

入学時における数学（微分積分学）  
にたいする学生の実態について  
自己点検・自己評価を求めて

栗山輝雄\*

The Actual Situation of Students in Calculus after Matriculation  
—in pursuit of self-inspection and self-assessment.

Teruo KURIYAMA

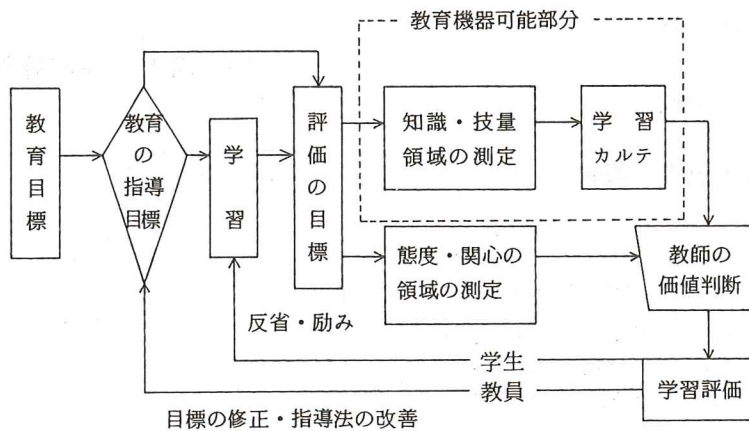
一 はじめに

本学は単科の工科大学であり、昨年創立50周年を迎えた。戦前造船専門学校に始まり、戦後造船短期大学、造船大学を経て現在の長崎総合科学大学に至っている。本学入学者は全国から集まり、

また出身課程は工業課程、普通課程、水産課程、まれにはあるが商業課程までありすこぶるバラエティにとんでいる。したがって高校における履修時間もまちまちであり学力差もすこぶる大きい。数学研究室ではその指導法については、これまでもいろいろと工夫をしてきたところである。

二 教育方法について考える

I 教育方法のメカニズム



\*一般教育教室講師  
1993年6月15日受付

## II 教育のシステム 計画立案

前 提	指導案の作成	実 施	評価修正
授業改善の目的意識 明確化 学生の実態把握	具体的目標 目標の分析 資料の分析 前提条件の明確化 目標の関連図 指導形態 指導案	授業の実態 記録	授業記録の再現 目標の実際との対比 計画の修正

### III 教育のシステム化の意義

第一に教育のシステムを蓋然的なものから決定的なものに変革していくことである。

第二に教育のシステムを非適応型のものから適応型のものに変革していくことである。

多様化し、急速に進歩変化する科学技術に対応する学問を自学できるような、柔軟な頭脳と基礎能力を養う。

### 三 基礎科目としての数学教育の目標

I 専門科目を習得するため工学における数学の基礎学力を十分に修得させ、それをもとに工学における現象を数学的にとらえ処理する能力を身につけさせる。

II 数学を通して、論理的思考力、創造力、問題解決能力などを養い、技術の高度化、社会構造の変化に対応できるような自己教育力、生涯学習の基となる人間性を育成する。

III 数学を学問としてとらえる。

これら I, II, IIIを有機的に結合してとらえる。

### 四 数学における思考と教育

数学は現象を抽象化、一般化してとらえる事を重要な役割としており、特に事象を数理的にとらえる事が重要視されている。従って専門科目とは相補的な役割を持っている。(具体的例として電場、磁場、重力、流体など専門科目では別々の現象ととらえられるが、数学ではベクトルの場として、統一的に扱うことができる)

自然現象、物理現象、社会現象を説明するために数学が利用されることを考え、その上にとって

## 五 指導計画とシラバス

I 上に述べた目標達成にむけ学生の興味、関心、能力に応じた多様な対応が出来るようにすること。

II 学生の個性を生かしながら自学の習慣をつけさせる方策を考えること。

シラバスについては、年間の授業時数と授業内容を十分検討し、今までの経験を生かし年度初めに作成し週単位で進捗と指導上の留意点、重点項目などをメモしておく。(資料1を参照)

## 六 91・92年度 高校課程別入学者数

入学年度	普通課程	工業課程	商業・その他	留学生	計
91	420	95	8	14	537
92	427	91	6	12	536
率(%)	78.9	17.4	1.3	2.4	100

## 七 高校教育課程における数学週時間数

### 1. 普通課程

	数 学 I	数 学 II	代 数 ・ 幾 何	基 礎 解 析	微 分 ・ 積 分	確 率 ・ 統 計
一年	5					
二年文 理			3	4		
三年文 理			4		4	3
単位数合計文 理						$\frac{13}{19}$

