



IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO DE JIANG PARA PLASTICIDADE CÍCLICA

Raniere Silva Neves

Lucival Malcher

raniere_neves@aluno.unb.br

malcher@unb.br

Universidade de Brasília - UnB

Campus Universitário Darcy Ribeiro, 70910-900, Brasília, Distrito Federal, Brasil

Resumo. A capacidade de prever de forma confiável o comportamento elastoplástico de um componente submetido a carregamentos vem ganhando importância no setor industrial. Atualmente a mecânica computacional possui números modelos constitutivos que cumprem tal tarefa, porém cada modelo possui suas limitações. Tendo isso em vista, este trabalho busca apresentar a importância da modulação do endurecimento cinemático na simulação de componentes dúcteis submetidos à plasticidade cíclica, por meio da implementação do modelo constitutivo endurecimento cinemático proposto por Jiang (1996) utilizando a linguagem FORTRAN e realização de um estudo comparativo entre os resultados encontrados pelos modelos de Jiang e Chaboche e também dados experimentais retirados da literatura, para a simulação do comportamento elastoplástico de três aços distintos (Aço 304, S460N e SAE 1045 HR) submetidos a históricos de carregamentos cíclicos proporcionais e não-proporcionais.

Palavras chaves: Modelos Constitutivos, Plasticidade Cíclica, Endurecimento Cinemático, Jiang.

Abstract. The ability to predict reliably the elastoplastic behavior of a component subjected to loads is becoming increasingly important in the industrial sector. Currently, computational mechanics has numbers constitutive models that fulfill such a task, but each model has its limitations. With this in mind, this paper search to present the importance of modulation of kinematic hardening in the simulation of ductile components subjected to cyclic plasticity, through the implementation of constitutive model kinematic hardening proposed by Jiang

(1996) using FORTRAN and conducting a comparative study of the results found by models Jiang and Chaboche and also experimental data taken from literature, for the simulation of the elastoplastic behavior of three different steels (steel 304, S460N and SAE 1045 HR) subjected to cyclic loading histories proportional and non-proportional.

Keywords: Constitutive Models, Cyclic Plasticity, Kinematic Hardening, Jiang.

1 INTRODUÇÃO

Diante do cenário econômico das últimas décadas, as indústrias vem investindo incessantemente na melhoria dos seus processos e produtos, sempre visando aumentar a sua produtividade e competitividade no mercado, porém sem comprometer a qualidade e preço dos seus produtos. Contudo, para que seja possível propor melhorias de projeto como, por exemplo, reduzir uma seção ou substituir a matérias primas de um componente, é indispensável que se conheça, de maneira confiável, como o componente se comportará ao ser submetido ao esforços de trabalho para qual o mesmo foi projetado.

Por esse motivo, a mecânica computacional vem ganhando cada vez mais espaço no cenário industrial como uma ferramenta de auxílio no processo de criação e otimização de projetos. A mecânica computacional, por meio de formulações matemáticas conhecidas como modelos constitutivos, possibilita a realização de ensaios numéricos de estruturas complexas para a previsão do seu comportamento elastoplástico de maneira aproximada ainda durante a fase de projeto, proporcionando assim a oportunidade do projetista identificar possíveis pontos críticos ou seções superdimensionadas antes mesmo da construção de protótipos, o que facilita caso seja necessário realizar alguma alteração de projeto.

Porém, a utilização de modelos constitutivos requer cuidado e um certo grau de conhecimento por parte do usuário, pois apesar dos grandes avanços da mecânica computacional, os modelos constitutivos atuais são capazes de apresentar resultados confiáveis apenas para condições específicas de utilização, pois eles ainda são dependentes de variáveis como tipo de carregamento, propriedades mecânicas do material e pontos de calibração, e utilizar um modelo constitutivo fora das condições as quais ele foi desenvolvido pode gerar erros de dimensionamento do projeto.

Quando se acrescenta o efeito de um carregamento cíclico a um modelo constitutivo elastoplástico que não foi formulado para tal aplicação, sua capacidade preditiva é prejudicada ainda mais, visto que a modelação do comportamento cinemático do material precisa também ser introduzida ao modelo. Um dos principais efeitos que neste caso precisa ser adicionado à lei de fluxo plástico é o chamado efeito de Bauschinger. Esse efeito estabelece entre outras coisas que o material se comporta diferentemente em tração e compressão, quando em uma das direções ele atinge o limite plástico (Prager, 1955), configurando assim o chamado endurecimento cinemático do material.

Para análise de componentes submetidos à cargas alternadas em regime plástico, destacam-se os modelos de plasticidade cíclica de Prager (1956), Armstrong-Frederick (1966) e Chaboche (1986), porém existem diversos outros modelos, como por exemplo os modelos de Ohno-Wang (1993) e Jiang (1996).

O presente trabalho tem como objetivo realizar um estudo da capacidade preditiva do modelo constitutivo de endurecimento cinemático proposto por Jiang na simulação numérica do comportamento elastoplástico de materiais dúcteis submetidos à históricos de carregamentos cíclicos proporcionais e não proporcionais.

2 FORMULAÇÃO CONSTITUTIVA E ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO NUMÉRICA

2.1 Formulação Constitutiva

Considerando a hipótese de que o modelo seja independente do tempo para pequenas deformações, isto significa desconsiderar o efeito viscoelástico durante a análise (Simo e Hughes, 1998), o processo de elaboração de modelos elastoplásticos para plasticidade cíclica com lei de endurecimento cinemático acoplado é composto por três itens básicos:

1- *Função de escoamento*: Para o desenvolvimento do trabalho, foi escolhida a função de escoamento de von Mises (1913) com a abordagem do endurecimento cinemático. O critério de escoamento escolhido é representado pela Equação (1):

$$\Phi = q - \sigma_{y0} \quad (1)$$

Onde q é a tensão equivalente de von Mises e σ_{y0} é a tensão de escoamento do material sob cargas de tração.

