Transformada de Hilbert-Huang e possíveis aplicações à turbulência

Welter[1], G. S.; Wittwer[2], A. R.; Puhales[1], F. S.;
Costa[1], F. D.; Martins[1], L. G. N.; Degrazia[1], G. A.;
Acevedo[1], O. C,; Moraes[1], O. L. L

[1]Universidade Federal de Santa Maria/CRS/INPE/Santa Maria, RS - Brasil
[2]Universidade Nacional del Nordeste, Resistencia, Argentina
e-mail: gswelter@gmail.com

Resumo

A transformada de Hilbert-Huang (THH) permite a decomposição em tempo e frequência de sinais não-estacionários e não-lineares. Neste trabalho são discutidas possíveis aplicações para o estudo de processos multiplicativos e estruturas não-lineares em sinais turbulentos.

Summary

The Hilbert-Huang Transform is a time-frequency decomposition method for non-stationary and non-linear signals. Possible applications in the study of multiplicative cascade processes, energy transfer and non-linear structures in turbulent signals are discussed.

Introdução

A teoria estatística de turbulência completamente desenvolvida é apoiada no fato que o número de graus de liberdade de um sistema turbulento $\left(0\left(\mathrm{Re}^{9/4}\right)\right)$ seria comparável ao número de Avogadro. Contudo essa estimativa é exageradamente grande, pois não considera as possíveis correlações entre diferentes escalas e existência de estruturas coerentes. Por exemplo, a função estrutura de terceira ordem $\left\langle(\delta_r u)^3\right\rangle = -(4/5)\overline{E}r$ é geralmente interpretada como o fluxo de energia dos grandes turbilhões para os pequenos, entretanto não é claro como a assimetria da distribuição do incremento de velocidade $\delta_r u := u(x+r)-u(x)$ está associada ao mecanismo de transferência de energia. Uma interpretação mais objetiva poderia ser obtida a partir dos momentos da distribuição conjunta $P(\delta_r u, \delta_l u)$ entre escalas; porém, a variável de multi-resolução $v(r,x) := \delta_r u$ pode ser entendida como uma transformada de ondaleta de $u(x)$, cuja ondaleta analisadora $\psi(x) = \delta(x-1) - \delta(x)$ é extremamente precisa na localização na posição x, mas extremamente imprecisa na localização na escala r (Muzy et al. 1993). Esse princípio de incerteza dificulta a obtenção de $P(\delta_r u, \delta_l u)$ a partir da análise experimental. Dessa forma, fica impossível a discriminação entre vários mecanismos (estatísticos ou dinâmicos) possíveis de transferência de energia devido à degenerescência imposta pela análise de multi-resolução (Arneodo et al. 1998), e independe da função $\psi(x)$ escolhida.

A emergência de uma nova técnica de análise de sinais que não assume uma função base traz novas possibilidades à análise de correlações entre escalas em processos multiplicativos.

Transformada de Hilbert-Huang

O sinal analítico[3] de um sinal real $u(t)$ é definido como $u_a(t) = u(t) + iz(t)$, onde $z(t) = (1/\pi) P \oint \frac{u(s)}{t-s} ds$, é a transformada de Hilbert (TH) de $u(t)$ P é o valor principal de Cauchy. O sinal analítico de $u(t)$ pode ser escrito em coordenadas polares como $u_a = a(t) e^{\theta(t)}$, onde $a(t)$ é a amplitude e $\theta(t)$a fase do sinal. Assim, a frequência instantânea pode ser definida como $\omega(t) = d\theta(t)/dt$. A aplicação da TH requer que o sinal seja mono-componente. Neste âmbito, Huang et al. (1998) introduziram a DEM[4] que decompõe um sinal em uma soma de Modos Intrínsecos de Flutuação (MIF). Brevemente, cada MIF é obtido através de um processo recursivo de medidas de envelopes[5]. Os MIF,

[3] A transformada de Fourier de um sinal analítico possui somente frequências positivas.
[4] Decomposição de Empírica de Modos.
[5] Definidos como interpolação de *spline* cúbicas dos máximos locais e dos mínimos locais, formando assim um envelope superior e inferior englobando todo o sinal.

designados por $C_j(t)$, formam uma decomposição ortogonal e permitem uma reconstrução perfeita do sinal original: $u(t)=\sum_{j=1}^{n} C_j(t)+r_n(t)$, onde r_n é o resíduo da *n*-ésima decomposição de $u(t)$. O espectro $H\ \omega,t$ é então construído com a aplicação da TH em cada (Huang et al. ,1998, 1999).