### 2. 工業課程

数 学 I	数 学 II	基 礎 解 析	代 数 ・ 幾 何
4			
	2		
	2		(2)
8 (2)			

最小でも3単位も違うので入学時点においては、学力差が相当にあるのではと懸念される。そこで昨年実施をした高校における基本問題（テスト問題は資料2）を次の2クラスで実施をした。Aクラスは上位クラスに数名抜けている。Bクラスは学科単位でまとまっているクラス。

左下の表の結果を見て解るように基本問題においても、普通課程と工業課程における学力の差はすこぶる大きい。しかし工業課程から進学してきた学生は、普通課程から進学してきた学生より大学進学のための意識をはっきりと自覚し学習意欲はすこぶる旺盛である、したがって入学時点から前期の間の指導をきめ細かにする事に依って数学への取り組みが確立するものと思われる。

### 2. 微分の範囲指導後のテストについて

ここ数年授業をした機械科（数名は上位クラスに抜けている）の1989, 1990, 1992年度入学生に微積分を指導したのでその結果を分析したい。機械科のクラスの構成は公立の普通課程・工業課程出身の学生から成る。

新入学生にたいし2ヶ月間指導後の結果について。入学しての2ヶ月間は高校で学習したと思われる微分の範囲を工業課程のレベルより少し上に目標をおいて指導をし、微分の範囲の理解度を計るべく資料3のテストを実施した。

微分のテスト

入学年度	1989	1990	1992
平均点	58.4	62.8	65.1
人員	50	54	57
公立普	66.9(23)	69.2(22)	82.2(20)
私立普	51.0(14)	60.8(19)	55.1(20)
工業	54.4(13)	59.2(13)	56.9(17)

## 八 入学後における微積分の指導

上にもふれたように高校時代における数学の履修時間にも内容にも大差があるので、一概に能力に差があるとは判断できないが、学力の差はかなり有ると考えられる。したがって指導については一段と意を用いねばならない。ここ数年は、数学の能力のある学生には更に伸ばし大学院への進学を想定して10クラスの内1クラスを選んで指導してきた。しかし、専門学科より学科別クラス編成の希望も強く選抜クラスを作れぬ雰囲気もでてきた。

### 1. 入学時点における高校数学の基本問題テストについて

七でも述べた様に高校における履修時間数が普通課程と工業課程とでは3年間に最大で11単位、

クラス	A	B
学科名	システム情報	電気工学
平均点	50.2	57.8
人員	50	51
公立普	62.9(16)	69.2(20)
私立普	49.9(24)	60.4(18)
工業	31.8(10)	37.2(13)

### 3. 授業実施での留意点

- 基本概念の理解把握が容易になるような配慮をした。
- 具体例から入り、平易に説明した。
- 学生の自学自習で理解出来るよう例題とその解説を丁寧にする。
- 学生が問題を独力で解くことで、学習の理

解も深まることを期待した。

#### 4. 授業の理解度の確認と内容定着の為に

- a. 講義終了前にその日の内容の重点項目を紙片に書かせ、次回の講義で不十分な点があれば補う。
- b. 練習問題を与えレポート用紙に解いて提出させ添削指導をして返還する。  
練習問題を自宅学習をしレポートとして、提出した割合は次表の通りである。

8割以上	～5割	～2割	～1割	0
26%	17%	17%	17%	23%

5割以上の提出者は70点以上の得点を得ている。

#### 5. 講義内容についてアンケートの結果<sup>(\*)</sup>

(アンケートは資料5にある)

- @ 1. 十分理解できる 2. 大体理解できる  
19.3% 50.9%
3. 余り理解できぬ 4. 理解できぬ  
19.3% 10.5%
- @ 3. 4. に記入した人で
1. 内容が難しい 2. 説明が速すぎる  
23.3% 27.3%
3. 説明が下手 4. 勉強不足  
3.0% 30.3%
5. 聞いていない 6. 出席しない  
6.1% 3.0%

演習について

- @回数 1. 減らす 2. 今のまま  
15.3% 75.4%
3. 増やす  
15.7%
- @ 量 1. 減らす 2. 今のまま  
15.7% 82.4%
3. 増やす  
10.5%

@ 高校時代の履修の状態で微分積分学のときクラスを分ける事について

1. 賛成 2. 反対  
34.6% 19.2%
3. どちらでも良い  
46.1%

@ 授業に対する学生の感想 (アンケートより)

