

Correlações no domínio tempo-frequência

¹Guilherme S. Welter, ¹Paulo A. A. Esquef, ²Luis G. N. Martins,
²Otávio C. Acevedo, ²Gervásio A. Degrazia

¹Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis, RJ, Brasil;

²Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

e-mail: gswelter@lncc.br

1. Introdução

Análise multivariada de sinais é usada quando se deseja obter informação acerca de um mecanismo, o qual se espera ser responsável por uma relação de dependência entre as variáveis observadas. Um exemplo disto é a estimação do transporte turbulento através da técnica de *covariância dos vórtices*. Estimadores definidos no domínio tempo-frequência (TF) proveem uma metodologia apropriada para análise de sinais multiescala em condições não-estacionárias. Neste âmbito, uma técnica relativamente recente, chamada de Decomposição Empírica de Modos (DEM) e introduzida por Huang et al. (1998), foi desenvolvida para ser totalmente adaptativa e aplicável a sinais não-estacionários e tem sido aplicada com sucesso no estudo de uma grande variedade de sinais complexos. Através de um algoritmo iterativo, a DEM decompõe um sinal em um número finito $J_{\text{máx}}$ de componentes AM-FM, $C_j(t)$ chamadas de *funções de modos intrínsecos* (FMI), mais uma tendência natural

$$r(t) \text{ d o sinal: } x(t) = \sum_{j=1}^{J_{\text{máx}}} C_j(t) + r(t).$$

Através da determinação do *sinal analítico* de cada FMI pela transformada de Hilbert é possível a obtenção da amplitude, fase e frequência instantânea de cada FMI, possibilitando uma representação de amplitude ou energia em TF.

Dada a habilidade da Transformada de Hilbert-Huang (THH) em determinar escalas naturais de sinais multicomponentes e eliminar tendências, uma metodologia que permite estimar correlações no domínio TF é introduzida.

1. Definindo correlações em tempo-frequência

Devido a suas propriedades, cada FMI pode ser expressa como

$$C_j(t) = A_j(t) \cos(\varphi_j(t)),$$

onde a frequência instantânea é definida como $\omega_j(t) = d\varphi_j(t) / dt$.

O procedimento proposto consiste em expressar o conjunto de amplitudes e fases de todas as FMIs em um semiplano comum

$$(t, \omega) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+,$$

onde $A_j(t)$, $\varphi_j(t)$ e $\omega_j(t)$ são usadas para construir as representações $A(t, \omega)$ e $\varphi(t, \omega)$.

Considerando o caso bi-variado, sendo $X(t)$ e $Y(t)$ dois sinais reais, introduz-se uma representação complexa em TF obtida através da THH como:

$$\tilde{X}(t, \omega) = A_X(t, \omega) \exp\left[i\varphi_X(t, \omega)\right] \text{ e}$$

$$\tilde{Y}(t, \omega) = A_Y(t, \omega) \exp\left[i\varphi_Y(t, \omega)\right] \text{ respectivamente,}$$

onde

$$\tilde{X}, \tilde{Y} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{C} \text{ e } i = \sqrt{-1}.$$

O espectro cruzado em TF é então definido como

$$\Psi_{X,Y}(t, \omega) = \tilde{X}_{X,Y}(t, \omega) \tilde{Y}_{X,Y}^*(t, \omega)$$

onde o símbolo $*$ representa a conjugação complexa. Desta Forma, o co-espectro e a quadratura podem ser expressos por :

$$C_{X,Y}(t, \omega) = \Re \left\{ \Psi_{X,Y}(t, \omega) \right\} \text{ e } Q_{X,Y}(t, \omega) = \Im \left\{ \Psi_{X,Y}(t, \omega) \right\}, \text{ respectivamente.}$$

3. Resultados e conclusões

Uma aplicação do método proposto consiste na estimativa do co-espectro da velocidade vertical e temperatura, mostrado na Figura 1. Diferentemente do co-espectro de Ondaleta (não mostrado), a representação em TF não é densa em (t, ω) , o que dificulta a apreciação visual. O co-espectro marginal de HH para este caso, Figura 2, é semelhante ao de Fourier, o que pode ser esperado uma vez que os sinais $w'(t)$ e $\theta'(t)$ são

razoavelmente estacionários, entretanto o co-espectro de HH oferece maior resolução nas baixas frequências, favorecendo uma identificação mais acurada das escalas importantes no transporte turbulento.

