

## Um modelo a *puff* com o método ADMM

Ledina Lentz Pereira<sup>1</sup>, Marco T. Vilhena<sup>2a</sup>,  
Tiziano Tirabassi<sup>3</sup>, Camila P. Costa<sup>2b</sup>

<sup>1</sup>PROMEC/UFRGS - bolsista CAPES, UNESC/SC

<sup>2a</sup>PROMEC/UFRGS

<sup>2b</sup>PROMEC/UFRGS e bolsista CNPq

<sup>3</sup>CNR/ISAC – Institute of Atmospheric Sciences and Climate - Italy  
e-mail: [llp@yahoo.com.br](mailto:llp@yahoo.com.br)

### Resumo

Apresenta-se, neste trabalho, uma proposta de solução para um problema de dispersão de poluentes bidimensional transiente. Nela considera-se um modelo matemático do tipo *puff*, que representa a pluma através de um número de *puffs* discretos de material poluente. Os *puffs* são modelados na vertical pelo método ADMM.

### 1. Introdução

Os *puffs*, considerados na pesquisa, são emitidos em intervalos de tempo  $\Delta t_1$  e o cálculo da concentração de poluentes de cada um é feito num intervalo de tempo  $\Delta t_2$ . Cada *puff* é transportado de acordo com a trajetória de seu centro de massa (baricentro), que é determinado pelo vetor velocidade do vento local, considerado constante com a altura, enquanto se expande no tempo por meio dos coeficientes de dispersão. Em particular, a difusão vertical do material transportado de acordo com a trajetória do baricentro do *puff* é descrita por:

$$\frac{\partial c(z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K(z) \frac{\partial c(z,t)}{\partial z} \right) \quad (1)$$

onde,  $K(z)$  é a componente cartesiana do coeficiente de difusão. Assume-se que, no início da liberação de poluentes a região de dispersão não está poluída, ou seja:  $c(z,t) = 0$  em  $t=0$  e os poluentes estão sujeitos as condi-

ções de contorno de fluxo nulo no solo e no topo da CLP:  $K(z)\frac{\partial c}{\partial z}=0$  em  $z=0$  e  $z=z_i$ . Sendo,  $0 < z < z_i$ , com  $z_i$  sendo a altura da CLP e  $t > 0$ .

A solução da equação (1) é determinada segundo o método ADMM (Advection Diffusion Multilayer Method), (Vilhena et al, 1998), que discretiza a CLP em N subcamadas de maneira que em cada uma os parâmetros turbulentos assumem valores médios (aproximação stepwise). Resultando em N problemas do mesmo tipo (tanto quanto for o número de subdomínios). A dispersão em x é modelada por uma Gaussiana ( $\Psi_{puff}$ ) caracterizando a difusão nesta direção definida por:

$$\Psi_{puff}(x,t) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma_x} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x-x_0}{\sigma_x} \right)^2 \right] \quad (2)$$

sendo  $x_0 = u \Delta t$  o baricentro ( $u$  é a velocidade do vento médio) e  $\sigma_x$  o parâmetro de dispersão longitudinal expresso segundo (Grynyng, 1987).

Aplicando-se a transformada de Laplace na variável  $t$  na equação (1), e resolvendo a equação diferencial resultante em  $z$  obtém-se:

$$c_{n,puff}(z,s) = A_n e^{-R_n z} + B_n e^{R_n z} + \frac{Q}{2R_n K_n} \left( e^{-(R_n(z-H)+t_0s)} - e^{R_n(z+H)-t_0s} \right) \quad (3)$$

Portanto, a concentração de poluentes na subcamada é dada por:

$$c_{n,puff}(z,t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \left[ A_n e^{-R_n z} + B_n e^{R_n z} + \frac{Q}{2R_n K_n} \left( e^{-(R_n(z-H_s)+t_0s)} - e^{R_n(z+H_s)-t_0s} \right) H(z-H_s) \right] e^{st} ds \quad (4)$$

onde,  $R_n = \sqrt{s/K_{z_n}}$ ,  $H_s$  é a altura da fonte (posicionada a  $x=0$ ) e  $H$  é a função de Heaviside que multiplica a parte que é válida somente na subcamada que contém a fonte,  $A_n$  e  $B_n$  são as constantes de integração.

