PÓLEMOS

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE SISTEMAS LÓGICOS

Felipe Castelo Branco Medeiros

Mestrando em Filosofia pela Universidade de Brasília (UnB)

RESUMO:

No debate atual acerca da questão do que é uma lógica é extremamente comum buscarmos um ponto de vista cada vez mais abstrato na esperança de que possamos assim determinar o que afinal caracteriza aquele objeto a que chamamos de "lógica". Nesse sentido, o estudo da lógica torna-se um que tende cada vez mais a uma busca pela generalidade, pela universalidade e por uma teoria geral das lógicas. A partir desta perspectiva, estudar sistemas específicos de lógica pode cada vez mais parecer como uma tarefa secundária, ou mesmo um desperdício de energia e tempo. Nessa pequena exposição pretendo me contrapor a essa ideia, ou seja, pretendo mostrar em que sentido ainda é útil para um filósofo estudar *sistemas de lógica*. Para tentar mostrar isso minha estratégia será a seguinte. Exporei alguns sistemas de lógica, falarei um pouco sobre sua história, a motivação para a sua criação, examinarei alguns de seus teoremas e por meio dessa exibição tentarei mostrar em que sentido tal sistema é *filosoficamente relevante.* Essa exposição, por sua vez, me conduzirá a uma posição pluralista acerca da correção[1] das lógicas e tentarei, ao final, argumentar em favor de tal posição.

Palavras Chave: Filosofia da lógica; Sistemas de lógica; Pluralismo lógico.

ABSTRACT:

In the current debate regarding the question of "what is a logic" is extremely common for one to search for the most abstract point of view possible in the hope that from such view one can finally characterize that subject that we call "logic". In this sense, the study of logic is becoming one where the trend is a greater search for generality, universality and a general theory of logics. From such a perspective, the study of specific systems of logic may seem more and more as a secondary task, or even as a waste of time and energy. In this small exposure I intend to

[1] Agradeço ao parecerista anônimo que me fez notar que o termo correção aqui poderia ser tomado como se referindo ao meta-resultado acerca da correção de lógicas (no qual, se fosse esse o sentido utilizado, todas as lógicas apresentadas aqui seriam corretas). Utilizo este momento então para fazer notar que o sentido em que correção é usado aqui e em outras citações no decorrer do texto não é esse, mas sim o de um termo geral para a designação de quando uma lógica é, em um certo sentido, "legítima", ou "apropriada".

suggest a counterpoint to this idea, in other words, I intend to show in what ways it's still useful for a philosopher to study systems of logic. In order to that, my strategy shall be the following. I'll expose some systems of logic, I'll talk a little about their history, the motivation for their creation, and so forth. Then I'll examine some of their theorems and through that I'll try to show how they can *be philosophically relevant.* This exposition will, by its turn, lead me to a pluralist position regarding the question of the correctness of logics and, as such, I'll try at the end of this paper to argue in favor of such a position.

Key Words: Philosophy of Logic; Systems of Logic; Logical Pluralism.

0. O que é uma lógica?

Com o advento e fortalecimento das lógicas não clássicas uma nova perspectiva surgiu com respeito à questão de afinal "O que é uma lógica?". Subitamente, para responder a essa pergunta não bastava compreender (e ao mesmo tempo expandir e refinar) o aparato conceitual legado por Aristóteles, os estoicos, Frege, Russell e outros. Além disso, devíamos também considerar os avanços e caminhos paralelos trilhados por figuras como Lukasiewicz, Jaśkowski, Da Costa, Brouwer, Heyting, Zadeh e outros. Nesse sentido, a formalização da lógica trouxe, ao mesmo tempo, benefícios e desafios. Trouxe desafios, na medida em que, foi por meio das suas ferramentas que foi possível a construção desses assim chamados "desvios" da lógica clássica, sistemas nos quais era subitamente possível derrogar alguma espécie de "lei do pensamento" e ainda assim manter o rigor, a clareza, e a propriedades fundamentais necessárias para que possamos nos referir a certas construções como uma lógica. Trouxe benefícios, pois, foi por meio dessas mesmas ferramentas que foi possível visualizarmos no que implicavam essas mudanças, e toda a rearticulação implicada por esse processo. Esse movimento, por sua vez, nos possibilitou adquirirmos conhecimentos valiosos para que: (1) pudéssemos vislumbrar claramente como cada mudança alterava uma lógica; (2) pudéssemos também observar o que permanecia constante e, por conseguinte, conseguíssemos entender melhor no que consiste o cerne e a estrutura da lógica. Dadas essas condições, um movimento natural passou a ser o de que, na consideração da questão sobre a natureza da lógica, o investigador tenha passado a buscar explicações cada vez mais gerais, explicações essas que ao realizar uma “subida rumo à abstração” (Beziau, 1998; 109), buscassem o que é essencial e acabassem por assim constituir uma teoria universal das lógicas[2].

1. *O que fazer com os sistemas lógicos?*

A partir destas considerações, o investigador interessado poderia ser levado a pensar que estudar sistemas específicos de lógica passou a ser uma tarefa secundária. Afinal, por que estudar um caso específico quando se pode estudar a teoria mais geral? Essa conclusão seria, entretanto, errônea, pois além de possuir um óbvio valor heurístico, sistemas lógicos ainda são filosoficamente interessantes em ao menos duas maneiras que pretendo expor aqui adiante. Para falarmos delas gostaria primeiro de tentar estabelecer aqui uma distinção ligeiramente controversa no âmbito da lógica, mas que ainda assim considero importante, na medida em que nos ajudará a pensar a questão central do texto sob um prisma que me parece fecundo.

1.1 Lógica pura vs. Lógica aplicada

No repertório linguístico geral, as expressões ‘matemática pura’ e ‘matemática aplicada’ já foram consolidadas. De forma consoante no linguajar dos lógicos, surgem em ocasião às expressões ‘lógica pura’ e ‘lógica aplicada’[3]. Segue-se aqui uma ideia de como tentar entender o significado de tais expressões.

O par de expressões <‘matemática pura’, ‘lógica pura’> e <‘matemática aplicada’, ‘lógica aplicada’>, no sentido em que os estou utilizando, são análogos. A partir dos primeiros elementos do par, podemos tentar estabelecer definições bem gerais para o domínio de atuação dos segundos, como as do tipo que se seguem:

Lógica pura: Um investigador está no domínio da lógica pura quando as questões investigadas por ele, naquele momento, dizem respeito às propriedades de sistemas ou estruturas lógicas que são estudadas para o enriquecimento da teorização

[2] Para maiores explicações acerca deste percurso, ver os trabalhos de Jean Yves Beziau, como por exemplo: *From Paraconsistent Logic to Universal Logic, 13 questions about Universal Logic, e outros.*

[3] Novamente gostaria aqui de agradecer ao parecerista anônimo que me fez notar que a distinção ‘lógica pura’ e ‘lógica aplicada’ não é reconhecida da forma como eu as considerava.

acerca da própria lógica, ou seja, a lógica pura pode ser entendida como o domínio onde a lógica está isolada, ou refere-se a si mesma.

Lógica aplicada*:* Um investigador está no domínio da lógica aplicada quando as questões investigadas por ele, naquele momento, dizem respeito às interpretações ou as propriedades de sistemas lógicos que são estudadas para a utilização da lógica em um determinado domínio diferente de uma teorização sobre a própria lógica, ou seja, a lógica aplicada pode ser entendida como o domínio onde a lógica é utilizada para fins não estritamente lógicos, ou onde ela se refere a outras esferas do conhecimento.[4]

Essa é, portanto, uma tentativa de definir o que seria uma 'lógica pura' e o que seria uma 'lógica aplicada'. No que se segue, gostaria de utilizar-me desses conceitos para tentar melhor explorar a questão de qual é o, ainda possível, ganho teórico ao se estudar sistemas de lógica.