4. Referências

Huang et al., *Proc. Roy. Soc. A.* **454** (1998)

Huang et al., *Ann. Rev. Fluid Mech.* **31,1** (1999)

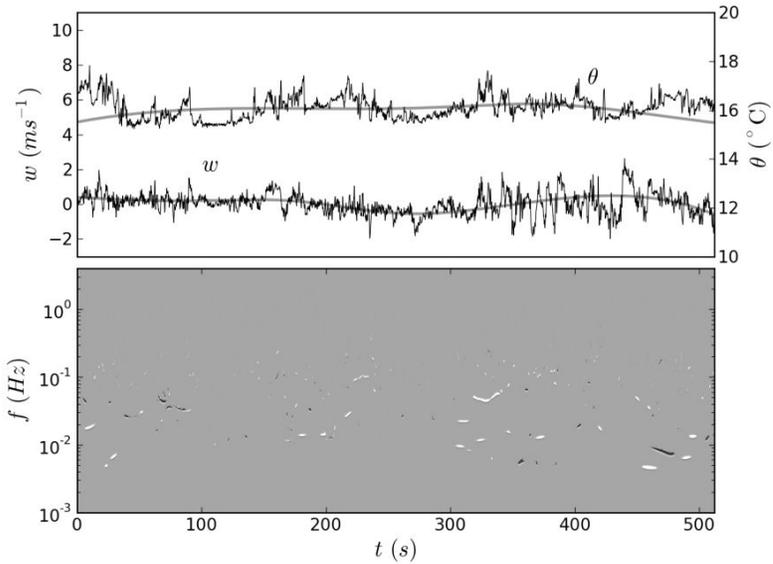


Figura 1. No painel superior amostras de velocidade vertical W e temperatura θ com respectivas tendências (linhas claras). No painel inferior, o Co-espectro de Hilbert-Huang $C_{w,\theta}$ correspondente, onde tons claros (escuros, respectivamente) correspondem a correlações positivas (negativas).

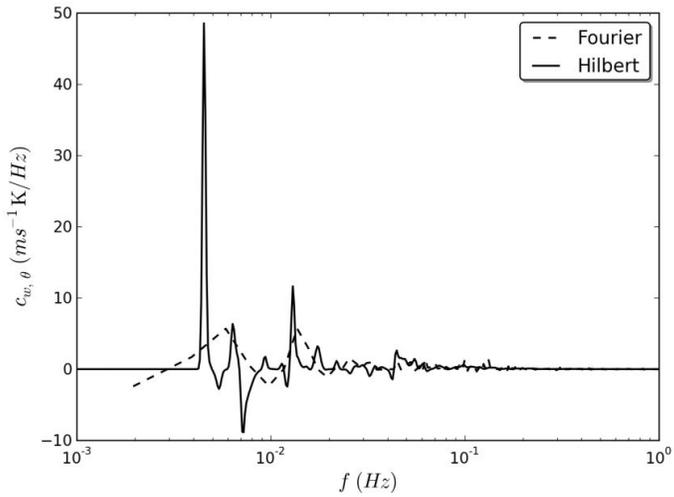


Figura 2. Co-espectro marginal de Hilbert, $c_{w,\theta}(\omega) = T^{-1} \int C_{w,\theta}(t, \omega) dt$, e de Fourier dos mesmos sinais da Figura 1.