- ◎高校で基本を習っていなかったので、講義の進み具合が速かった。
- ◎高校時代より授業時間が長いので進度が速く、1回休むとついていくのが大変だった。
- ◎計算問題が多く面白くなかった。
- ◎もっと易しい問題にして欲しい。
- ◎黒板に書くのが速いのでノートをとる暇がない。
- ◎基本から学べるようにして欲しい、ペースをもう少し落としてゆっくり教えて欲しい。
- ◎解り易く説明してくれていると思うが、自分で努力しないので解らないのだと思う。
- ◎ノートだけで理解するのが難しい、応用問題が少なすぎる、例題を増やして欲しい。
- ◎高校時代に大体した所だったので大部分は解った。
- ◎とても詳しく理解するまで教えてくれるのでとても良く解りました。
- ◎受け易い授業だった、高校で習った所なので、今の進む速さで良かったがこれからはもう少しゆっくりして欲しい。
- ◎講義のペースがやや遅いけど解り易いので良い。
- ◎微積Ⅰは高校の復習でしたので、忘れていた部分が先生の説明が良かったのでまた知識が戻った。
- ◎講義の内容、進み具合などこのままで良い。結構解り易い授業だった。
- ◎不足や不満な点がなく、珍しく落ちついた講義であった。

\*同項目のアンケートについての詳細な報告は、教職課程藤原豪助教授により1991年12月19日の全学教育シンポジウムで発表されている。

## 6. 結果の分析

入学時点の基本テストによると、工業課程出身の平均点は、全体平均の6割程度であるが、2ヶ月間にわたる指導で全体平均の9割に当たるまでになっている。また、アンケートによると理解度は、十分理解できると大体理解できるを合わせると70%程あるが、理解できぬが1割程ある点は頭に入れておく必要があると思う。演習の回数並びに量については、7割から8割以上が現状を満足している。

これらの点を総合して、一応目的としていた高校での履修時間が少ない学生にも早く他とのレベルを合わせ自信と意欲を持たせる事は、ほぼ達成したと見ている。

なお、高校での履修状態でクラス分けする事については賛成、どちらでも良いが反対を大きく上回って80.7%もあったのはいささか驚きでもあった。

大学生にもなると、各自が自分の力を冷静に判断できるようになり各自で判断させる事ができると思われる。その意味からも今年度の数学教室の新しい試みの意味もあったと考えられる。

授業に対する感想は、説明のペースを落としてと言う意見も見受けられたが今の授業方法を続け、学生にわかりやすく、更に少しでも数学を楽しく勉強できるように心がけていきたい。

## 九. まとめ

本学には、高校時代多様な課程を経た学生が進学してきており、よく言われている進学体制に染まった学生は少ないと思われる。したがって本学で学ぶことにより個性豊かな学生が育つものと信じている。基礎科目として、数学の学力を如何にしてつけるかが大きな課題であるが。

まず前にあげた、二の教育目標Iを達成するには専門の先生がたとの話し合いの場を持つ事。次に上を踏まえた上で数学研究室として微積I、IIの指導内容の精選、特に最低これだけは抑えておくべき線を確認し更に学生の学力に沿った指導を

如何にするか教授方法の研究（ティーム・ティーティングを含め）も必要と考えられる。

数学研究室では本年度より新しい取り組みとして学生の希望により3グループに分けた指導を始める事となった。6組から10組迄の5クラスを同時授業とし、2クラスは数学を丁寧な、もう1クラスは発展的展開を目指し大学院に進学できる学力を、残る2クラスも基礎学力を定着させたいと考えている。

数学研究室の皆さんのご指導を得て発表できます事を心より感謝致します。

高校の基本問題のテスト(資料2)は本学非常勤講師の深堀義文氏の提供

### 参考文献

1. 現代教科教育学大系, 教科教育ハンドブック, 第一法規
2. 日本数学教育学会誌, 第74回総会特集号, 高専・大学部会, pp. 477-498, 1992

## 資料 1

## 微分積分学 I シラバス\* (予定)

第二章 微分	§ 1 関数の極限 ・連続関数 § 2 微分の基本公式	極限值 平均変化率・微分係数 積・商の導関数 合成関数の導関数 指数関数の導関数 対数関数の導関数	
第三章 微分の応用	§ 1 微分の応用 § 2 関数の増減 § 3 極値・凹凸	接線・法線 増減と極大極小 グラフの概形 方程式の実数解の個数 不等式の証明	中間テスト
第四章 不定積分	§ 1 基本的な不定積分 § 2 置換積分・部分積分	原始関数 置換積分法 部分積分 部分分数に分けて積分	
第五章 定積分の応用	§ 1 定積分 § 2 定積分の計算 § 3 面積・体積	定積分の定義 定積分の性質 定積分の計算  面積 体積	前期テスト