2. *Por que sistemas lógicos?*

A pergunta central desse pequeno artigo parece, da maneira mais simplificada possível, poder ser formulada como a seguinte: "Qual é a utilidade de um sistema de lógica?".

É a minha contenção aqui de que podemos responder a essa pergunta sobre duas perspectivas diferentes. A primeira a da lógica pura, a segunda a da lógica aplicada.

(1) Lógica pura: Do ponto de vista da lógica pura, a história da lógica parece nos fornecer uma boa resposta para o questionamento. Nesse domínio, sistemas distintos de lógica são filosoficamente interessantes, pois eles nos proporcionam a oportunidade de estudar propriedades lógicas distintas e isso, por sua vez, nos proporciona um significativo ganho teórico na medida em que tais estudos enriquecem o nosso entendimento do que consiste a lógica. Como, Béziau sugere:

> A lógica paraconsistente mostra-nos assim, que é preciso diferenciar o trivial do inconsistente, e que a noção de trivialidade é a mais fundamental. De modo similar, distingue-se a noção de implicação e a de dedução, reconhecendo-se a primazia dessa última. Assim, os conceitos fundamentais da lógica libertam-se de forma cada vez mais clara, para surgirem enfim no brilho de sua simplicidade. (BEZIAU, 1998; 108-109)

[4] É importante notar que ambas essas definições pretendem dizer respeito à **lógica formal.** Em relação à utilização de conceitos da lógica de uma forma mais ou menos vaga e não sistematizada na teoria da argumentação (a assim chamada lógica informal), essa distinção parece não se aplicar, pois tal ambiente aparenta estar fora do escopo dessa distinção.

A história da lógica, portanto nos mostrar que um sistema de lógica pode ser útil, do ponto de vista puro, na medida em que enriquece nossa teoria acerca de conceitos. Podemos ver vários exemplos de tais acontecimentos, como por exemplo:

(a) Com o estudo da paraconsistência, tornaram-se mais claros os conceitos de consistência e de trivialização.
(b) Com o estudo do intuicionismo, aprendemos muito sobre conceitos como verdade e demonstração.
(c) Nas lógicas não-monotônicas, conseguimos explorar o próprio conceito de monotonicidade.

Esses e outros exemplos, além do fato de que conseguimos também em cada sistema de lógica explorar propriedades meta-lógicas mais gerais como completude e correção, nos mostram que, de um ponto de vista puro, existe ainda um gigantesco ganho teórico a ser realizado por meio do estudo de sistemas de lógica e suas propriedades formais.

(2) Lógica aplicada: Do ponto de vista da lógica aplicada, a questão parece ser mais complexa. De fato, as controvérsias filosóficas em relação ao uso da lógica (como por exemplo, questões acerca de se há apenas uma lógica correta, ou mesmo se a lógica é útil para a investigação filosófica) parecem estar localizadas majoritariamente nesse âmbito. A tese aqui defendida é a de que há sim um papel, não só legítimo, mas de importância crucial, para a lógica aplicada na empreitada filosófica. No que se segue tentarei mostrar evidências a favor dessa tese utilizando-me das ferramentas fornecidas pelos próprios sistemas de lógica.

2.1 Sistemas de lógica e sua importância

A importância da lógica pura parece residir no ganho teórico que ela pode fornecer em termos da maior compreensão de propriedades lógicas e principalmente meta-lógicas por meio de seu estudo. Nesse sentido, a lógica pura nos fornece ganhos no nosso conhecimento acerca da própria lógica um ganho que, sendo a própria lógica uma subárea da filosofia, já é por si só filosoficamente interessante. Entretanto, neste ponto ainda reside a pergunta, qual é a utilidade da lógica aplicada? Como a lógica pode ser útil, não só para si mesma, mas também para a filosofia como um todo?

Irei sugerir aqui que a resposta para essa pergunta já está, de certa forma, contida na própria formulação de um sistema de lógica. Sugiro que o valor de um sistema formal para a filosofia em geral reside majoritariamente na própria motivação para tal sistema, ou seja, na própria intuição que conduziu a aquela formalização. Nesse sentido, o que um sistema de lógica possibilita é um tratamento formal de certos conceitos intuitivos onde ocorre uma exposição clara e precisa das propriedades de tal conceito (as consequências de tal conceito, os pressupostos de tal conceito, etc) e de como tais conceitos influenciam argumentos.

Nas páginas seguintes, gostaria de mostrar como tal ideia pode se aplicar a alguns sistemas de lógica. Para expor tal ideia falarei do panorama histórico de alguns desses sistemas, dos teoremas[5] que os compõem (ou que estão ausentes neles), e em alguns casos até mesmo de sua semântica. Tudo isso estará voltado para a obtenção de um objetivo muito simples. Mostrar como os sistemas podem ser vistos, nada mais nada menos, como ambientes onde podem ser modelados determinados conceitos e determinados argumentos.

Começarei tal exposição, com o exemplo paradigmático, a lógica clássica.

2.1.1 A lógica clássica

A lógica proposicional[6] clássica é aquela que remonta suas origens a Aristóteles[7], os estoicos[8], Frege e Russell. No contexto atual, ela ainda é o paradigma de lógica e como tal começaremos nossa exposição por ela. Alguns teoremas interessantes são:

---

[5] Uso o termo “teorema” aqui da forma mais geral possível buscando incluir nesse contexto também axiomas como teoremas de um sistema de lógica.

[6] Irei mostrar ao longo desse pequeno artigo apenas cálculos proposicionais. A noção de quantificação, embora por si mesma um conceito interessante e de imensa relevância filosófica (a utilizarei por exemplo de um modo mais ou menos inapropriado quando caracterizando sistemas modais), parece desnecessária para os propósitos desse argumento no seu âmbito mais central.

[7] Deve-se fazer notar que essa ideia, embora amplamente difundida, não é sem oponentes, Graham Priest por exemplo, poderia expor a noção de que a lógica aristotélica é, sob certo ponto de vista, paraconsistente.

[8] Essa ideia embora em geral correta pode ser enganosa ao sugerir a unidade absoluta da lógica estoica, havia entre os estoicos disputas acerca do que é a lógica correta, principalmente em relação ao papel de certos conectivos como a implicação e a disjunção.

(1) $A \rightarrow A$

(2) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

(3) $–(A \,\&\, -A)$

(4) $A \vee -A$

(5) $A \leftrightarrow --A$

(6) $\{A\}, \{-A) \vdash B$

(7) $–(A \,\&\, B) \leftrightarrow (-A) \vee (-B)$

(8) $– (A \vee B) \leftrightarrow (-A) \,\&\, (-B)$

(9) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$[9]

Uma semântica para a lógica proposicional clássica pode ser fornecida a partir do estabelecimento de funções de valoração. Como define Mortari, na *Introdução a Lógica*:

> Uma valoração v é uma função do conjunto de todas as fórmulas de uma linguagem de primeira ordem no conjunto de valores de verdade {V, F}, tal que:
>
> (a) **v**(-a) = V sse **v**(a) = F;
> (b) **v**(a & b) = V sse **v**(a) = **v**(b) = V;
> (c) **v**(a v b) = V sse **v**(a)= V ou **v**(b) = V;
> (d) **v**(a → b) = V sse **v**(a) = F ou **v**(b) = F;
> (e) **v**(a ↔ b) = V sse **v**(a) = **v**(b).” (MORTARI, 2001; 153)

A partir desses teoremas (e de muitos outros que são relevantes, mas não exporei aqui) e da semântica aqui exposta nós podemos compor um panorama muito interessante para a lógica clássica. Este panorama, podemos chama-lo de panorama da *verdade do senso comum,* parece-me ser o motivo pelo qual um sistema como o da lógica clássica pode ser filosoficamente útil. Nesse ponto, entretanto, uma pergunta muito natural parece surgir. No que consiste o panorama de uma lógica e por que ele é relevante?

