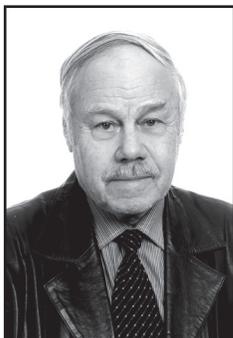




Оценка вибрации пути при высоких скоростях движения



Александр КОГАН
Alexander Ya. KOGAN

Ирина ПОЛЕЩУК
Irina V. POLESHCHUK



Коган Александр Яковлевич – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник отделения «Путь и путевое хозяйство» ОАО «ВНИИЖТ», Москва, Россия.

Полещук Ирина Васильевна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей» Российской открытой академии транспорта Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, Россия.

Авторами предложен аналитический метод оценки уровня вибрации пути и, в частности, виброускорений шпалы при прохождении поезда со скоростями свыше 500 км/ч. В расчетной схеме учтено демпфирование пути как бесконечной балки на упругом основании.

Приведены алгоритм и результаты численного расчета вибраций при скоростях движения экипажа в зоне условно-критической скорости (когда в модели, не учитывающей рассеяния энергии в пути, прогнозируется возникновение колебаний неограниченно большой амплитуды). Показано, что при движении поезда со скоростью, равной условно-критической – порядка 500-600 км/ч, вибрации достигают максимума во всем частотном диапазоне. Решения получены для широкого спектра частот от 16 до 32000 Гц в двенадцати октавных полосах в децибельной шкале.

Ключевые слова: железная дорога, вибрация шпалы, высокоскоростные поезда, критическая скорость, октавы частот, спектральные плотности, децибелы, аналитический метод, численный расчет, критерий Гурвица, преобразования Фурье.

Скорости движения высокоскоростного транспорта непрерывно увеличиваются. Если сравнительно недавно 300–350 км/ч выглядели весьма высокими, то сейчас ставится вопрос о том, чтобы достичь на российских железных дорогах уровня 400–450 км/ч. В связи с этим возникает задача оценки вибрации пути при таких и более скоростях.

Проблемам аналитической оценки уровня вибрации пути под проходящими поездами, сформированными из однотипных экипажей, посвящена статья [1]. В ней при определении формы кривой изгиба рельса использовалась модель, в которой с целью упрощения решения не учитывалось рассеяние энергии. Решения, получаемые в этом случае, являются достаточно точными при скоростях движения экипажей до 300–350 км/ч. При скоростях свыше 500 км/ч и пренебрежении демпфированием система может стать неустойчивой, а решения становятся неограниченными. Фактически энергия в системе всегда рассеивается. При этом вблизи скорости, критической в случае отсутствия демпфирования (условно критической), следует ожидать повышенных динамических эффектов.

Известно, что во Франции на высокоскоростной линии была реализована скорость движения 574 км/ч, которая, по нашим оценкам, превышает условно-критическую.

В общем случае с учетом демпфирования прогиб неподвижной точки рельса при проходе через сечение пути единичной вертикальной силы $Q = 1$ со скоростью V описывается дифференциальным уравнением [2]:

$$EI_y^o \frac{d^4 Z_p^o}{du^4} + (N^o + m_z^o V^2) \frac{d^2 Z_p^o}{du^2} - f_z^o V \frac{dZ_p^o}{du} + U_z^o Z_p^o = 0, \quad (1)$$

которое справедливо везде, кроме точки приложения силы $Q = 1$, где терпит разрыв третья производная от вертикального прогиба рельса.

В формуле (1) введены следующие обозначения:

E – модуль упругости рельсовой стали;

I_y^o – момент инерции рельса относительно главной поперечной горизонтальной оси y ;

Z_p^o – вертикальный прогиб рельса;

u – расстояние движущейся силы от рассматриваемого неподвижного сечения рельса;

N^o – продольная сила в рельсе;

m_z^o – распределенная по длине приведенная масса рельса и основания при вертикальных колебаниях пути;

f_z^o – распределенное по длине демпфирование пути при вертикальных колебаниях;

U_z^o – модуль упругости подрельсового основания в вертикальной плоскости.

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения (1) получает вид:

$r^4 + \frac{N^o + m_z^o V^2}{EI_y^o} r^2 - \frac{f_z^o V}{EI_y^o} r + \frac{U_z^o}{EI_y^o} = 0.$

Так как все коэффициенты уравнения (2) действительны, оно имеет две пары комплексно-сопряженных корней $r_1 = \bar{r}_3, r_2 = \bar{r}_4$. Применяя критерий Гурвица

к уравнению (2), можно доказать, что два его корня представляют собой отрицательную действительную часть, а два других – положительную.

Примем для определенности

$$Re r_1 < 0; Re r_3 < 0; Re r_2 > 0; Re r_4 > 0.$$

В сечении под движущейся силой прогиб рельса, угол поворота сечения и изгибающий момент являются непрерывными функциями абсциссы u , а поперечная сила претерпевает разрыв со скачком, равным внешней единичной силе $Q = 1$. С учетом этих граничных условий решение уравнения (1) примет вид

$$Z_p^o(u) = \begin{cases} A_{11} e^{-\alpha_1 u} \sin \beta_1 u + A_{12} e^{-\alpha_1 u} \cos \beta_1 u \\ n p u u \geq 0; \\ A_{21} e^{\alpha_2 u} \sin \beta_2 u + A_{22} e^{\alpha_2 u} \cos \beta_2 u \\ n p u u \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\alpha_1 = |Re r_1|; \alpha_2 = |Re r_2|; \beta_1 = |Im r_1|; \beta_2 = |Im r_2|.$$