\*担当者により若干の変動があります。

微分積分学IIシラバス（予定）

第二章 微分	§ 3 三角関数 § 4 逆三角関数	加法定理 積を和と差 三角関数の導関数 逆関数 逆三角関数の導関数 対数微分法	
第三章 微分の応用	§ 1 微分の応用 § 2 関数の増減 § 3 極値と凹凸 § 4 高次導関数 § 5 不定形の極限值	媒介変数表示 陰関数の微分 平均値の定理 第2次導関数と極値 凹凸と変極点 第 $n$ 次導関数 関数の展開 マクローリン展開 ロピタルの定理	中間テスト
第四章 不定積分	§ 2 置換積分・部分積分 § 4 有理関数, 無理関数の積分	分数式, 無理式の積分 置換積分の利用	
第五章 定積分と応用	§ 4 面積・体積・曲線の長さ § 3 広義の積分	陽関数表示(1) 媒介変数表示(2) 極座標表示(3)	後期テスト

## 資料 2

出席番号	学科	氏名
出身校	県	高等学校 (普通・工業・商業・その他)

次の計算の右辺を書いて下さい。習ってない時P；習ったが忘れた時Qと書く

1.  $(a+2b)^3 =$

2.  $\cos 150^\circ =$

3.  $\sin 135^\circ =$

4.  $4^x = 32$  のとき  $x =$

5.  $\log_4 8 =$

6.  ${}_{10}C_4 =$

7.  ${}_7P_3 =$

8.  $7! =$

9.  $\sin(\alpha + \beta) =$

10.  $\tan 60^\circ =$

$\vec{a} = (3, -2)$   $\vec{b} = (5, 4)$  のとき次の式の値をかけ

11.  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

12.  $|\vec{a} - 2\vec{b}| =$

$f(x) = x^3 + 2x - 3$  のとき次の式の値を書け

13.  $f'(x) =$

14.  $\int f(x) dx =$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \text{ のとき } A^{-1} =$$

15.  $2A + 3B =$

16.  $BA =$

17.  $A^{-1}B =$



資料 3

微分積分学 I テスト\*

1. 次の問いにしたがって  内に適当な数または記号を入れよ。

(1) 関数  $f(x)=x^3$  について、 $x$  が 1 から 3 まで変わるときの平均変化率は  である。

(2) 関数  $f(x)=x^3$  について、 $x=1$  における変化率  $f'(1)$  (微分係数) は  である。

(3) 放物線  $y=x^2-2x+2$  上の点 (2, 2) における接線の方程式は  である。

(4)  $y=2x^4-3x^3+4x^2-5x+6$  を微分すると  である。

(5)  $\lim_{x \rightarrow -1} x(x+3) = \text{}$  である。

(6)  $y=x^3-3x+1$  は  $x = \text{}$  で極大値  を、 $x = \text{}$  で極小値  をとる。

(7)  $x^3-3x+1=0$  の実数解の個数は  である。

2. 次の関数を微分せよ。

(1)  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 7$

(2)  $y = (x^2+1)(x^2-2x+3)$

(3)  $y = \frac{x-2}{x^2+x-2}$

(4)  $y = (x^2-2x+3)^3$

(5)  $y = \sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2}$

(6)  $y = e^x + e^{-x}$

(7)  $y = x^2 \log x$

(8)  $y = e^{2x} \log(x^2+1)$

3. 次の極限値を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2-2x+1}{x+2}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-3x}{x^2+2x}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+4}$

(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+3x-2}{x^2+5}$

(5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x+3}{2^x-1}$

(6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x+1} - x)$

4. 次の等式が成立するように、定数  $a, b$  を定めよ。

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{ax^2-2x+b}{x^2+6x+5} = -1$$

(ヒント:  $x \rightarrow -1$  のとき分母  $\rightarrow 0$  で極限値が存在するので分子  $\rightarrow 0$  である)