De forma muito simples, a resposta é a seguinte. O panorama de uma lógica é simplesmente a estrutura intuitiva que subjaz a construção de um sistema. A tese central aqui é a de que podemos visualizar essa estrutura ao examinarmos a formalização. Nesse sentido, o que um sistema lógico faz é representar um conceito e tudo que se

[9] Não irei falar aqui sobre regras de formação da linguagem, pois apesar de importantes, elas demandariam um espaço desnecessário desse texto, assumamos que elas são as usuais. Ainda assim, alguns esclarecimentos devem ser prestados acerca dos símbolos utilizados nessa exposição. ‘A’, ‘B’ e ‘C’ são esquemas de fórmulas que podem ser substituídos por qualquer fórmula bem-formada, ‘v’, ‘&’ e ‘→’ são os conectivos usuais e ‘–’ deve ser interpretado como a negação clássica.

relaciona com ele (seu domínio, seus pressupostos, suas consequências) de uma forma clara e precisa, por meio da formalização. No exemplo da lógica clássica, fórmulas como:

(1) que representa a ideia básica de que "toda premissa segue de si mesma"[10] (Shapiro, 2013);

(3) a lei da não contradição representando a ideia de que não é possível que algo seja e não seja o caso;

(4) o terceiro excluído representando a ideia de que algo deve ser verdadeiro ou falso;

(6) o princípio de explosão representando a ideia de que do patentemente falso segue-se qualquer coisa.

Todas essas fórmulas unidas às valorações que fornecem seus valores de verdade, parecem ser, em última análise, uma forma de expressar de maneira rigorosa as intuições que subjazem os sistemas lógicos. Num certo sentido, é justamente na representação rigorosa dessas intuições que surge a utilidade dos sistemas de lógica de um ponto de vista aplicado. É ao nos utilizarmos desse panorama, ou seja, no caso da lógica clássica, ao nos utilizarmos de uma representação formal que reproduz as intuições mais básicas acerca das propriedades da verdade como intuída por certo *senso comum* e de seu papel na argumentação, que nós encontramos uma das maiores virtudes desse sistema.

2.1.2 A lógica intuicionista

L. E. J. Brouwer funda a matemática intuicionista na noção de construção. Seguindo os passos de seu trabalho Heyting toma, na formulação do sistema intuicionista, essa noção como fundamental. A partir desse conceito o sistema intuicionista é formulado, com alguns teoremas interessantes como, por exemplo:

(1) $A \rightarrow A$

(2) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

(3) $\neg (A \& \neg A)$

(4) $A \rightarrow \neg\neg A$

[10] No original: "each premise follows from itself"

(5) $\{A\}, \{\neg A\} \vdash B$

(6) $\neg\neg (A \vee \neg A)$

(7) $\neg\neg\neg A \leftrightarrow \neg A$

De forma também muito interessante, gostaria de destacar aqui algumas fórmulas que **não** são teoremas na lógica intuicionista:

(8) $A \vee \neg A$

(9) $\neg\neg A \rightarrow A$[11]

Tomando por base a noção de construção, podemos também fornecer uma valoração[12] utilizando a noção de prova, ou de demonstração:

(a)**v**(α) = V sse existe uma demonstração de α.

(b) **v**(α & β) = V sse existe uma demonstração de α e existe uma demonstração de β.

(c) **v**(α v β) = V sse existe uma demonstração de α ou existe uma demonstração de β.

(d) **v** ($\alpha \rightarrow \beta$) = V sse a demonstração de α implica a demonstração de β.

(e) **v** ($\neg\alpha$) = V sse a demonstração de α implica $\perp$.

A partir desses (e outros) teoremas e dessas valorações podemos visualizar o panorama da lógica intuicionista de forma análoga a qual visualizamos o da lógica clássica. Esse panorama, na falta de um nome melhor, chamemo-lo de panorama *da demonstração*, ou (dependendo de como o filósofo enxerga a ontologia proposta pelo intuicionismo) de panorama *da verdade rigorosa*, possui algumas propriedades interessantes que podemos ver a partir dos pontos expostos acima.

Um exame detalhado dessas fórmulas parece nos mostrar algumas intuições e propriedades interessantes presentes nessa imagem como:

---

[11] Cabe aqui dizer que em princípio os símbolos podem ser lidos de forma semelhante nessa linguagem, exceto '¬' que deve ser lido como a negação intuicionista, que possui um comportamento diferente da negação clássica.

[12] A apresentação dessa versão para BHK, assim como inúmeras outras noções ou ideias apresentadas nesse pequeno ensaio devem-se, em uma não pequena parte, as valiosas aulas de lógica do professor Alexandre Costa-Leite.

(1) e (2) são resultados preservados da lógica clássica que exemplificam o truísmo de que o sistema intuicionista, na medida em que pode ser visto como um subsistema da lógica clássica, partilha essas (e muitas outras) intuições sobre verdade, validade e consequência com o sistema clássico;

(3) é o princípio da não contradição que também é preservado intuicionisticamente. O sistema intuicionista, como o clássico, não admite, portanto, teorias mutuamente inconsistentes;

(4) é um dos lados da equivalência clássica entre uma fórmula e sua dupla negação. Assim, o intuicionismo preserva a ideia que uma fórmula implica a sua dupla negação;

(5) é a versão intuicionista do princípio de explosão. A lógica intuicionista é portanto passível de trivialização;

(6) é uma fórmula interessante que "mostra que a negação da negação da lei do *tertium nom datur* é verdadeira" (Da Costa, 2008; 40);

(7) é uma fórmula que mostra que "três negações sucessivas equivalem a uma" (Da Costa, 2008; 40);

(8) é uma fórmula filosoficamente muito interessante, e o fato de ela não ser teorema expressa a ideia de o terceiro excluído **não** é válido na lógica intuicionista;

(9) é uma fórmula igualmente interessante. Ela consiste no outro lado da equivalência clássica, e o fato de que ela não é teorema mostra que na lógica intuicionista uma fórmula e sua dupla negação correspondente **não** são equivalentes.

As fórmulas presentes, tanto as que são teoremas quanto as que não o são, unidas com a valoração apropriada, parecem ser suficientes para que possamos visualizar claramente um panorama do intuicionismo. Nessa ótica a noção de verdade parece ser tomada como passível de um rigor muito maior. O fato de termos de interpretar $A \rightarrow B$ como a ideia de que "alguém pode mostrar a correção de B tão logo quando a correção de A for estabelecida"[13] (van Dalen, 2001; 224), ou de não podermos deduzir uma fórmula a partir de sua dupla negação, ou de que é possível a existência de fórmulas para as quais nós não poderemos determinadamente saber o seu valor de verdade, sugerem uma imagem do intuicionismo que é significativamente diferente da clássica. É na utilização dessas intuições, ou seja, no caso intuicionista na utilização de um aparato formal que nos permite lidar com um conceito de verdade muito mais

[13] No original: "one can show the correctness of B as soon as the correctness of A has been established."

rigoroso do que o clássico, na utilização do conceito de demonstração e na utilização dessa construção em determinados domínios como, por exemplo, a linguagem natural[14], a matemática e na formalização de argumentos que requerem noções fortes como possivelmente a de prova construtiva, que nós encontramos algumas das virtudes desse sistema.

2.1.3 Lógicas paraconsistentes

As lógicas paraconsistentes são uma família de lógicas que pode ser caracterizada, em uma primeira aproximação, como lógicas não-explosivas. Pelo fato de serem uma família de lógicas, o número de sistemas que a compõe é simplesmente gigantesco. Nesta apresentação falarei sobre dois tipos de sistemas paraconsistentes, o de Jáskowski e os de Da Costa.