2- *Lei de fluxo plástico*: Considerando a hipótese da lei associativa para a evolução da deformação plástica que considera que a direção de evolução da deformação plástica é normal à superfície do domínio elástico, a lei de fluxo plástico $\dot{\epsilon}^p$ representa a taxa de evolução da deformação plástica e é obtida com a derivada parcial da função de escoamento em relação ao tensor tensão, conforme a Equação (2).

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = \dot{\gamma} N \quad (2)$$

Onde $\dot{\gamma}$ é o multiplicador plástico. Para o caso específico da superfície de escoamento de von Mises, a derivada parcial da função de escoamento em relação ao tensor tensão recebe o nome de Vetor de Fluxo N .

3- *Lei de endurecimento cinemático*: Para elaborar um modelo constitutivo para análise de componentes submetidos à plasticidade cíclica é indispensável incluir o Efeito Bauschinger por meio da modulação matemática do endurecimento cinemático realizada com a introdução do tensor cinemático β .

Para a elaboração de um modelo matemático consistente, é necessário definir a taxa de variação do tensor cinemático em relação ao tempo, também conhecida como lei de endurecimento cinemático.

De uma maneira genérica, a lei endurecimento cinemático pode ser definida em função das variáveis de estado, conforme a Equação (3):

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \boldsymbol{\beta}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p, \text{etc}) \quad (3)$$

2.2 Lei de Endurecimento Cinemático de Jiang

Na literatura atual existem inúmeras leis de endurecimento cinemático, entre elas se destacam as de Prager (1956), Armstrong-Frederick (1966), Chaboche (1989), Ohno-Wang (1993) e Jiang (1996). Para a realização deste trabalho foi escolhido o modelo de Jiang devido a sua boa capacidade preditiva para carregamentos cíclicos não proporcionais.

Em 1996, Jiang e Sehitoglu propuseram uma melhoria para o modelo multilinear de Ohno-Wang (1993) com o objetivo de desenvolver um modelo mais consistente sob condições de carregamentos não proporcionais, conforme a Equação (4):

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{2}{3} H_i^k \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - b_i \left(\frac{q}{H_i^k / b_i} \right)^{m_i} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \boldsymbol{\beta}_i \right] \quad (4)$$

Para carregamentos proporcionais, os modelos de Jiang e Ohno-Wang apresentam resultados próximos, contudo o modelo de Jiang ganha importância quando se analisa condições de carregamento não proporcional, pois o modelo de Jiang supera a incapacidade do modelo de Ohno-Wang em prever o colapso incremental nesses tipos de carregamentos Ohno-Wang, (Bari e Hassan, 2000). Isso ocorre, pois no modelo de Jiang, independente da posição do tensor cinemático na superfície de escoamento do material, geometricamente, o $\dot{\boldsymbol{\beta}}_i$ sempre gera um ângulo obtuso com o $\boldsymbol{\beta}_i$, não comprometendo assim a capacidade preditiva do modelo em carregamentos não proporcionais (Jiang e Sehitoglu, 1996a).

2.3 Modelo Numérico de von Mises com Endurecimento Cinemático de Jiang

Dentro do contexto de pequenas deformações, assume-se que a deformação total sofrida por um corpo pode ser decomposta em duas parcelas, uma elástica e outra plástica. Para os casos multiaxiais, esta decomposição aditiva pode ser representada pela soma dos tensores de deformação elástica $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ e deformação plástica $\boldsymbol{\varepsilon}^p$, conforme a Equação (5):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (5)$$

Em seguida, assume-se um comportamento elástico isotrópico para a relação tensão/deformação durante o regime elástico, que pode ser descrito pela lei de Hooke generalizada, conforme a Equação (6):

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{D} : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (6)$$

Onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor tensão de Cauchy e \mathbb{D} o tensor elástico isotrópico.

Como apresentado na seção 2, a função de escoamento de von Mises (1913) é definida pela Equação (1), mas agora devido a introdução o efeito do endurecimento plástico, a tensão equivalente de von Mises q passa a ser definida com base no segundo invariante do tensor relativo $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{S} - \boldsymbol{\beta}$ (onde $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}$ é o tensor das tensões desviadoras) e a Equação (1) pode ser reescrita na forma da Equação (7):

$$\Phi = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{\eta}:\boldsymbol{\eta} - \sigma_{y0}} \quad (7)$$

O Vetor de Fluxo para o modelo que está sendo elaborado pode ser encontrado pela derivada da Função de escoamento em função do tensor tensão, conforme apresentado na Equação (8):

$$\boldsymbol{N} = \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (8)$$

Realizando os cálculos, a Equação (8) pode ser reescrita na forma da Equação (9).

$$\boldsymbol{N} = \frac{3\boldsymbol{\eta}}{2q} \quad (9)$$

Logo a lei de fluxo plástico pode ser definida pela Equação (10):

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P = \dot{\gamma} \frac{3\boldsymbol{\eta}}{2q} \quad (10)$$

Para o caso do Modelo matemático abordado neste trabalho, além da Lei de evolução de Fluxo Plástico, se faz necessário também a definição da lei de evolução para a deformação plástica equivalente $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^P$ e o tensor cinemático do material $\boldsymbol{\beta}$.

A lei de evolução da para a deformação plástica equivalente $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^P$ é apresentada abaixo pela Equação (11):

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}^P = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P} \quad (11)$$

Substituindo na Equação (11) a Equação (10), chega-se a conclusão que a lei de evolução da para a deformação plástica equivalente tem o mesmo valor do multiplicador plástico, conforme apresentado na Equação (12).