5. 次の関数の増減、極値を調べてグラフを書きなさい。

$$y = x^4 - 6x^2 - 8x + 10$$

6.  $x^3+x^2-x-k=0$  の実数解の個数は  $k$  の値によってどのように変化するか。

7.  $x > 0$  のとき、次の不等式を証明せよ。

$$\log(1+x) > x - \frac{x^2}{2}$$

回答欄

①		②		③	
④					⑤
⑥	⑦		⑧		⑨
⑩					

\*担当者によってテスト問題は異なる。

## 微分積分学IIテスト

1. 次の不定積分を求めよ。

$$(1) \int (3x^2 - 2x + 1) dx$$

$$(2) \int \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x} dx$$

$$(3) \int \sin x \cos x dx$$

$$(4) \int (2x+1)e^{x^2+x+3} dx$$

$$(5) \int x \sin x dx$$

$$(6) \int \log(x+2) dx$$

2. 次の定積分の値を求めよ。

$$(1) \int_1^3 (2x-1) dx$$

$$(2) \int_1^4 x\sqrt{x} dx$$

$$(3) \int_e^{e^2} \frac{1}{x} dx$$

$$(4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 2x + \cos 3x) dx$$

$$(5) \int_{-1}^2 \frac{(1-x^2)^2}{x^2} dx$$

$$(6) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2 x) \sin x dx$$

3. 次の定積分は何を求める式か,  内に  $S$ ,

$l$ ,  $V$  の記号を入れよ。

$$(1) \int_a^b f(x) dx = \text{  }$$

$$(2) \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \text{  }$$

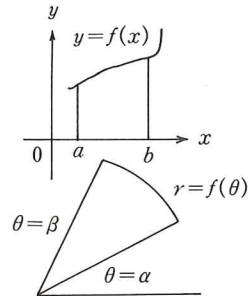
$$(3) \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx = \text{  }$$

$$(4) \frac{1}{2} \int_a^b \{f(\theta)\}^2 d\theta = \text{  }$$

$$(5) \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt = \text{  }$$

ただし,  $S$ :面積  $l$ :曲線の長さ  $V$ :体積

$$\cdot y=f(x) \quad \cdot \begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \end{cases} \quad \cdot r=f(\theta)$$



4. 次の曲線および直線で囲まれた図形の面積を求めよ。

$$(1) y=\sqrt{x}, x=2, x \text{ 軸}$$

$$(2) x=t+2, y=t^2, x \text{ 軸}, -2 \leq t \leq 0$$

$$(3) r=2\theta, \theta=-\frac{\pi}{2}, \theta=\pi$$

5. 底から高さが  $x$  cm の平面で切った切り口が一辺  $\sqrt[3]{x}$  cm の正方形の器がある。この容器の底から 10cm までの部分の体積を求めよ。

6. 曲線  $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{4x}$  の  $x=1$  から  $x=3$  までの長さを求めよ。

7. 関数  $f(x)$  が  $0$  の近くで  $n$  回微分可能であれば、

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots \\ + \frac{f^{(n-1)}(0)}{(n-1)!}x^{n-1} + R_n$$

が  $x=0$  の十分近くにある任意の  $x$  について成立する。(マクローリンの定理)

マクローリンの定理において、 $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$  であれば、

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots \\ + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

と表現できる。この右辺を  $f(x)$  のマクローリン展開という。

次の関数のマクローリン展開を求めよ。

- (1)  $f(x) = e^x$
- (2)  $f(x) = \log(x+1)$
- (3)  $f(x) = \cos x$

## 資料 4

## 微分積分アンケート（無記名）1992年7月実施

## 1. 履修歴と理解度（高校生のとき）

## A 履修歴

- 1 数学 I 2 基礎解析 3 微分積分

（注意）1 ……微分積分についてまったく学習しなかった

2 ……微分積分について学習したが、三角関数や、指数関数についての微分積分は学習しなかった

3 ……三角関数や、指数関数についての微分積分も学習した

高校時代各学年における数学の時間数

1年（ ）時間 2年（ ）時間 3年（ ）時間

## B 理解度（微分積分について）

- 1 全く理解していなかった
- 2 不十分だが、おおよその概念はつかめていた
- 3 多項式の微積分なら、計算できた
- 4 多項式の範囲でなら、応用もできた
- 5 三角関数や指数関数を含んだ関数の微積分でも計算できた
- 6 微積分学を応用して、いろんな問題を解くことができた

## 2. 講義について

## A 理解度（自己判定）

- 1 十分理解できる 2 大体理解できる 3 あまり理解できない
- 4 ほとんど理解できない

## B（Aで3、4に○をつけた人）理由を3つ以内あげて下さい。

- 1 講義内容が難しすぎる 2 説明が下手 3 説明が速すぎる
- 4 自分自身の勉強不足 5 説明を聴いていない 6 あまり出席しない

## C 講義の程度

- 1 高すぎる 2 やや高い 3 適当 4 やや低い 5 低すぎる

## 3. 演習について

## A 回数

- 1 減らした方がよい 2 このままでよい 3 増やした方がよい

## B 演習問題の量

- 1 減らした方がよい 2 このままでよい 3 増やした方がよい

## 4. 高校時代の履修の状態で微分積分学のときクラスを分けることはどう思うか

- 1 賛成 2 反対 3 どうでもよい

## 5. 微分積分学の講義、内容などについての要望・感想