2.1.3.1 O sistema de Jáskowski, D2.

Stanislaw Jáskowski começa seu artigo mencionando casos de argumentação onde o princípio de não contradição parece ser constatado. Nesse contexto, Jáskowski cita Heráclito, Hegel, Marx e a presença de contradições na teoria dos conjuntos como possíveis evidências de que o princípio da não contradição possa estar de alguma forma incorreto (Jáskowski, 1996; 35-36). A partir destas e outras considerações apresenta uma formulação do princípio de explosão, nomeadamente, $p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$ e caracteriza seu projeto como o de "encontrar um sistema no cálculo sentencial" (Jáskowski, 1996; 38) que cumpra três condições:

> (a) quando aplicado a sistemas inconsistentes, este nem sempre acarretaria na sua explosão;
> (b) que fosse rico o suficiente para possibilitar a inferência prática
> (c) tivesse uma justificação intuitiva. (Jáskowski, 1996; 38)

Tomando como base essas considerações Jáskowski constrói um sistema interessante que tem como teoremas fórmulas como as seguintes:

[14] Para uma sugestão de como isso seria possível ver Michael Dummett em *What is a theory of Meaning* e outros ensaios presentes no livro *The Sea of Languages.*

(1) (A & B) → A;
(2) A → (A & A);
(3) (A & B) ↔ (B & A);
(4) (A & (B & C)) ↔ (A & B) & C);
(5) A ↔ ––A;
(6) – (A ↔ –A) (Jáskowski, 1996; 47-48)

Muito interessante também, é o fato de que tais fórmulas não são teoremas no sistema apresentado:

(7) A → (B → (A & B);
(8) A→ (–A → B) (Jáskowski, 1996; 49)

Por fim, para que possamos entender melhor como o sistema D2 é construído incluímos a seguinte definição sobre ele:

> O sistema D2 é o sistema bivalente do cálculo sentencial discussivo composto pelo conjunto de fórmulas T, denominada as teses do sistema D2, que são delineadas pelas seguintes propriedades:
>
> 1) T inclui variáveis proposicionais e no máximo os seguintes funtores: →, ↔, v, &, -.
>
> 2) Preceder T com o símbolo ◊ fornece um teorema no cálculo sentencial bivalente modal M2[15].” (Jáskowski, 1996; 45)

A partir destas considerações podemos visualizar um panorama da lógica D2 de forma análoga aos panoramas anteriores. Esse panorama, podemos chama-lo de panorama *da informação contraditória* ou panorama *da discussão*, possui algumas propriedades interessantes que são reveladas ao examinarmos os elementos apresentados acima como:

(1) a (6) nos mostram que essa lógica preserva muitas das intuições da lógica clássica.

A rejeição de (7) nos mostra que se duas teses são propostas, mas não há certeza da veracidade delas (elas são apenas possíveis), não se segue destas que é, de fato, o caso que ambas sejam verdadeiras.

[15] A lógica D2 então pode ser interpretada como uma onde o símbolo da implicação (→) faz com que uma fórmula do tipo A → B, seja lida como ◊ A → B.A inserção do diamond (mais clarificações a respeito desse símbolo adiante) faz com que a semântica de D2, não apresentada aqui, possa ser encarada como uma semântica de Kripke.

(8) nos mostra que no âmbito da possibilidade é possível a convivência entre duas informações contraditórias sem que um sistema de inferência se torne trivial.

Todas essas propriedades, explicitadas de forma rigorosa graças à formalização, nos proporcionam uma representação das intuições do sistema D2. Essas propriedades constituem o universo de D2. Elas parecem nos mostrar que um sistema como D2 pode ter grande utilidade quando utilizado para lidar com domínios onde existam informações contraditórias. De forma particular, devemos fazer notar que Jáskowski acreditava que o seu sistema poderia ser particularmente útil quando utilizado para formalizar discussões entre agentes. Acreditamos que ao exibirmos o universo de D2, nós conseguimos oferecer um vislumbre de como tal sistema é útil para essas e outras aplicações.

2.1.3.2 Os sistemas de Da Costa, as lógicas C_n.

O professor Newton da Costa construiu, em seus trabalhos, uma hierarquia de lógicas paraconsistentes chamadas de C_n. Essa hierarquia pode considerar como seu ponto de partida a lógica clássica (denominada de C_0) e a partir desta, subsistemas são construídos de maneira subsequente. No que se segue, me focarei em uma das lógicas dessa família, a lógica C_1.

Alguns teoremas interessantes dessa lógica são os que se seguem:

(1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
(2) $A \& B \rightarrow A$
(3) $A \rightarrow (B \rightarrow A \& B)$
(4) $A \rightarrow A \vee B$
(5) $A \vee {\sim}A$
(6) ${\sim\sim}A \rightarrow A$[16] (Da Costa, 1993; 8)

De forma também muito interessante, gostaria de destacar aqui algumas fórmulas que **não** são teoremas nessa lógica:

(7) ${\sim}(A \& {\sim}A)$

(8) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow {\sim}B) \rightarrow {\sim}A)$

(9) $A \& {\sim}A \rightarrow B$

(10) $A \rightarrow {\sim\sim}A$

[16] Cabe aqui dizer que em princípio os símbolos podem ser lidos de forma semelhante nessa linguagem, exceto '~' que deve ser lido como a <u>negação paraconsistente,</u> que possui um comportamento diferente das negações clássicas e intuicionistas.

Além disso, para entendermos melhor esse sistema, podemos também fornecer uma função de valoração bivalente para o mesmo:

> (a) $\mathbf{v}(\alpha) = 0 \rightarrow \mathbf{v}(\sim\alpha) = 1$;
> (b) $\mathbf{v}(\sim\sim\alpha) = 1 \rightarrow \mathbf{v}(\alpha) = 1$;
> (c) $\mathbf{v}(\ \alpha \rightarrow \beta = 1 \leftrightarrow \mathbf{v}(\alpha) = 0$ ou $\mathbf{v}(\beta) = 1$;
> (d) $\mathbf{v}(\alpha \ \& \ \beta) = 1 \leftrightarrow \mathbf{v}(\alpha) = \mathbf{v}(\beta) = 1$;
> (e) $\mathbf{v}\ (\alpha \vee \beta) = 1 \leftrightarrow \mathbf{v}(\alpha) = 1$ ou $\mathbf{v}(\beta) = 1$. (DA COSTA & ALVES, 1977; 623)

A valoração possui também a seguinte propriedade:

Definição: “Uma fórmula A é válida se, para toda valoração $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}(A) = 1$.” (DA COSTA & ALVES, 1977; 623)

A partir destas considerações podemos visualizar um panorama da lógica C_1 de forma análoga aos panoramas anteriores. Esse panorama chamemo-lo de panorama *da contradição não-trivializante*, possui algumas propriedades interessantes que são reveladas ao examinarmos os elementos que apresentamos acima.

Um exame detalhado dessas fórmulas, por sua vez, parece nos mostrar algumas intuições e propriedades interessantes desse universo, como:

(1) a (6) preservam muitos resultados da lógica clássica, como a ideia de que de uma conjunção segue-se a verdade de um de seus membros, a ideia de que a verdade de uma proposição implica a verdade de uma disjunção que possua tal proposição como membro, ou até o mesmo o princípio do terceiro excluído.

A rejeição de (7) nos diz que o princípio da não contradição, em sua forma usual[17], não é válido nesse sistema.

(8) apesar de como destaca Da Costa “poder-se ia pensar em postular” (Da Costa, 1993; 8), não deve ser teorema pois a partir dele e de alguns teoremas de C_1 podemos deduzir o princípio da não contradição.

O fato de (9) não ser teorema nos mostra que essa lógica é não explosiva, ou seja, a partir da contradição nós não podemos inferir qualquer coisa.

(10) nos mostra que apesar desta lógica admitir que a dupla negação de uma proposição implique a proposição, ela não admite que uma proposição implique a sua dupla negação.