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}^P = \dot{\gamma} \quad (12)$$

Já a lei de evolução para o endurecimento cinemático utilizando a metodologia de Jiang pode ser dada pela Equação (13):

$$\dot{\beta} = \sum_{i=1}^n \frac{2}{3} H_i^k \dot{\epsilon}^p - b_i \beta_i \dot{\bar{\epsilon}}^p \left(\frac{q_i b_i}{H_i^k} \right)^{m_i} \quad (13)$$

Onde o expoente m_i é dado pela Equação (14):

$$m_i = A_{oi} \left\langle 2 - N: \frac{\beta_i}{q_i} \right\rangle \quad (14)$$

Com o intuito de facilitar a elaboração do modelo numérico, a partir dessa etapa do trabalho, será adotada a estratégia de simplificação do modelo de Jiang onde o expoente m_i passa a ser tratado como uma constante.

Por fim, adota-se a condição de complementaridade de Kuhn-Tucker expressa pela Equação (15):

$$\dot{\gamma} \geq 0; \quad \Phi \leq 0; \quad \dot{\gamma} \Phi = 0 \quad (15)$$

O modelo constitutivo apresentado é escrito de maneira resumida no Quadro 1.

Quadro 1. Modelo constitutivo com função de escoamento de von Mises e endurecimento cinemático de Jiang.

| |
|---|
| <p>1) Decomposição aditiva das deformações: $\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$</p> <p>2) Lei Elástica: $\sigma = \mathbb{D}^e: \epsilon^e$</p> <p>3) Função de Escoamento: $\phi = \sqrt{\frac{3}{2} \eta: \eta} - \sigma_{y0}$ Onde: $\eta = s - \beta$</p> <p>4) Lei de Fluxo Plástico: $\dot{\epsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{3\eta}{2q}$</p> <p>5) E Lei de Evolução das Outras Variáveis Internas: $\dot{\bar{\epsilon}}^p = \dot{\gamma}$</p> $\dot{\beta} = \sum_{i=1}^n \frac{2}{3} H_i^k \dot{\epsilon}^p - b_i \beta_i \dot{\bar{\epsilon}}^p \left(\frac{q_i b_i}{H_i^k} \right)^{m_i}$ <p>6) Regra de Complementaridade: $\dot{\gamma} \geq 0, \quad \phi \leq 0, \quad \dot{\gamma} \phi = 0$</p> |
|---|

2.4 Estratégia de Integração Numérica

Para a solução do conjunto de equações do modelo constitutivo de Jiang apresentado na seção anterior se faz necessário a formulação de um algoritmo de integração numérica das equações de evolução, uma vez que se trata de um modelo elastoplástico e portanto, dependente da trajetória. Esta estratégia consiste em formular procedimentos de integração numérica capazes de atualizar as variáveis internas conhecidas, geralmente denominadas por α_n , no tempo t_n , para obter as variáveis internas α_{n+1} no tempo t_{n+1} , onde o incremento de deformação $\Delta\epsilon$ se assume conhecido. Além disso, a discretização das equações constitutivas dentro do chamado pseudo-tempo $[t_n, t_{n+1}]$ é aplicada ao modelo, baseado n esquemas de Euler implícito (Simo e Hughes, 1998).

O procedimento de atualização das tensões baseado na chamada metodologia da decomposição do operador, também conhecida como metodologia do “operador split” (Simo e Hughes, 1998; De Souza Neto et al., 2008), é especialmente adequado para a integração numérica do problema de evolução e têm sido amplamente utilizados na plasticidade computacional.

A metodologia da decomposição do operador consiste em dividir o problema em duas partes: Um preditor elástico, onde se monta um chamado “estado tentativa” assumindo-se o problema como completamente elástico, e um corretor plástico, onde a partir da violação da equação de lei elástica, faz-se uma correção do estado tentativa construído anteriormente, tendo como base a resolução, por meio do método de Newton-Raphson, de um sistema não linear de equações formado pela lei elástica, a função de escoamento e as equações de evolução. O método de Newton-Raphson é escolhido para solucionar o problema devido ao fato de se atingir uma taxa quadrática de convergência para a solução.

O algoritmo de retorno para o modelo de von Mises com endurecimento cinemático de Jiang com três termos é apresentado de forma resumida no Quadro 2.

3 SIMULAÇÕES

Com o objetivo de avaliar a capacidade do modelo numérico de Jiang proposto na seção anterior em descrever o comportamento elastoplástico de materiais dúcteis sob diferentes configurações de carregamento, sejam eles uniaxiais ou multiaxiais proporcionais ou não proporcionais, o modelo foi utilizado nas simulações de quatro históricos de carregamentos cíclicos com características distintas aplicados em três diferentes tipos de matérias: O aço 304 (Itoh, 2001), o aço S460N (Jiang et al., 2007) e o aço SAE 1045 HR (FATEMI, 1998).

Em seguida, os resultados encontrados com o modelo de Jiang foram comparados como os resultados experimentais apresentados pela literatura e também com os resultados encontrados para o modelo de Chaboche quando utilizados para simular os mesmos históricos de carregamento, para que por fim fosse possível determinar o nível de exatidão dos resultados encontrados por Jiang.

Para as simulações foram usados, tanto para o modelo de Jiang quanto de Chaboche, o somatório de apenas três leis de endurecimento cinemático, onde a terceira leis será considerada como uma lei de evolução linear para ambos os modelos.

Quadro 2 - Algoritmo de atualização das tensões e variáveis internas para o modelo de von Mises com endurecimento cinemático de Jiang.

