

## Uma análise por métodos de perturbação da equação prognóstica da energia cinética turbulenta

Souza Jr., U., Mendes, C.R.S., Pellegrini, C.C.

*Depto. Ciências Térmicas e Fluidos, Univ. Federal de São João del-Rei  
e-mail: pelle@ufsj.edu.br*

### Introdução

Métodos de Perturbação têm sido utilizados para obter soluções analíticas em micrometeorologia e para ampliar o entendimento físico a respeito da multiplicidade de fenômenos envolvidos na área. Recentemente Macedo-Vitor e Pellegrini (2007) utilizaram a Técnica das Variáveis Intermediárias para analisar a equação prognóstica do fluxo vertical de quantidade de movimento horizontal turbulento em atmosfera neutra. O presente trabalho estende a análise para a equação da energia cinética turbulenta. O principal resultado é estabelecer as regiões de predomínio, na extensão vertical da camada limite atmosférica (CLA) dos termos da equação, em primeira ordem de grandeza.

### Análise matemática

A equação prognóstica para a energia cinética turbulenta na CLA tem a forma:

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{e}}{\partial x_j} = \underbrace{-\overline{u_i' u_j'}}_P \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \underbrace{\frac{\partial (\overline{u_j' e})}{\partial x_j}}_T - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\overline{u_j' p'})}{\partial x_j}}_{CP} - \underbrace{d}_{Dis}$$

em que a energia cinética turbulenta é  $\bar{e} = 0.5(\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'})^2$  e os símbolos restantes possuem o significado tradicional. Os termos da eq. (1) são: (Ac) acumulação; (Adv) advecção; (P) produção mecânica; (T) transporte turbulento; (CP) correlação de pressão; (Dis) dissipação.

A equação (1) pode ser adimensionalizada seguindo Macedo-Vitor e Pellegrini (2008) e usando  $\tau = t/t_c$  para o tempo,  $\rho = \bar{\rho}/\rho_0$  para a massa específica e  $E = \bar{e}/(u_*^2 + w_*^2)$  para a energia cinética turbulenta, sen-

do  $u_* = (\overline{u'w'})^{1/2}$  e  $w_* = (\overline{\theta'w'}gz_i/\theta)^{1/3}$ . O estiramento da coordenada vertical é feito por  $\tilde{Z} = Z/\varepsilon$ , em que  $\varepsilon$  é um parâmetro que pode variar continuamente em ]0,1]. Resulta do processo a equação, em que a ordem de grandeza dos termos aparece indicada abaixo de cada um:

$$Ac + Adv = -P - T + CP - Dis$$

$$O_s(\varepsilon_t) \quad O_s(1) \quad O_s(1) \quad O_s(\varepsilon_*) \quad O_s(\varepsilon_*) \quad O_s(\varepsilon_R/\varepsilon^2) \quad (2)$$

em que

$$Ac = \varepsilon_t \partial \bar{E} / \partial \tau$$

$$Adv = \bar{U} \frac{\partial \bar{E}}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial \bar{E}}{\partial Y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{E}}{\varepsilon \partial \tilde{Z}}$$

$$2P = \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} \overline{U'U'} + \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} \overline{U'V'} + \frac{\partial \bar{U}}{\varepsilon \partial \tilde{Z}} \overline{U'W'} +$$

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial X} \overline{V'U'} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial Y} \overline{V'V'} + \frac{\partial \bar{V}}{\varepsilon \partial \tilde{Z}} \overline{V'W'} +$$

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial X} \overline{W'U'} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial Y} \overline{W'V'} + \frac{\partial \bar{W}}{\varepsilon \partial \tilde{Z}} \overline{W'W'}$$

$$T = \varepsilon_* \left[ \frac{\partial (\overline{U'E})}{\partial X} + \frac{\partial (\overline{V'E})}{\partial Y} + \frac{\partial (\overline{W'E})}{\varepsilon \partial \tilde{Z}} \right]$$

$$CP = -\frac{\varepsilon_*}{2\rho} \left[ \frac{\partial (\overline{P'U'})}{\partial X} + \frac{\partial (\overline{P'V'})}{\partial Y} + \frac{\partial (\overline{P'W'})}{\varepsilon \partial \tilde{Z}} \right]$$

$$Dis = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon^2} \left[ \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial^2 X} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial^2 Y} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial^2 \tilde{Z}} + \varepsilon^2 \left( \frac{\partial \bar{U}'}{\partial X} \right)^2 + \varepsilon^2 \left( \frac{\partial \bar{U}'}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{U}'}{\partial \tilde{Z}} \right)^2 + \right.$$

$$\left. \varepsilon^2 \left( \frac{\partial \bar{V}'}{\partial X} \right)^2 + \varepsilon^2 \left( \frac{\partial \bar{V}'}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{V}'}{\partial \tilde{Z}} \right)^2 + \varepsilon^2 \left( \frac{\partial \bar{W}'}{\partial X} \right)^2 + \varepsilon^2 \left( \frac{\partial \bar{W}'}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{W}'}{\partial \tilde{Z}} \right)^2 \right]$$

Os parâmetros pequenos são  $\varepsilon_t = L_x / U_g t_c$ ,  $\varepsilon_* = u_* / U_g$  e  $\varepsilon_R = \text{Re}^{-1}$ ,  $U_g$  é o vento geostrófico,  $t_c$ , o tempo característico (que não necessita

ser precisamente definido por enquanto) e  $Re$  o número de Reynolds. Letras maiúsculas denotam variáveis adimensionais. Valores típicos para as variáveis envolvidas podem ser obtidos de Macedo-Vitor e Pellegrini (2008).