---

[17] Na sua forma usual, pois para fórmulas bem-comportadas (um tópico sobre o qual afora esta pequena menção não falaremos aqui) o princípio pode ser restaurado.

Todas essas propriedades, explicitadas de forma rigorosa graças à formalização, nos proporcionam uma representação das intuições do sistema C_1. Essas propriedades constituem o universo de C_1 , e elas parecem nos mostrar que um sistema como C_1 pode ter grande utilidade quando utilizado para lidar com domínios onde existam informações contraditórias. De forma particular, devemos fazer notar que os sistemas da hierarquia C_n podem ser utilizados na tentativa de modelar teorias científicas que nos forneçam dados contraditórios. Acreditamos que ao exibirmos o universo de C_1, nós conseguimos oferecer um vislumbre de como tal sistema é útil para essas e outras aplicações.

2.1.4 Lógicas polivalentes

As lógicas polivalentes são uma classe de família de lógicas. Como tal a quantidade de sistemas que a compõe é simplesmente gigantesca. Nesta apresentação falarei apenas sobre a lógica polivalente mais difundida a L3[18] de Lukasiewicz.

2.1.4.1 O sistema L3.

As lógicas polivalentes começam (ou pelo menos as suas versões formalizadas começam) com as observações de Lukasiewicz acerca do argumento aristotélico sobre futuros contingentes. Nesse sentido, é fascinante notar que as lógicas polivalentes surgem de uma motivação puramente filosófica. Alguns teoremas interessantes dessa lógica são:

(1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$;

(2) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$;

(3) $(-A\rightarrow -B) \rightarrow (B\rightarrow A)$;

(4) $((A \rightarrow -A) \rightarrow A) \rightarrow A$.

De forma também muito interessante, gostaria de destacar uma fórmula que não é teorema na lógica L3:

[18] A partir dessa lógica, infinitas outras (com infinitas valorações) podem ser construídas. Para aqueles que gostariam de visualizar como tal processo ocorre, a enciclopédia Stanford, com o verbete Many Valued Logics, possuí uma introdução interessante.

(5) A v -A

Podemos também construir uma semântica para esse sistema, utilizando-nos de matrizes e determinando como valor designado[19] o valor 1. Nesse caso as matrizes para esse sistema seriam as que se seguem:

α	$-\alpha$
0	1
1/2	1/2
1	0

$\rightarrow$	0	1/2	1
0	1	1	1
1/2	1/2	1	1
1	0	1/2	1

Por fim para entendermos melhor o item (5) que não é teorema, acrescentamos as seguintes definições:

(6) $A \vee B = (A \rightarrow B) \rightarrow B$;

(7) $A \,\&\, B = -(-A \vee -B)$;

(8) $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \,\&\, (B \rightarrow A)$.

A partir desses (e outros) teoremas e dessas valorações podemos visualizar um panorama da lógica L3 de forma análoga aos panoramas anteriores. Esse panorama chamemo-lo de panorama *da indeterminação*, possui algumas características interessantes, que são reveladas pelo que vimos acima. Tais características podem ser vistas, por exemplo, da seguinte forma:

(1) e (2) são resultados preservados da lógica clássica que exemplificam, respectivamente, a ideia de que qualquer coisa implica uma verdade[20] e a ideia de que se um primeiro fato implica o segundo isso implica que o primeiro fato implica qualquer terceiro fato implicado pelo segundo.

(3) é um resultado também preservado da lógica clássica, uma versão da lei da contraposição, que indica que se a negação de A implica a negação B, então B implica A.

(4) é um resultado também preservado da lógica clássica, uma versão onde A ao implicar a sua negação, acaba por implicar a si mesmo em sucessão.

[19] O valor que corresponde a constante de verdade T.

[20] Vale notar que do ponto de vista intuitivo e da história da lógica na antiguidade e medievo este tipo de inferência gerava alguma controvérsia.

Vale notar que esses quatro teoremas juntos compõe uma axiomatização[21] do sistema L3. Além disso, nós também chamamos atenção a uma fórmula que não é teorema:

(5) representa o princípio do terceiro excluído que, como no caso intuicionista, não é preservado[22]. Devemos fazer notar, entretanto que os motivos para que o princípio não valha nas duas lógicas, apesar de com algumas semelhanças, são na verdade distintos. Enquanto no intuicionismo a noção de prova acaba por tornar a semântica não verofuncional e pode fazer com que a certas proposições não possamos atribuir uma valorações, em L3 o princípio falha pois existe um terceiro valor e por conseguinte a semântica procura representar a intuição da existência deste terceiro valor fazendo com que terceiro excluído não seja uma tautologia.

As matrizes apresentadas também nos mostram algumas propriedades interessantes de L3. Lukasiewicz propôs o seu sistema de lógica polivalente na esperança de evitar o fatalismo que lhe pareceria surgir a partir do argumento aristotélico acerca de fatos futuros. A interpretação da semântica que parece ser constitutiva de L3 parece ser capaz de sugerir uma solução filosófica para esse problema, na medida em que o valor ½, quando interpretado como indeterminado e aplicado ao problema do futuro sugere uma escapatória a proposta fatalista com a qual Lukasiewicz lidava.

Todas essas intuições, quando explicitadas de forma rigorosa e clara no âmbito do sistema lógico parecem sugerir uma grande utilidade de sistemas polivalentes no âmbito da lógica aplicada.

2.1.5 Lógicas modais

Apesar de com o advento da semântica de Kripke as antigas discussões acerca da legitimidade[23] das lógicas modais terem em enorme parte se dissolvido, sobrevivem ainda assim outros tipos de discussões acerca do tópico, como por exemplo, a discussão acerca da correção de determinados sistemas modais.

---

[21]Como Malinowski nos informa, essa foi a primeira axiomatização conhecida de um sistema polivante e foi realizada por Wasjberg.

[22] Na lógica L3 não possuímos o terceiro excluído, mas é possível a construção de um princípio análogo o quarto excluído.

[23] Um exemplo clássico de tal discussão pode ser expresso pelas críticas de Quine à lógica modal.

No que se segue examinarei o axioma característico de cada sistema[24], sua contraparte na semântica de Kripke e emitirei uma opinião acerca de como devemos encará-los.

2.1.5.1 O sistema K

O sistema K pode ser caracterizado pelo seguinte axioma:

(1) $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$

Uma semântica, a semântica das relações de mundos, também pode ser construída para as lógicas modais[25]. Começamos por estabelecer um modelo para nossa semântica, o modelo de Kripke.

Um modelo de Kripke é uma tripla <W, R, V>, onde <W, R> é um estrutura de Kripke, na qual W é um conjunto de mundos, R é uma relação, e V é uma função de valoração. A partir destas considerações podemos estabelecer o seguinte:

> "(a) $\mathbf{v}(-\alpha, w) = V$ sse $\mathbf{v}(\alpha, w) = F$;
> (b) $\mathbf{v}(\alpha \rightarrow \beta, w) = V$ sse $\mathbf{v}(\alpha, w) = F$ ou $\mathbf{v}(\beta, w) = V$;
> (c) $\mathbf{v}(\Box\alpha, w) = V$ sse para todo mundo w' em wRw', $\mathbf{v}(\alpha, w') = V$." (GARSON, 2013)

Esta semântica pode, em princípio, valer para todos os sistemas modais. O elemento que irá alterar o funcionamento dos sistemas será, em última análise, os axiomas e as correspondentes relações de acessibilidade por ele induzidas[26]. No sistema K, como Carnielli & Pizzi fazem notar a relação de acessibilidade pode ter "propriedades arbitrárias"[27] (Carnielli & Pizzi, 2008; 61).