Resultados e discussão

Os MIF são análogos à Análise de Multi-resolução de Ondaletas, porém não impõem uma forma para a decomposição, e o número de MIFs depende unicamente da natureza do sinal. A aplicação da DEM em séries temporais de camada limite estável permite observar a intermitência do sinal e a presença de estruturas coerentes (Figura 1).

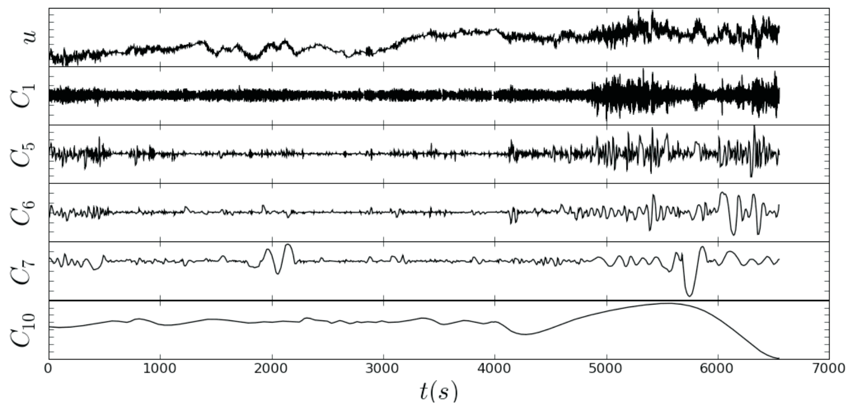

Figura 1. Decomposição Empírica de Modos para uma componente da velocidade em uma Camada Limite Estável. Sinal original e alguns dos 20 Modos Intrínsecos de Flutuação.

De maneira análoga a construção da THH (Figura 2), é possível a construção de uma quantidade de multi-resolução $\upsilon\ r,x$, cuja distribuição condicional entre escalas possa dar informação sobre o processo multiplicativo. A definição dessa quantidade torna possível o estudo de conteúdo mútuo de informação entre escalas de movimento. Além disso, é possível testar hipóteses sobre o mecanismo de dissipação assumidos na construção de modelos multi-escalas[6].

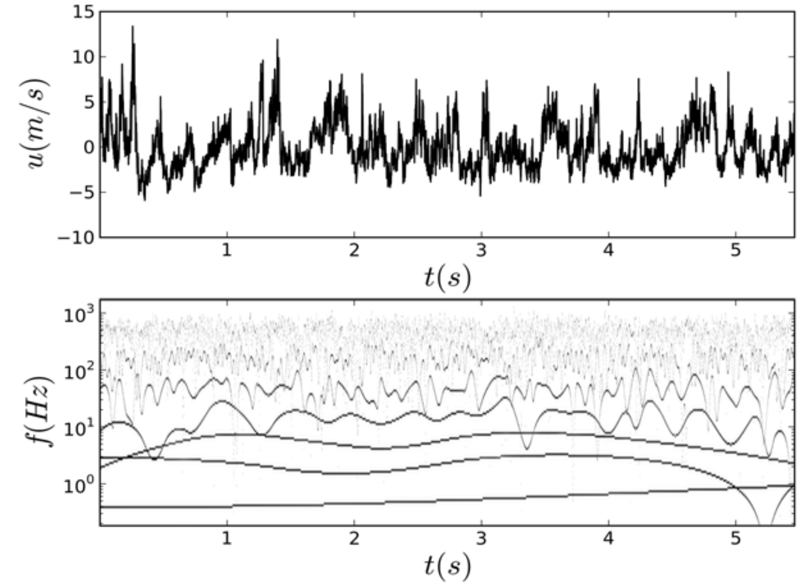

Figura 2. Sinal de velocidade em túnel de vento e seu espectro de Hilbert.

Agradecimentos: Os autores agradecem à CAPES pelo apoio financeiro.

Referências

Muzy et al., *Phys Rev E.* ***47,2*** (1993)

Arneodo et al., *Phys Rev Lett.* ***80,4*** (1998)

Huang et al., *Proc. Roy. Soc. A.* ***454*** (1998)

Huang et al., *Ann. Rev. Fluid. Mech.* ***31,1*** (1999)

[6]A THH também permite a observação de modulações nas amplitudes e nas frequências de um sinal, as quais são assinaturas da natureza não-linear do mecanismo gerador do sinal. Porém, é mais fácil observar em sistemas não-lineares com menor grau de liberdade, como o atrator de Lorentz, Rössler e de Duffing. Veja Huang et al. (1998, 1999).