Desta forma, a concentração total de um poluente em um setor é calculada somando-se todos os *puffs* emitidos pela fonte e que contribuíram para a concentração do poluente no ponto que está sendo avaliado, assim a solução do problema bidimensional transiente é definida como:

$$C_n(x, y, z) = \sum_{puff=1}^{total\ de\ puffs} \Delta M \left\{ \int_{t=0}^{\infty} c_{n\ puff}(z, t) \psi_{puff}(x, t) H(t - t_{0\ puff}) dt \right\} \quad (5)$$

onde  $\Delta M$  é a massa transportada por cada *puff*.

## 2. Dados experimentais e parametrização da turbulência

Para avaliação do modelo utilizam-se os parâmetros dos experimentos de Copenhagen (Gryning and Lyck, 1984 e Gryning et al., 1987). Utilizou-se dados com uma definição do tempo maior que a considerada por (Gryning et al., 1987). Nele, as medidas e as médias concentrações e dos valores meteorológicos são feitas a cada 20 min e 10 min, respectivamente. O coeficiente de difusão utilizado é o sugerido por (Degrazia et al., 2001):

$$K_z = \frac{0.55}{4} \frac{\sigma_w z}{(f_m^*)_w} \quad (6)$$

onde,  $\sigma_w$  é a variância da velocidade vertical e  $(f_m^*)_w$  é a frequência adimensional do pico espectral vertical.

## 3. Resultados e conclusão

Na Tabela 1 estão os resultados dos índices estatísticos (Hanna, 1989) do modelo proposto utilizando  $\Delta t_1 = 120s$  e o intervalo de tempo para o cálculo da concentração de cada *puff*,  $\Delta t_2 = 60s$ .

Analizando o gráfico na Figura 1 é possível observar que, embora tenham acontecido de alguns resultados superestimarem ou subestimarem os dos dados experimentais, muitos deles deram no intervalo do Fa2. Isto caracteriza um bom resultado.

Convém salientar que, um dos diferenciais do presente trabalho, é que utiliza-se o método ADMM em um modelo a *puff*, o que não é considerado nos trabalhos existentes na literatura, pois são baseados na emissão contínua. Sendo assim, pode-se afirmar que este trabalho, pelos resultados obtidos nas simulações, pode ser considerado como uma expansão desse método.

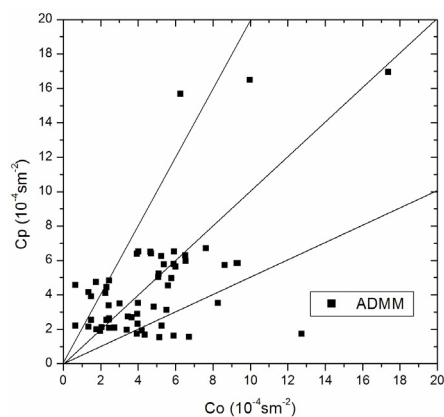


Figura 1. Gráfico de espalhamento dos dados observados e preditos pelo modelo a *puff*

Tabela 1. Dados estatísticos obtidos pelo modelo ADMM

NMSE	COR	FA2	FB	FS
0.39	0.58	0.75	0.11	-0.01

#### 4. Referências

Degrazia, G. A., Moreira, D. M. and Vilhena, M.T.M.B. Derivation of the eddy diffusivity depending on source distance for vertically in homogeneous turbulence in a convective boundary layer. *Journal of Applied Meteorology*, p 1233-1240. 2001.

Gryning, S.E. and Lyck, E. Atmospheric dispersion from elevated sources in an urban area: comparison between tracer experiments and model calculations. *Amer. Meteor. Soc.* 23, 651-660. 1984

Gryning, S. E., Hostslag, A., Irwing, . and Silversten, B. Applied dispersion modelling based on meteorological scaling parameters. *Atmos. Environment*. *Atmos. Environment* 21, 79-89. 1987

Hanna, S.R. Confidence limits for air quality models, as estimated by bootstrap and jackknife resampling methods. *Atm. Environ.* 23, 1385-1395. 1989

Vilhena, M. T. B.; Rizza, U., Degrazia, G., Mangia, C., Moreira, D., and Tirabassi, T. An analytical air pollution model: Development and evaluation. *Contrib. Atmos. Phys*, vol. 71, pp. 818-827. 1998.