A partir de todos esses elementos, podemos visualizar um panorama da lógica modal K de forma análoga ao que fizemos em casos anteriores. Esse panorama,

---

[24] Os sistemas modais aqui apresentados podem ser vistos como construídos em uma espécie de hierarquia. Cada um pode ser entendido (a menos quando dito o contrário) como uma extensão do sistema anterior, onde K começa como um sistema que estende a lógica clássica com a adição da regra de necessitação e do axioma K. Os sistemas posteriores podem ser entendidos como o sistema prévio mais a adição do axioma explorado na sua apresentação.

[25] Nessa construção seguiremos o exemplo e utilizaremos os símbolos da negação, implicação e necessitação, os outros podem ser definidos a partir destes.

[26] Dizemos que um axioma induz uma relação de acessibilidade, pois para que ele seja válido em uma estrutura o que deve acontecer é justamente que a relação satisfaça uma determinada condição algébrica.

[27] Uma tabela muito útil mostrando as relações entre axiomas e relações de acessibilidade pode ser encontrada no livro de Carnielli & Pizzi na página 61.

chamemo-lo de panorama da *necessidade distribuída*[28], possui algumas características interessantes que são reveladas ao examinarmos os elementos que apresentamos previamente.

O axioma K que apresentamos como (1), também chamado de axioma da distribuição diz que "se é necessário que se A então B então, se é necessário que A, é então necessário que B"[29] (GARSON, 2013), isso representa a ideia presente em nossa imagem de que se uma implicação é necessária logo, se o lado esquerdo da implicação é necessária o lado direito dela é também necessária. Essa parece uma ideia profundamente intuitiva, de fato, sendo o sistema K um dos sistemas modais mais fracos, uma de suas propriedades interessantes é que seus teoremas parecem ser mais seguros, no sentido de que, uma vez que eles podem ser provados em todas as extensões de K, as intuições presentes em K parecem ser partilhadas pelos sistemas subsequentes. Além dessa interessante propriedade, algumas outras coisas muito interessantes podem ser notadas. A semântica nos faz notar que a ideia de necessidade em um mundo consiste precisamente na ideia de algo que seja verdadeiro em *todos* os mundos acessíveis aquele mundo. A relação aqui expressa nos mostra uma ideia muito básica de relações entre mundos, onde a relação pode ser arbitrária (incluindo a possibilidade de que não exista uma relação). Todas essas propriedades, explicitadas de forma rigorosa graças à formalização, nos proporcionam uma representação das intuições do sistema K. Essa constituição, por sua vez, acaba por nos mostrar a virtude deste sistema de um ponto de vista aplicado, uma vez que essa imagem nos permite lidar com conceitos e argumentos que se adequam ao domínio das intuições explicitadas.

2.1.5.2 O sistema D

O sistema D pode ser caracterizado pela adição a K do seguinte axioma:

(1) $\Box A \rightarrow \Diamond A$

De forma análoga, a relação de acessibilidade induzida por tal axioma pode ser expressa da seguinte forma:

(2) $\forall w \exists w' (wRw')$

[28] Estou assumindo nessa primeira apresentação a interpretação alética para os sistemas modais. Posteriormente no artigo falarei sobre algumas outras possíveis interpretações e emitirei uma opinião sobre como devemos encará-las.

[29] No original: "if it's necessary that if A then B, then if necessarily A then necessarily B."

Por fim, para entendermos melhor o axioma iremos acrescentar a seguinte definição:

(3) $\Diamond A = -\Box -A$[30]

A partir desses elementos podemos visualizar um panorama correspondente ao sistema K. Esse panorama, chamemo-lo de panorama da *necessidade possível*, possui algumas propriedades interessantes que são reveladas ao examinarmos os elementos que apresentamos previamente.

O axioma (1) apresentado nos transmite a ideia de que aquilo que é necessário deve ser possível. Essa parece ser uma propriedade interessante que, em princípio, é consoante com nossas intuições modais. A relação de acessibilidade (2) induzida pelo axioma também parece muito interessante na medida em que ao impor uma primeira restrição em w, qual seja, a restrição de que w deve se relacionar com ao menos um w', tal condição já sucede em tornar a relação entre mundos não arbitrária. Essa primeira restrição, portanto, ao tornar a relação de acessibilidade seriada, parece ser consoante com a intuição expressa no axioma, pois para que a necessidade em w implique a possibilidade deve haver ao menos um mundo qualquer com o qual w se relacione.

Após essa pequena exposição, notamos que são justamente essas propriedades interessantes, na medida em que constituem o universo de D, que acabam por ser os elementos de D que nos mostram o seu interesse de um ponto de vista aplicado.

2.1.5.3 O sistema T

O sistema T pode ser caracterizado pela adição a K do seguinte axioma:

(1) $\Box A \rightarrow A$

De forma análoga, a relação de acessibilidade induzida por tal axioma pode ser expressa da seguinte forma:

(2) $\forall w\ (wRw)$

A partir desses elementos podemos visualizar um panorama correspondente ao sistema T. Esse panorama, podemos chamá-lo de panorama da *necessidade realizada*, possui algumas propriedades interessantes que são reveladas ao examinarmos os elementos que apresentamos previamente.

---

[30] Como estamos até o momento no contexto de uma interpretação alética, entenderemos $\Diamond A$ como possivelmente A.

O axioma (1) parece para a intuição da maioria dos filósofos como algo "claramente desejável" (GARSON, 2013). Ora, mas por que tal axioma é desejável? A resposta para essa pergunta parece ser muito simples e reside no que tal axioma parece expressar. Como diz Garson, o axioma (1) "assevera que tudo que é necessário é o caso" (GARSON, 2013). Ora, essa propriedade parece, de um ponto de vista intuitivo, profundamente óbvia e é por isso que tal propriedade é então "claramente desejável". Além dessa propriedade interessante a relação de acessibilidade descrita em (2) parece nos dizer também algumas coisas muito interessantes. (2) parece impor uma outra restrição em w, qual seja, a restrição de que para todo mundo w, w deve relacionar-se consigo mesmo. Essa interessante propriedade relacional, a assim chamada reflexividade, parece ser consoante com a ideia expressa pelo axioma na medida em que se há necessidade em um mundo w e se tal mundo se relaciona consigo mesmo, logo deve ser verdadeiro que o que é necessário naquele mundo seja também o caso naquele mundo.

Notamos então que essas propriedades interessantes são os elementos que nos mostram a utilidade de T de um ponto de vista aplicado.

2.1.5.4 O sistema S4

O sistema S4 pode ser caracterizado pela adição do seguinte axioma ao sistema T:

(1) $\Box A \rightarrow \Box\Box A$

De forma análoga, a relação de acessibilidade induzida por tal axioma pode ser expressa da seguinte forma:

(2) $\forall w \forall w' \forall w'' ((wRw' \ \& \ w'Rw'') \rightarrow wRw'')$

A partir desses elementos podemos visualizar um panorama correspondente ao sistema S4. Esse panorama, chamemo-lo de panorama da *necessidade redundante*, possui algumas características interessantes que são reveladas ao examinarmos os elementos que apresentamos previamente.

O axioma (1) nos diz que a necessidade implica a necessidade da necessidade. Como Garson chama a atenção, um dos resultados desse axioma é a ideia de que "qualquer sequência de boxes pode ser substituída por apenas um box[31], e a mesma coisa vale para qualquer sequência de diamonds"[32] (GARSON, 2013). Isso por sua vez, nos indica de que a adição de múltiplos operadores modais é supérflua. O axioma parece assim representar a ideia de que falar que 'é necessário que seja necessário que A' é, em última análise, redundante. Além desse fato interessante, a relação de acessibilidade descrita por (2) também nos parece revelar uma propriedade interessante. Essa propriedade, que pode ser chamada de transitividade, nos diz que uma vez que um mundo w se relacione com um mundo w' e w' se relacione com w'', logo w se relaciona com w''. Essa ideia parece ser consoante com o que é expresso no axioma, pois ela permite que propriedades modais se espalhem ao longo da cadeia de relações tornando as modalidades expressas mais uniformes.