1) Dado um incremento de deformação $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$, determinar o estado tentativa:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e \text{ trial}} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} & \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{p \text{ trial}} &= \boldsymbol{\varepsilon}_n^p \\ \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} &= \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e \text{ trial}} & \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{i \text{ trial}} &= \boldsymbol{\beta}_n^i & \bar{q}_{n+1}^{trial} &= \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\eta}_{n+1} : \boldsymbol{\eta}_{n+1}} \end{aligned}$$

2) Verificar a admissibilidade plástica:

$$\phi^{trial} = \bar{q}_{n+1}^{trial} - \sigma_{y0}$$

Se $\phi^{trial} \leq 0$, então (passo elástico): $(*)_{n+1} = (*)^{trial}_{n+1}$;
 Se $\phi^{trial} > 0$, então (passo plástico): Algoritmo de retorno

3) Algoritmo de retorno:
 Resolver o sistema de equações não lineares pelo método de Newton-Raphson, tendo como variáveis \mathcal{S}_{n+1} , $\boldsymbol{\beta}_{n+1}^1$, $\boldsymbol{\beta}_{n+1}^2$, $\boldsymbol{\beta}_{n+1}^3$ e $\Delta \gamma$.

$$\left\{ \begin{aligned} R_{\mathcal{S}_{n+1}} &= \mathcal{S}_{n+1} - \mathcal{S}_{n+1}^{trial} + 2G\Delta\gamma \mathbf{N}_{n+1} \\ R_{\Delta\gamma} &= \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\eta}_{n+1} : \boldsymbol{\eta}_{n+1}} - \sigma_{y0} \\ R_{\boldsymbol{\beta}_{n+1}^1} &= \boldsymbol{\beta}_{n+1}^1 - \boldsymbol{\beta}_n^1 - \Delta\gamma \left[\frac{2H_1^k}{3} \mathbf{N}_{n+1} - b_1 \boldsymbol{\beta}_{n+1}^1 \left(\frac{q_{n+1} b_1}{H_1^k} \right)^{m_1} \right] \\ R_{\boldsymbol{\beta}_{n+1}^2} &= \boldsymbol{\beta}_{n+1}^2 - \boldsymbol{\beta}_n^2 - \Delta\gamma \left[\frac{2H_2^k}{3} \mathbf{N}_{n+1} - b_2 \boldsymbol{\beta}_{n+1}^2 \left(\frac{q_{n+1} b_2}{H_2^k} \right)^{m_2} \right] \\ R_{\boldsymbol{\beta}_{n+1}^3} &= \boldsymbol{\beta}_{n+1}^3 - \boldsymbol{\beta}_n^3 - \Delta\gamma \left[\frac{2H_3^k}{3} \mathbf{N}_{n+1} - b_3 \boldsymbol{\beta}_{n+1}^3 \left(\frac{q_{n+1} b_3}{H_3^k} \right)^{m_3} \right] \end{aligned} \right.$$

4) Atualizar as outras variáveis internas:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \mathcal{S}_{n+1} + p_{n+1}^{trial} \mathbf{I} & \boldsymbol{\beta}_{n+1} &= \boldsymbol{\beta}_{n+1}^1 + \boldsymbol{\beta}_{n+1}^2 + \boldsymbol{\beta}_{n+1}^3 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e &= \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e \text{ trial}} - \Delta\gamma \mathbf{N}_{n+1} & \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p &= \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{p \text{ trial}} + \Delta\gamma \mathbf{N}_{n+1} \end{aligned}$$

5) Fim

3.1 Históricos de Carregamentos

Os quatro históricos de carregamentos cíclicos utilizados para a realização das simulações estão listados abaixo:

- Uniaxial do tipo tração pura (Trajetória A): São prescritas apenas deformações do tipo normal;

- Uniaxial do tipo torção pura (Trajetória B): São prescritas apenas deformações do tipo cisalhante;
- Multiaxial proporcional (Trajetória C): É prescrita uma combinação de deformações do tipo normal e cisalhante em uma proporção linear;
- Multiaxial não proporcional com trajetória retangular (Trajetória D): É prescrita uma combinação de deformações do tipo normal e cisalhante com uma trajetória retangular.

Os históricos de carregamentos utilizados nas simulações são apresentados na Figura 1.

