739	24
56	44	49	1.649	26
49	51	35	1.831	29
58	43	30	1.799	29
51	49	32	1.845	29
51	49	33	1.745	30
64	36	34	1.726	21
72	28	32	1.806	24
64	36	35	1.726	21
83	17	32	1.806	24
47	53	33	1.832	24
37	63	30	1.913	26
52	48	29	1.904	25
61	39	31	1.806	25
60	40	33	1.838	24
51	49	28	1.966	27
65	35	42	1.660	26
24	76	35	1.902	26
36	64	40	1.748	24

Propriedades Geotécnicas dos solos usadas no estudo experimental (Kayadelen et al., 2009)

Solos Finos (%)	Solos Grossos (%)	Limite de Liquidez (%)	γ nat. (g/cm^3)	ϕ exp. ($^\circ$)
38	62	28	1.922	28
33	67	49	1.737	23
40	60	40	1.790	24
50	50	49	1.689	24
45	55	51	1.668	25
60	40	53	1.641	25
53	47	27	1.962	27
47	53	43	1.759	27
37	63	39	1.882	25
42	58	41	1.812	25
27	73	34	1.946	28
35	65	37	1.958	28
42	58	38	1.841	26
37	63	49	1.702	28
45	55	47	1.809	27
41	59	42	1.826	28
33	67	47	1.848	28
44	56	40	1.886	25
32	68	36	1.813	28
31	69	46	1.739	26
38	62	38	1.822	27
42	58	36	1.912	27
33	67	34	1.881	30
42	58	36	1.912	27
45	55	37	1.837	24
19	81	35	1.926	27
15	85	23	2.016	29
27	73	25	2.020	27
42	58	31	1.970	28

Propriedades Geotécnicas dos solos usadas no estudo experimental (Kayadelen et al., 2009)

Solos Finos (%)	Solos Grossos (%)	Limite de Liquidez (%)	γ nat. (g/cm^3)	ϕ exp. ($^\circ$)
47	53	41	1.785	28
91	9	32	2.000	28
94	6	65	1.550	23
99	1	55	1.533	19
92	8	60	1.498	18
91	9	32	2.058	34
72	28	36	1.673	23
72	28	36	1.638	22
93	7	58	1.613	21
95	5	49	1.865	29
72	28	36	1.708	24
99	1	71	1.655	23
95	5	57	2.093	35
17	83	32	2.233	39
95	5	49	1.883	29
96	4	37	1.638	22
50	50	46	1.792	26
98	2	63	1.638	22
67	33	39	1.883	29
75	25	33	1.883	29
35	65	25	1.918	30
87	14	33	1.988	32
72	28	36	1.760	26
72	28	36	1.813	27
75	25	51	1.708	24
60	40	47	1.918	30
58	42	29	1.953	31
31	69	51	1.872	29
48	53	22	1.848	28

Propriedades Geotécnicas dos solos usadas no estudo experimental (Kayadelen et al., 2009)

Solos Finos (%)	Solos Grossos (%)	Limite de Liquidez (%)	γ nat. (g/cm^3)	ϕ exp. ($^\circ$)
55	45	98	1.778	26
84	16	27	2.268	40
60	40	33	1.823	27
98	2	65	1.743	25
99	1	71	1.655	23
72	28	36	1.725	25

REFERÊNCIAS

- Aguiar, L. A. D., 2011. *Contribuições para a análise do comportamento mecânico de solos compactados para uso em barragens*. Dissertação, Brasília: UnB.
- Al-Hamed, S., Wahby, M., Al-Sulaiman, M., & Aboukarima, A., 2014. Prediction of Soil Fractions (Sand, Silt and Clay) in Surface Layer Based on Natural Radionuclides Concentration in the Soil Using Adaptive Neuro Fuzzy Inference System. *Open Journal of Soil Science*, 215.
- ASTM WK 3821 New test method for consolidated drained triaxial compression test for soils.
- Augusto, D. A., 2004. *Co-Evolução Amostra-Classificador Integrada à Programação Genética Gramatical para a Classificação de Dados*. Tese, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Braga, F.V.A., Robaina, A.D., Peiter, M. X., Nunes, M. S., Pereira, T. S., & Rosso, R.B., 2014. Estimativa do ângulo de atrito interno do solo por meio de regressão linear múltipla. *Tecnol. & Ciên. Agropec.*, v.8, n.4, p. 41-45.
- Das, B. M., 2007. *Fundamentos de engenharia geotécnica*. Thomson Learning. Das, B.M., 2011. *Fundamentos de Engenharia Geotécnica*. Tradução All Tasks: revisão técnico Pérsio Leister de Almeida Barros. São Paulo: Cengage Learning.
- Emer, M. C. F. P., 2002. *Seleção e avaliação de dados de teste baseadas em programação genética*. Tese, Universidade Federal do Paraná.
- Freitas, J. M., Bernardino, H. S., Guerreiro, J. N. C. & Barbosa, H. J., 2014. Aplicação de uma programação genética gramatical na inferência da máxima deformação longitudinal de dutos com amassamento. *Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*.
- Freitas, J. M., Bernardino, H. S., Guerreiro, J. N. C. & Barbosa, H. J., 2015. Aplicação de uma Programação Genética Gramatical Multiobjetivo na Inferência da Máxima Deformação Longitudinal de Dutos com Amassamento. *Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*, p. 1-17.
- Hernandez, H. M., 2002. *Caracterização geomecânica de rejeitos aplicada a barragens de aterro hidráulico*. Dissertação, Brasília: UnB.
- Inhasz, R., 2010. *Programação genética: operadores de crossover, blocos construtivos e emergência semântica*. Tese, Universidade de São Paulo.
- Kayadelen, C., Günaydin, O., Fener, M., Demir, A., & Özvan, A., 2009. Modeling of the angle of shearing resistance of soils using soft computing systems. *Expert Systems with Applications*, 36(9), 11814-11826.
- Koza, J. R., 1992. *Genetic programming: on the programming of computers by means of natural selection* (Vol. 1). MIT press.
- Mollahasani, A., Alavi, A. H., Gandomi, A. H., & Rashed, A., 2011. Nonlinear neural-based modeling of soil cohesion intercept. *KSCIE Journal of Civil Engineering*, 15(5), 831-840.
- Mousavi, S. M., Alavi, A. H., Mollahasani, A., Gandomi, A. H., Esmaeili, M. A., 2013. Formulation of soil angle of shearing resistance using a hybrid GP and OLS method. *Engineering with Computers*, 29(1), 37-53.

- Pinto, C. D. S., 2000. Curso básico de Mecânica dos solos. *São Paulo: Oficina de Textos.*
- Rodrigues, E. L. M., 2002. *Evolução de Funções em Programação Genética orientada a gramáticas.* Tese, Universidade Federal do Paraná.
- Samui, P., & Kim, D., 2015. Determination of the Angle of Shearing Resistance of soils Using Multivariate Adaptive Regression Spline. *Marine Georesources & Geotechnology*, 33(6), 542-545.
- Souza, L. V., 2006. *Programação genética e combinação de preditores para previsão de séries temporais.* Tese, Universidade Federal do Paraná.