Podemos notar que essas propriedades interessantes são os elementos que nos mostram a utilidade de S4 de um ponto de vista aplicado.

2.1.5.5 O sistema S5

O sistema S5 pode ser caracterizado pela adição do seguinte axioma ao sistema S4:

(1) $A \rightarrow \Box\Diamond A$.

De forma análoga, a relação de acessibilidade induzida por tal axioma pode ser expressa da seguinte forma:

(2) $\forall w \forall w' (wRw' \rightarrow w'Rw)$.

A partir desses elementos podemos conceber um panorama correspondente ao sistema S5. Esse panorama, chamemo-lo de panorama da *necessidade ampliada*, possui algumas propriedades interessantes que são reveladas ao examinarmos os elementos que apresentamos previamente.

O axioma (1) nos diz que se A é o caso então é necessário que seja possível A. Além desse fato S5 possui uma regra de redução de operadores modais ainda mais forte do que a de S4. Se em S4 nós podíamos considerar como redundantes símbolos iguais que aparecem unidos como no caso dos dois boxes, em S5 uma sequência de símbolos

[31] Box e diamond são os nomes usualmente dados aos operadoes modais quando nenhuma interpretação para os mesmos é presumida.

[32] No original: "any string of boxes may be replaced by a single box, and the same goes for string of diamonds".

modais quaisquer (ambos boxes e diamonds) pode ser reduzida ao último símbolo que nela aparece. Como Garson sumariza:

> Em S4: □ □..... □ = □ e ◊ ◊.... ◊ = ◊ ;
> Em S5: 00...... □ = □ e 00…… ◊= ◊, onde 0 pode corresponder tanto a □ como a ◊.(GARSON, 2013).

Além de tais interessantes fatos, a relação de acessibilidade descrita por (2) também nos parece revelar uma propriedade interessante. Essa relação, a relação simétrica, nos diz que se o mundo w se relaciona com o mundo w', logo w' deve relacionar-se também com w. Outro fato interessante que deve ser notado é o de que as três relações que compõe S5, reflexividade, simetria e transitividade, quando unidas compõe a relação de equivalência sugerindo uma força enorme para o sistema S5.

Notamos então, que essas propriedades interessantes, na medida em que constituem o universo de S5, são os elementos que nos mostram a utilidade de S4 de um ponto de vista aplicado.

2.1.6 Os sistemas epistêmicos

Um sistema epistêmico é um sistema onde o operador modal □ passa a ser interpretado como uma instância de conhecimento. Consoante com essa ideia e para diferenciarmos de sistemas aléticos, fazemos uma alteração na notação onde uma fórmula do tipo □A passa a ser escrita como KiA. A partir desta ideia leremos KiA da seguinte forma: "KiA = em todos os cenários possíveis compatíveis com o que i sabe, é o caso que A"[33] (Hendricks & Simmons, 2006; 141)

A partir dessa diferença de interpretação teremos pequenas alterações nos teoremas e na semântica dos sistemas modais. Apresentarei algumas destas alterações a seguir:

(1) Ki(A → B) → (KiA → KiB);

(2) KiA → A;

(3) (1) KiA → KiKiA

O sistema que contêm (1) representará o sistema K para a lógica epistêmica, também chamado de "axioma da cogência dedutiva" (Hendricks & Simmons, 2006;

[33] No original: "in all possible scenarios compatible with what a knows it is the case that p".

145), irá representar a ideia de que se um indivíduo sabe que A $\rightarrow$ B, então se ele sabe A, ele também sabe B. O sistema que contêm (1) e (2) irá representar o sistema T para a lógica epistêmica. Esse sistema que contêm (2), o assim chamado "axioma da verdade" (Hendricks & Simmons, 2006; 144), irá nos dizer que, além da ideia contida em (1), é também o caso que se um indivíduo sabe A, então A é verdadeiro "de acordo com a definição padrão tripartite do conhecimento como crença justificada verdadeira"[34] (Hendricks & Simmons, 2006; 144). O sistema que contêm (1), (2) e (3) será a versão epistêmica para S4, que além do que é dito pelos anteriores, ao afirmar (3), também conhecido como o "axioma da introspecção positiva" (Meyer, 2001: 188), nos diz que um indivíduo tem conhecimento do seu conhecimento de que A se ele tem conhecimento de A.

Esses axiomas também induzem relações de acessibilidade em certos cenários, entretanto como a interpretação modal de K nos sugere, os cenários não são vistos nesse caso como mundos possíveis, mas sim como *estados de conhecimento de um indíviduo*. A partir dessa diferenciação, podemos enxergar como diferentes relações de acessibilidade parecem indicar diferentes concepções do conhecimento, na medida em que podemos ver como o conjunto dos estados possíveis e o modo como eles se relacionam acabam por poder ser encarados como estratégias para modelar certa visão do conhecimento.

A partir desses elementos podemos visualizar panoramas das lógicas epistêmicas. Podemos ver um panorama do sistema K epistêmico, um panorama de T epistêmico, um panorama de S4 epistêmico. Cada um desses panoramas, caracterizado pelo axioma e pelas relações correspondentes acaba por modelar uma ideia de conhecimento, e se tomamos tais modelos como, por exemplo, indicando formas de se "forçar uma resposta ao ceticismo" (Hendricks & Simmons, 2006; 143) vemos que tal sistema pode ser extremamente útil à empreitada epistemológica. Essas e outras aplicações acabam por nos mostrar que os sistemas epistêmicos podem se mostrar extremamente fecundos de um ponto de vista aplicado.

[34] No original: "in accordance with the standard tripartite definition of knowledge as true justified belief."

2.1.7 *Os sistemas deônticos*

Os sistemas deônticos surgem quando passamos a interpretar $\Box$ e $\Diamond$ como símbolos deônticos. Uma interpretação intuitiva, que transforma a interpretação alética, pode ser fornecida a partir da seguinte sugestão de Leibniz:

(a) P é obrigatório para i se, e somente se, p for necessário para que i seja uma boa pessoa. (Hilpinen, 2001; 160)

A partir dessa concepção podemos interpretar OA como é obrigatório que A. Podemos definir o análogo a $\Diamond$A, da seguinte forma PA = -O-A, onde PA é interpretado como é permitido que A. Interpretando os sistemas modais de tal forma, nós temos alguns teoremas interessantes:

(1) $O(A \to B) \to (OA \to OB)$

(2) $OA \to PA$

(3) $O(A \,\&\, B) \to (OA \,\&\, OB)$

(4) $OA \,\&\, OB \to O(A \,\&\, B)$

(5) $PA \to P(A \vee B)$

(6)$P (A \vee B) \to (PA \vee PB)$

(7) $P (A \,\&\, B) \to PA$

A partir desses elementos podemos conceber universos para a lógica deôntica.

O sistema que possui (1) e (2) como axioma é uma interpretação deôntica do sistema D e consiste no assim chamado *sistema padrão deôntico*[35]. O universo desse sistema, chamemo-lo de universo da *permissão da obrigação*, possui algumas propriedades interessantes que são reveladas ao examinarmos os elementos que apresentamos previamente.

O axioma (1) nos transmite a ideia de que se é obrigatório que A implique B então, a obrigatoriedade de A implica a obrigatoriedade de B.

O axioma (2) nos transmite a ideia de que se algo é obrigatório então algo deve ser permitido, uma intuição que garante a “consistência do nosso sistema de obrigações” (Garson, 2013).

(3) consiste na distribuição da obrigação, ou seja, a ideia de que a obrigatoriedade de A e B implica na obrigatoriedade de A e na obrigatoriedade de B.

[35] Falaremos apenas deste sistema deôntico aqui.

(4) consiste no outro lado de (3) a ideia de que a obrigatoriedade de A e a obrigatoriedade de B implica na obrigatoriedade de A e B.