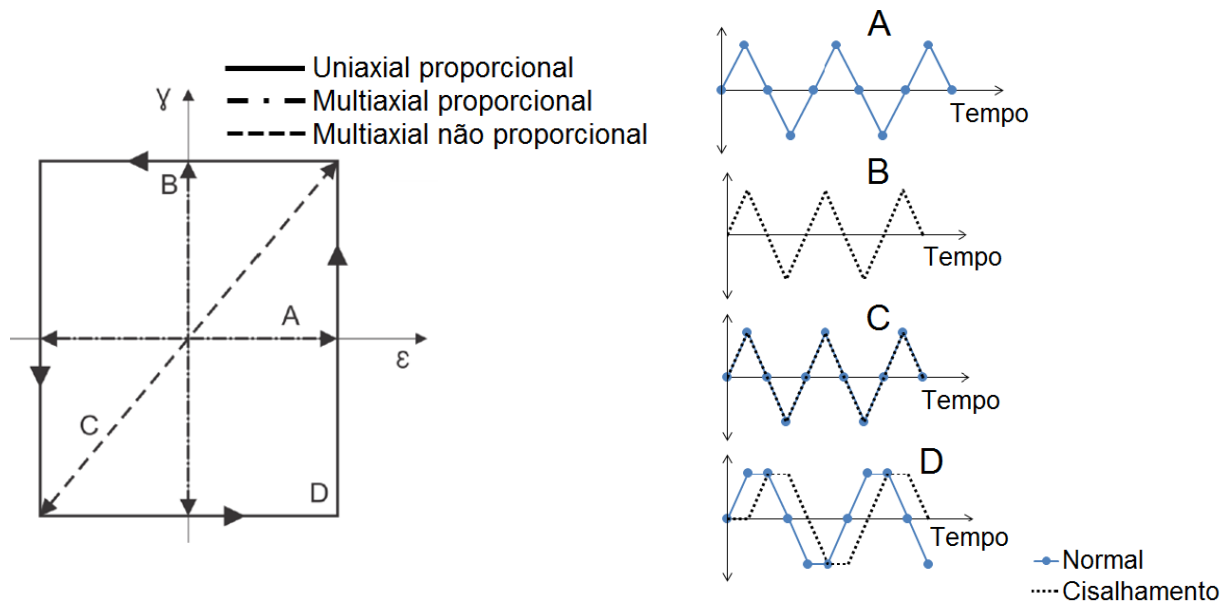


Figura 1. Históricos de deformação considerados nas simulações

3.2 Parâmetros dos Materiais

Para obter os parâmetros materiais necessários para utilização do modelo de Jiang proposto na seção anterior (H_i^K , b_i , m_i e σ_{y0}^{Jiang}) foi realizado um ajuste entre a curva tensão/deformação do modelo e a curva da relação Ramberg-Osgood (1943), que pode ser expressa pela Equação (16):

$$\varepsilon_a^p = \left(\frac{\sigma_a}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (16)$$

Onde H' e n' são conhecidos como coeficiente e expoente de encruamento cíclico do material. Para este trabalho, seus valores foram obtidos de Itoh (2001) para o aço 304, Jiang et al.(2007) para o aço S460N e Lesse & Morrow (1985) para o aço 1045 HR.

Os parâmetros de Ramberg-Osgood encontrados para os aços 304, S460N e SAE 1045 HR utilizado nas simulações estão listados na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros materiais dos aços utilizados no trabalho.

| Propriedade | 304 | | S460N | | 1045 HR | |
|------------------|----------|--------|----------|-------|----------|-------|
| | Chaboche | Jiang | Chaboche | Jiang | Chaboche | Jiang |
| H' [MPa] | 2443,2 | 2443,2 | 1115 | 1115 | 1258 | 1258 |
| n' | 0,334 | 0,334 | 0,161 | 0,161 | 0,208 | 0,208 |
| E [GPa] | 193 | 193 | 208,5 | 208,5 | 202 | 202 |
| ν | 0,29 | 0,29 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 |
| σ_e [MPa] | 118,5 | 118,5 | 264,1 | 264,1 | 194,6 | 194,6 |
| H_1^k [GPa] | 89,6 | 35,8 | 38,2 | 33,3 | 39,1 | 32,9 |
| b_1 | 1547,7 | 619,5 | 486 | 602,4 | 477,3 | 606,5 |
| m_1 | - | 1,28 | - | 0,64 | - | 0,77 |
| H_2^k [GPa] | 46,8 | 41,7 | 90,5 | 36,9 | 87,6 | 35,4 |
| b_2 | 454,3 | 405,1 | 1637,5 | 469,4 | 1612,6 | 432,1 |
| m_2 | - | 0,82 | - | 0,03 | - | 0,12 |
| H_3^k [MPa] | 28,1 | 28,1 | 15,9 | 15,9 | 17,9 | 17,9 |
| b_3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| m_3 | - | 0 | - | 0 | - | 0 |

3.3 Resultados

3.3.1 Carregamentos proporcionais

Os resultados encontrados para as simulações utilizando as trajetórias proporcionais A, B e C e os aços 304 e S460 são apresentados nas Figuras 2, 3 e 4.

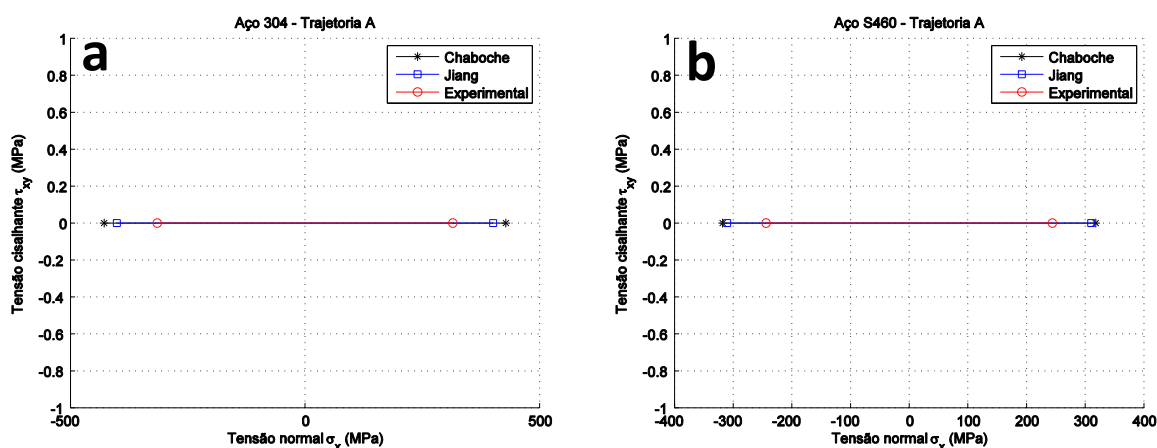


Figura 2 - Comparação das amplitudes de tensão resultantes da simulação de carregamento uniaxial do tipo tração pura (Trajetória A) para os modelos Jiang e Chaboche com os aços 304 (a) e S460N (b).