### Resultados e análise

Limites distintivos são expressões que definem a existência e a posição das camadas limite. Eles são encontrados comparando, de todas as maneiras possíveis, a ordem de grandeza dos termos da equação em estudo. Para a eq. obtém-se  $\epsilon_1 = \sqrt{\epsilon_R}$  e  $\epsilon_2 = \sqrt{\epsilon_R/\epsilon_*}$ . Contudo, quando  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ , os termos  $T$ ,  $CP$  e  $Dis_z$  são  $O_s(\epsilon_*)$ , enquanto  $Adv$  e  $P$  são  $O_s(1)$  e o segundo limite é, portanto, descartado. A fig. 1 mostra a predominância dos termos para o limite obtido e permitindo-se a e variar continuamente em  $]0,1]$ .

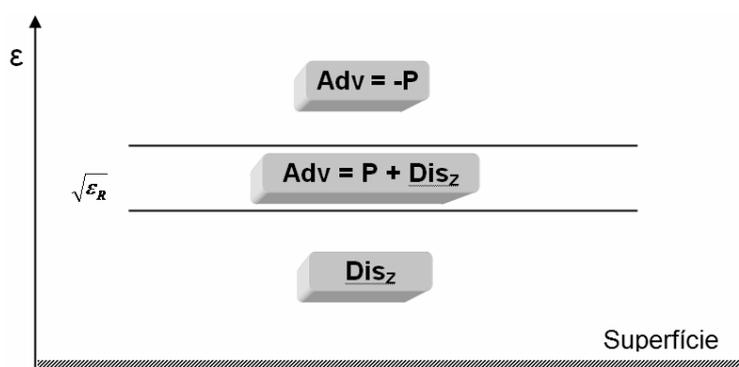


Figura 1. Estrutura vertical da CLA em relação à energia cinética turbulenta.

### Conclusões

A CLA apresenta apenas um limite distintivo do ponto de vista da energia cinética turbulenta, com uma região principal, onde predominam  $Adv$ ,  $P$  e  $Dis_z$  e duas sub-regiões, onde predominam  $Adv$  e  $P$  (acima) e  $Dis_z$  (abaixo, com termos que contém  $\tilde{z}$ ). Os termos  $T$ ,  $CP$ ,  $Dis_x$  e  $Dis_y$  (que não contém  $\tilde{z}$ ) não aparecem na aproximação de primeira ordem. Com os valores típicos adotados, somente para  $s$ , indicando que o termo  $Ac$  precisa ser considerado somente em períodos de rápida transição, como o nascer e o pôr-do-sol.

A análise indica que, em primeira ordem de aproximação, a hipótese do equilíbrio local não é válida, i.e., não existe uma região onde apenas os termos P e  $Dis_z$  são dominantes. Hogstrom (1996) confirma, observando que  $Dis_z$  é 25% maior que P, fato que, em face das dificuldades experimentais envolvidas, pode explicar a crença no equilíbrio local. O autor sugere que o termo CP (de em nossa análise) seja o responsável pelo desequilíbrio. Esta é uma possibilidade que não podemos descartar, pois termos de segunda ordem podem representar a diferença entre termos de primeira ordem (25% não é um limite nítido entre primeira e segunda ordem). Pahlow *et al* (2001) também corrobora esta idéia, verificando uma diferença de 15 a 25% entre P e  $Dis_z$ , e atribuindo o desequilíbrio aos termos T e CP, ambos de em nossa análise.

**Agradecimentos:** à FAPEMIG pelo apoio financeiro

#### Referências

MACEDO-VITOR, A.D., PELLEGRINI, C.C. Um estudo das equações prognósticas da turbulência por métodos de perturbação, In V Brazilian Micrometeorology Workshop, 2007, Santa Maria, RS, CD-ROM.

MACEDO-VITOR, A.D., PELLEGRINI, C.C. Uma análise por métodos de perturbação da eq. prognóstica do fluxo de momentum turbulento em atmosfera estratificada, In XV CBMet, 2008, São Paulo, SP, CD-ROM, 2008.

HÖGSTRÖM, U.: Review of some basic characteristics of the atmospheric surface layer, **Bound.-Layer Meteor.** v.78, p. 215-246, 1996

PAHLOW, M., PARLANGE, M. B., PORTÉ-AGEL, F. On Monin-Obukhov similarity in the stable atmospheric boundary layer, **Bound.-Layer Meteor.** v. 99, p. 225-248. 2001.