(5) consiste na ideia de que a permissão de A implica na permissão de A ou B.

(6) consiste na ideia de que a permissão de A ou B implica na permissão de A ou na permissão de B.

(7) indica a ideia profundamente intuitiva de que a permissão de A e de B implica na permissão de A.

Uma semântica de Kripke pode ser oferecida para sistemas deônticos onde consideramos os mundos como cenários normativos. Da mesma forma que nos sistemas anteriores uma relação apropriada também pode ser descoberta para satisfação dos axiomas, no caso do sistema padrão deôntico, o que precisamos é de uma relação de acessibilidade seriada.

Essas propriedades interessantes, na medida em que servem para modelar intuições acerca de normas e para outras aplicações, nos mostram como um sistema epistêmico pode ser útil de um ponto de vista aplicado.

3. *A questão da correção dos sistemas*

Existe um debate em filosofia da lógica, que pode ser expresso por meio da seguinte pergunta:

“Há apenas um sistema lógico correto, ou poderiam haver vários sistemas que seriam igualmente corretos?” (Haack, 1998; 289)

A resposta para essa pergunta irá dividir o filósofo em três possíveis segmentos:

(a) Instrumentalista lógico: Um filósofo é instrumentalista se, e somente se, a sua resposta para a pergunta apresentada consiste na ideia de que não há nenhuma lógica correta.

(b) Pluralista lógico: Um filósofo é pluralista se, e somente se, a sua resposta para a pergunta apresentada consiste na ideia de que existem múltiplas lógicas corretas.

(c) Monista lógico: Um filósofo é monista se, e somente se, a sua resposta para a pergunta apresentada consiste na ideia de que existe apenas uma lógica correta[36].

É a minha contenção nesse artigo, que os elementos que apresentei até agora são crucias para fornecer uma resposta a esse debate. Além disso, acredito que o primeiro

[36] Essa formulação é devida ao livro de Susan Haack, *Filosofia das Lógicas.*

passo para tal resposta consiste em identificar que tal pergunta deve ser colocada em dois planos distintos, nomeadamente o plano da lógica pura e o plano da lógica aplicada[37].

A tarefa que nos resta nesse ponto é, portanto, a de tentarmos responder a questão nesses dois âmbitos:

(1) Lógica Pura: Se há alguma resposta para essa questão no âmbito da lógica pura, ela deve ser pluralista. Os pontos aos quais nos debruçamos aqui parecem mostrar que os diversos sistemas de lógica são igualmente bons do ponto de vista puro, cada um nos permite estudar propriedades interessantes da lógica. Entretanto, essa não me parece a melhor resposta. Acredito que o melhor que podemos fazer em relação ao nosso questionamento, de um ponto de vista da lógica pura, é dizer que simplesmente *a questão não se coloca.* Com isso quero dizer o seguinte, perguntar pela correção de um sistema de lógica, do ponto de vista puro, *não faz sentido.* No âmbito da lógica pura, *não existe um critério de decisão* para a correção de uma lógica, de fato não parece que a propriedade "ser correto" se aplique a uma lógica nesse sentido.

(2) Lógica aplicada: De um ponto de vista da lógica aplicada, a resposta deve também ser pluralista. Entretanto, para que cheguemos a essa resposta, acredito que primeiro devemos mostrar que a pergunta, nesse âmbito, é mal formulada. Acredito que a pergunta com a qual nos defrontamos, de um ponto de vista aplicado, é na verdade uma pergunta sobre a correção de uma lógica perante um *determinado domínio.* Nesse sentido, a tese aqui defendida é a seguinte:

A resposta para a questão da correção de uma lógica, de um ponto de vista aplicado, pode ser respondida a partir da questão da utilidade de uma lógica para representar certos domínios. Se uma lógica retrata uma imagem útil, então ela pode ser reconhecida como correta de um ponto de vista aplicado. Essa tese, por sua vez, me conduzirá ao pluralismo, pois o objetivo da exposição aqui realizada é justamente o de mostrar a possível utilidade de uma variedade de sistemas lógicos.

Tendo respondido a esta última importante questão, considero que os objetivos deste pequeno artigo foram realizados e podemos portanto encerrá-lo.

Referências Bibliográficas

[37] Devo essa ideia, em grande parte, a conversas com Graham Priest.

ALVES, E.H. & DA COSTA, Newton C.A. *"A semantical analysis of the Calculi C_n"*. In: *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Volume XVIII, Number 4; 1977, 621-630.

BEZIAU, Jean Y. "13 questions about Universal Logic". *Bulletin of the Sections of Logic*, *35* (2006),133-150.

_______. "A Lógica Paraconsitente: História de uma revolução Conceitual". In: BEZIAU, Jean Y. , BUENO, Otávio. DA COSTA, Newton C. A. *Elementos de teoria paraconsistente de conjuntos.* Campinas; Coleção CLE, 1998.

______. "From Paraconsistent to Universal Logic", *Sorites*, 12 (2001), 5-32.

CARNIELLI, Walter & PIZZI, Claudio. *Modalities and Multimodalities.* Logic, Epistemology, and the Unity of Science, Volume 12; Springer, 2008.

DA COSTA, Newton C. A. *Sistemas Formais Inconsistentes.* Curitiba: Editora da UFPR,1993.

DA COSTA, Newton C. A. *Introdução aos Fundamentos da Matemática.* São Paulo: Editora HUCITEC, 2008.

DUMMETT, Michael. "What is a theory of Meaning (I)?" In: *The Seas of Language.* Oxford: Clarendon Press, 1993.

GARSON, James. "Modal Logic". In: ZALTA, Edward N. (ed.) ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** *2013. Disponível em:* <http://plato.stanford.edu/archives/spr2013/entries/logic-modal>. Acesso em 25 de outubro de 2013.

GOTWALD, Siegfried. "Many-valued Logic". In: ZALTA, Edward N. (ed.) ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** 2013. Disponível em: <http://plato.stanford.edu/archives/spr2010/entries/logic-manyvalued> .

HAACK, Susan. *Filosofia das Lógicas.* São Paulo: Editora UNESP, 1998.

HILPINEN, Risto. "Deontic Logic". In: GOBLE, Lou (Org.) *The Blackwell Guide to Philosophical Logic.* Oxford: Blackwell Publishing, 2002, 159-182.

HENDRICKS, Vincent & SYMONS, John. "In: ZALTA, Edward N. (ed.) ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** 2013. Disponível em: <http://plato.stanford.edu/archives/spr2009/entries/logic-epistemic/>. Acesso em 25 de outubro de 2013.

______. "Where's the bridge? Epistemology and Epistemic Logic." *Philosophical Studies: An International Journal for Philosophy in the AnalyticTradition*, Vol. 128, No, 1. Springer, 2006,137-167.

JÁSKOWSKI, Stanislaw. "A propositional calculus for inconsistent deductive systems." In: *Logic and Logical Philosophy*. Volume 7, 1999, 35-59.

MALINOWSKI, Grzegorz. Many-valued logics. . In: GOBLE, Lou (Org.) *The Blackwell Guide to Philosophical Logic.* Oxford: Blackwell Publishing, 2002, 309-335.

MEYER, J.-J Ch. Epistemic Logic. . In: GOBLE, Lou (Org.) *The Blackwell Guide to Philosophical Logic.* Oxford: Blackwell Publishing, 2002, 183-202.

MORTARI, Cezar A. *Introdução à lógica.* São Paulo: Editora UNESP, 2001.

SHAPIRO, Stewart. In: ZALTA, Edward N. (ed.) ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** 2013. Disponível em: http://plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/logic-classical/ Acesso em 25 de outubro de 2013.

VAN DALEN, Dirk. Intuitionistic Logic. In: GOBLE, Lou (Org.) *The Blackwell Guide to Philosophical Logic.* Oxford: Blackwell Publishing, 2002, 224-257.