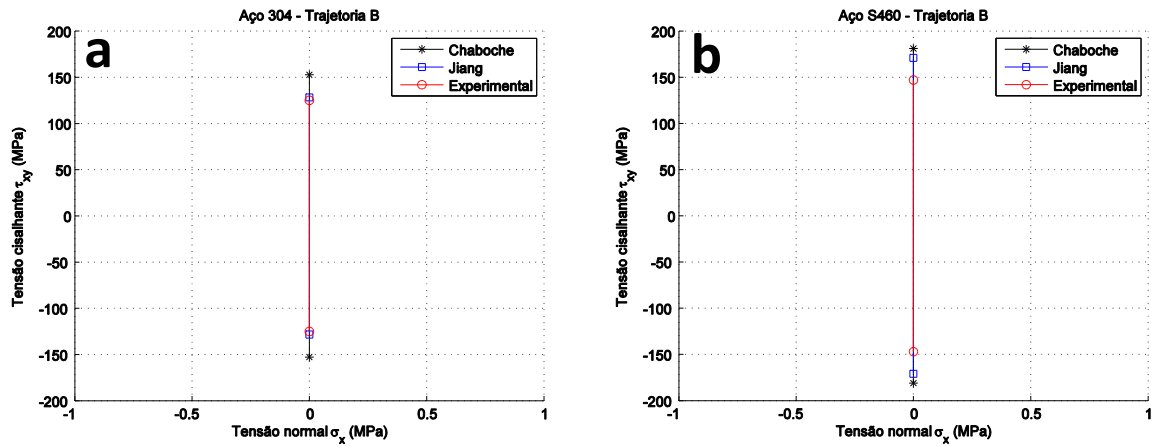


Figura 3 - Comparação das amplitudes de tensão resultantes da simulação de carregamento uniaxial do tipo torção pura (Trajetória B) para os modelos Jiang e Chaboche com os aços 304 (a) e S460N (b).

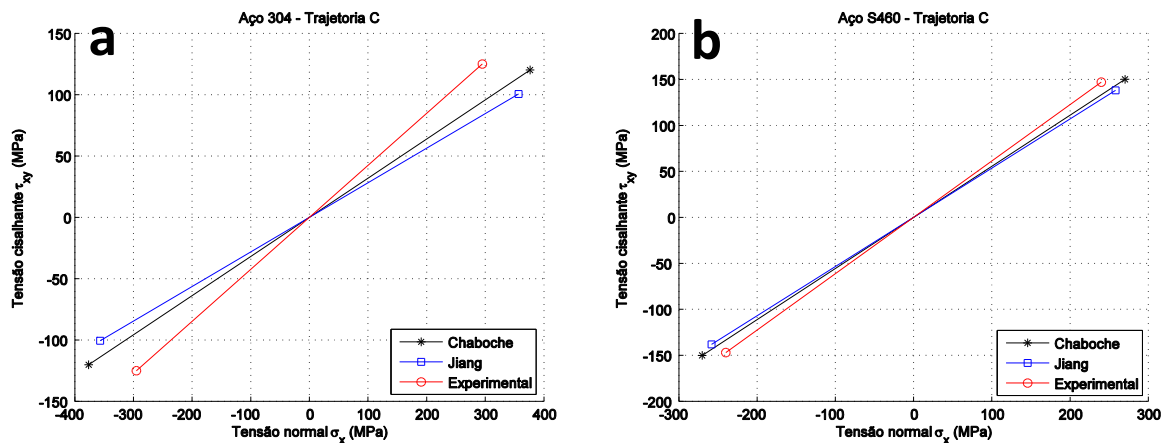


Figura 4 - Comparação das amplitudes de tensão resultantes da simulação de carregamento multiaxial proporcional (Trajetória C) para os modelos Jiang e Chaboche com os aços 304 (a) e S460N (b).

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos para os modelos de Chaboche e Jiang e os resultados experimentais para os aços 304 (Itoh, 2001) e aço S460N (Pereira, 2014).

Tabela 2 - Amplitudes de deformação prescritas e amplitudes de tensão experimentais e encontradas pelos modelos de Chaboche e Jiang para as trajetórias A, B e C e aços 304 e S460.

| Material | Trajetoária | ε_a (%) | γ_a (%) | σ_a^{exp} (MPa) | τ_a^{exp} (MPa) | σ_a^{CH} (MPa) | τ_a^{CH} (MPa) | σ_a^{Jiang} (MPa) | τ_a^{Jiang} (MPa) |
|-----------|-------------|---------------------|----------------|------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|--------------------------|------------------------|
| Aço 304 | A | 0,4 | 0 | 315 | 0 | 428,2 | 0 | 401,1 | 0 |
| | B | 0 | 0,695 | 0 | 125 | 0 | 152,7 | 0 | 128,3 |
| | C | 0,4 | 0,695 | 295 | 125 | 376,3 | 120,2 | 356,9 | 100,6 |
| Aço S460N | A | 0,173 | 0 | 244 | 0 | 318 | 0 | 310,3 | 0 |
| | B | 0 | 0,3 | 0 | 147 | 0 | 181 | 0 | 170,8 |
| | C | 0,173 | 0,3 | 244 | 147 | 270,3 | 150,1 | 258,2 | 138,0 |

Analisando os resultados de amplitudes de tensão encontrados para os carregamentos proporcionais, nota-se que para os carregamentos uniaxiais (Trajetórias A e B) as amplitudes de tensão normal e cisalhante encontradas pelo modelo de Jiang se aproximam mais dos valores de amplitude experimentais do que as encontradas pelo modelo de Chaboche. Porém, em ambos os modelos as amplitudes encontradas estão sobrestimadas em relação aos valores experimentais.

Já para o carregamento multiaxial proporcional (Trajetória C), ambos modelos encontram valores de amplitudes de tensão próximos dos valores experimentais para o aço S460N. Contudo, para o aço 304 a análise dos resultados em amplitude de tensões encontradas é inconclusiva, já que nenhum dos modelos se aproxima de forma satisfatória dos valores experimentais.

Vale apenas ressaltar que mesmo utilizando o modelo de Jiang para simular históricos de carregamentos proporcionais, a utilização de um expoente m_i diferente de zero ativa no modelo o termo de não proporcionalidade, o que acaba podendo acarretar uma distorção dos resultados encontrados, devido à inclusão indevida dos efeitos de uma não proporcionalidade em um carregamento proporcional.

3.3.2 Carregamentos não proporcionais

Os resultados encontrados para as simulações utilizando as trajetórias não proporcionais D e os aços 304, S460 e 1045 HR são apresentados na Figura 5.

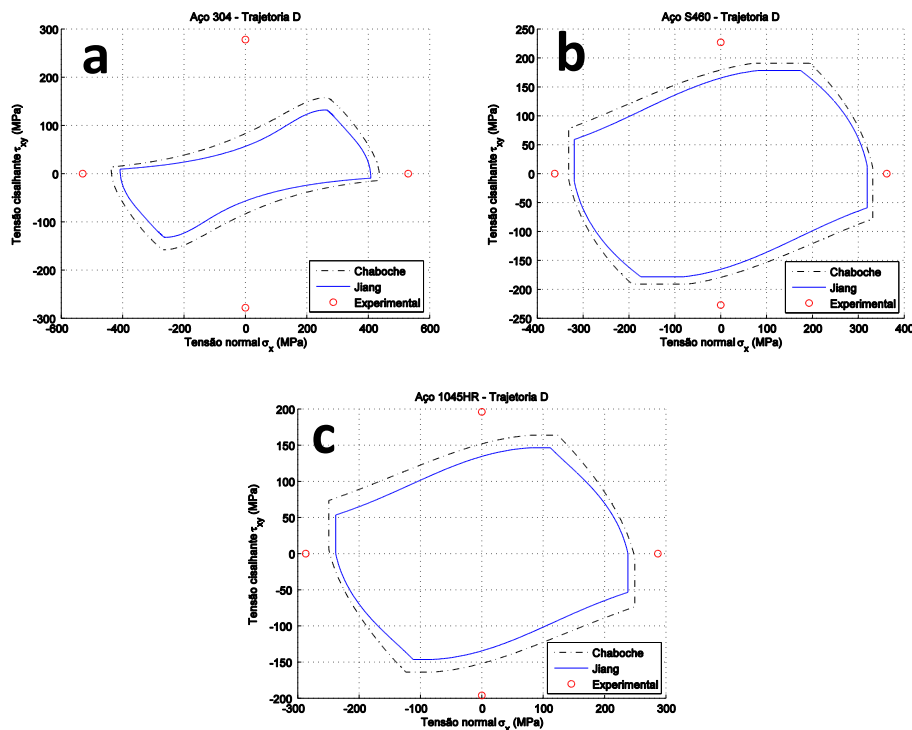


Figura 5 - Comparação das amplitudes de tensão resultantes da simulação de carregamento multiaxial não proporcional (Trajetória D) para os modelos Jiang e Chaboche com os aços 304 (a), S460N (b) e SAE 1045HR (c).

A Tabela 5 apresenta os resultados obtidos para os modelos de Chaboche e Jiang e os resultados experimentais para os aços 304 (Itoh, 2001), aço S460N (Jiang et al., 2007) e aço 1045 HR (FATEMI, 1998).

Tabela 3 - Amplitudes de deformação prescritas e amplitudes de tensão experimentais e encontradas pelos modelos de Chaboche e Jiang para a trajetória D e aços 304, S460 e 1045 HR.

| Aço | | 304 | S460N | 1045 HR |
|-------------------|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <i>Trajatória</i> | | <i>Retangular</i> | <i>Retangular</i> | <i>Retangular</i> |
| Deformação | ε_a (%) | 0,4 | 0,173 | 0,13 |
| | γ_a (%) | 0,695 | 0,3 | 0,34 |
| Experimental | σ_a (MPa) | 530 | 362 | 286,8 |
| | τ_a (MPa) | 278 | 227 | 196 |
| Chaboche | σ_a (MPa) | 437,2 | 331,4 | 249,3 |
| | τ_a (MPa) | 157,8 | 190,9 | 163,7 |
| Jiang | σ_a (MPa) | 408,1 | 319,4 | 238 |
| | τ_a (MPa) | 132,1 | 178,2 | 146,4 |

Analisando os resultados de amplitudes de tensão encontrados nesta seção, nota-se que para o carregamento multiaxial não proporcional (Trajetórias D) as amplitudes de tensão normal e cisalhante encontradas pelo modelo de Jiang são subestimadas em relação às amplitudes encontradas pelo modelo de Chaboche, que por sua vez também são subestimadas em relação aos valores experimentais retirados da literatura, principalmente para os caso das tensões cisalhantes.

Essa distorção dos resultados encontrados pelo modelo de Jiang ocorre devido o fato de ter sido utilizado valores constantes para o expoente m_i durante as simulações. Os resultados encontrados mostram que a utilização dessa estratégia de simplificação do modelo de Jiang penaliza a capacidade preditiva do mesmo, pois diminui sua sensibilidade aos efeitos da não proporcionalidade do carregamento, independente do tipo de aço utilizado na análise.

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho, apresentou-se um estudo sobre a utilização do modelo de endurecimento cinemático de Jiang utilizando a estratégia de simplificação do modelo onde se assumiu apenas valores constantes para o expoente m_i na simulação do comportamento elastoplástico de três diferentes tipos de aços (304, S460N e SAE 1045 HR) submetidos a carregamentos cíclicos de naturezas tanto proporcionais quanto não proporcionais.

Após a análise dos resultados, notou-se que para os casos dos históricos de carregamentos proporcionais (Trajetórias A, B e C), apesar da presença do termo de não proporcionalidade no modelo de Jiang, o mesmo gera bons resultados de amplitudes de tensão quando comparados com os valores experimentais para a maioria dos casos, exceto para o caso da simulação da trajetória C utilizado o aço 304, onde a simulação gera resultados de amplitudes de tensão não muito próximos dos esperados.

Já para o caso do histórico de carregamento não proporcional (Trajetória D), observou-se que a utilização de valores constantes para o expoente m_i afetou a capacidade preditiva do modelo de Jiang, fazendo com que o mesmo gerasse estimativas conservadoras para as amplitudes de tensão. Porém, mesmo assim o modelo de Jiang foi capaz de obter resultados para amplitudes de tensão satisfatórios na mesma casa de grandeza dos resultados experimentais.

Por fim, conclui-se que a utilização da estratégia de simplificação do modelo de Jiang em que se assumem valores constantes para o expoente m_i compromete a sensibilidade do modelo aos efeitos da não proporcionalidade dos carregamentos, gerando resultados conservadores, que conseqüentemente podem resultar em estimativas de vidas à fadiga subestimadas dependendo de qual seja a finalidade do projeto, exigindo então mais atenção na utilização dessa simplificação do modelo de Jiang na simulação do comportamento elastoplástico de matérias dúcteis sob condições de carregamentos não proporcionais.

REFERÊNCIAS

- Armstrong, P. J., Frederick, C. O., 1966. *A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect*. Report RD/B/N731, CEGB, Central Electricity Generating Board, Berkley, UK.
- Bari, S., Hassan, T., 2000. *Anatomy of coupled constitutive models for ratcheting simulation*. International Journal of Plasticity, 16, pp 381-409.
- Bari, S., 2001. *Constitutive modeling for cyclic plasticity and ratcheting*. Thesis of doctorate degree, Department of civil engineering, North Carolina State University, Raleigh, NC, 135 p.
- Chaboche, J. L., 1986. *Time-independent Constitutive Theories for Cyclic Plasticity*. International Journal of Plasticity, 2, pp 149-188.
- Chaboche, J. L., 1989. *Constitutive Equations for Cyclic Plasticity and Cyclic Viscoplasticity*.
- Chaboche, J. L., 1991. *On Some Modifications of Kinematic Hardening to Improve the Description of Ratchetting Effects*. International Journal of Plasticity, 7, 661.
- Chaboche, J. L., 1994. *Modeling of ratchetting: evaluation of various approaches*. Eur. J. Mech., A/Solids, No 13, pp 501-518.
- Jiang, Y., 1993. *Cyclic Plasticity with Emphasis on Ratchetting*. Ph.D. Dissertation, Mechanical Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana.
- Jiang, Y., Sehitoglu, H., 1996a. *Modeling of Cyclic Ratchetting Plasticity: Part I – Development of Constitutive Equations*. ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 63, pp. 720-725.
- Jiang, Y., Sehitoglu, H., 1996b. *Modeling of Cyclic Ratchetting Plasticity: Part II – Comparison of model simulations with experiments*. ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 63, pp. 726-733.
- Jiang, Y., Kurath, P., 1996. *Characteristics of the Armstrong-Frederick type plasticity models*. International Journal of Plasticity, Vol. 12, No. 3, pp. 387-415.
- Lesse, G. E.; Morrow, J., 1985. *Low Cycle Fatigue Properties Of A 1045 Steel In Torsion. Multiaxial Fatigue*. ASTM STP 853, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, pp. 482-496.

- Lopes, J. P., 2014. *Implementação implícita do modelo de plasticidade cíclica de Chaboche*. Projeto de Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF. 106 p.
- Ohno, N., Wang, J. D., 1993a. *Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery: Part I Formulation and Basic Features for Ratchetting Behavior*. International Journal of Plasticity, 9, 375.
- Ohno, N., Wang, J. D., 1993b. *Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery: Part II Application to Experiments of Ratchetting Behavior*. International Journal of Plasticity, 9, 391.
- Perreira, F. G., 2014. *Um estudo do parâmetro de Tanaka como medida do encruamento não proporcional, no contexto da plasticidade cíclica*. Dissertação de mestrado em Ciências Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF. 122 p.
- Prager, W., 1955. *A new method of analyzing stresses and strains in work hardening plastic solids*. ASME J. App. Mech., 23, pp 493-496.
- Prager, W., 1955. *The theory of plasticity: a survey of recent achievements*. Proceedings, Institution of Mechanical Engineers, 169:41-57.
- Ramberg, W.; Osgood, W. R., 1943. *Description of stress-strain curves by three parameters*. Technical Note no. 902, National Advisory Committee For Aeronautics, Washington – DC.
- Simo, J. C., Hughes, T. J. R., 1998. *Computational Inelasticity*. Interdisciplinary Applied Mechanics, Vol. 7., Springer-Verlag, New York.
- Souza Neto, E. A.; Peric, D. E., Owen, D. J. D., 2008. *Computational Methods for Plasticity*.
- von Mises, R., 1913. *Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand*. Göttin. Nachr. Journal of Mathematical Physics, vol. 1, pp. 582–592.