Коэффициенты A_{ij} ($i, j = 1, 2$) определяются так:

$$A_{11} = \frac{1}{EI_y^o \beta_1} \cdot \frac{C}{C^2 + D^2}; A_{12} = \frac{1}{EI_y^o \beta_1} \cdot \frac{D}{C^2 + D^2};$$

$$A_{21} = -\frac{1}{EI_y^o \beta_2} \cdot \frac{F}{F^2 + G^2}; A_{22} = \frac{1}{EI_y^o \beta_2} \cdot \frac{G}{F^2 + G^2};$$

$$C = (\alpha_1 + \alpha_2)^2 - \beta_1^2 + \beta_2^2; \quad D = -2\beta_1(\alpha_1 + \alpha_2);$$

$$F = (\alpha_1 + \alpha_2)^2 - \beta_2^2 + \beta_1^2; \quad G = 2\beta_2(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Если в момент времени $t = 0$ движущаяся единичная сила $Q = 1$ находится в сечении над рассматриваемой шпалой, прогиб рельса в этом сечении в момент времени t определяется следующим выражением:

$$Z_p^o(t) = \begin{cases} -A_{11} e^{\alpha_1 V t} \sin \beta_1 V t + A_{12} e^{\alpha_1 V t} \cos \beta_1 V t \\ n p u t \leq 0; \\ -A_{21} e^{-\alpha_2 V t} \sin \beta_2 V t + A_{22} e^{-\alpha_2 V t} \cos \beta_2 V t \\ n p u t \geq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь использовалось очевидное соотношение $u = -Vt$. В частном случае при отсутствии рассеяния энергии в системе ($f_z^o = 0$) характеристическое уравнение (2)





вырождается в биквадратное. Тогда прогиб неподвижной точки рельса при проходе единичной вертикальной силы $Q = 1$ определяется выражением:

$$Z_p^o(t) = \frac{\exp\{-\alpha V|t|\}}{4EI_y^o(\alpha^2 + \beta^2)\alpha\beta} \cdot (\alpha \sin \beta V|t| + \beta \cos \beta Vt), \quad (5)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{U_z^o}{4EI_y^o} - \frac{N^o + m_z^o V^2}{4EI_y^o}};$$

$$\beta = \sqrt{\frac{U_z^o}{4EI_y^o} + \frac{N^o + m_z^o V^2}{4EI_y^o}}.$$

Вибрации пути при прогибе рельса под действием единичной силы $Q = 1$ рассмотрены в статье [1]. Как уже указывалось, решения, получаемые с использованием формулы (5), являются достаточно точными при скоростях экипажей до 300–350 км/ч.

При больших скоростях движения необходимо учитывать то, что при отсутствии демпфирования в системе ($f_z^o = 0$) и скорости

$$V = \sqrt{\frac{1}{m_z^o} (2\sqrt{EI_y^o U_z^o} - N^o)}$$

система становится неустойчивой.

Действительно, в этом случае имеем $\alpha=0$, и решение (5) приобретает неограниченный характер.

Определим спектр Фурье функции (4). В отличие от функции (5) она несимметрична относительно точки $t = 0$. Это обстоятельство дает спектру Фурье комплексность, он включает не только косинус-преобразование, но и синус-преобразование Фурье функции (4).

Вычислим сначала косинус-преобразования Фурье функции (4). Очевидно, будем иметь

$$\begin{aligned} \Phi_{zc}(\omega) = & -A_{11} \int_{-\infty}^0 e^{\alpha_1 V t} \sin \beta_1 V t \cos \omega t dt - \\ & + A_{12} \int_{-\infty}^0 e^{\alpha_1 V t} \cos \beta_1 V t \cos \omega t dt - \\ & - A_{21} \int_0^{\infty} e^{-\alpha_2 V t} \sin \beta_2 V t \cos \omega t dt + \\ & + A_{22} \int_0^{\infty} e^{-\alpha_2 V t} \cos \beta_2 V t \cos \omega t dt. \end{aligned}$$

Меняя в первом и втором интегралах переменную t на $-t$ и произведя интегрирование, получим следующий результат:

$$\begin{aligned} \Phi_{zc}(\omega) = & \left\{ \frac{\beta_1 V + \omega}{2} [\alpha_1^2 V^2 + (\beta_1 V + \omega)^2]^{-1} + \right. \\ & \left. + \frac{\beta_1 V - \omega}{2} [\alpha_1^2 V^2 + (\beta_1 V - \omega)^2]^{-1} \right\} A_{11} + \\ & + \frac{\alpha_1 V}{2} \left\{ [\alpha_1^2 V^2 + (\beta_1 V + \omega)^2]^{-1} + \right. \\ & \left. + [\alpha_1^2 V^2 + (\beta_1 V - \omega)^2]^{-1} \right\} A_{12} - \\ & - \left\{ \frac{\beta_2 V + \omega}{2} [\alpha_2^2 V^2 + (\beta_2 V + \omega)^2]^{-1} + \right. \\ & \left. + \frac{\beta_2 V - \omega}{2} [\alpha_2^2 V^2 + (\beta_2 V - \omega)^2]^{-1} \right\} A_{21} + \\ & + \frac{\alpha_2 V}{2} \left\{ [\alpha_2^2 V^2 + (\beta_2 V - \omega)^2]^{-1} + \right. \\ & \left. + [\alpha_2^2 V^2 + (\beta_2 V + \omega)^2]^{-1} \right\} A_{22}. \quad (6) \end{aligned}$$

Вычислим теперь синус-преобразование Фурье функции (4):

$$\begin{aligned} \Phi_{zs}(\omega) = & -A_{11} \int_{-\infty}^0 e^{\alpha_1 V t} \sin \beta_1 V t \sin \omega t dt \\ & + A_{12} \int_{-\infty}^0 e^{\alpha_1 V t} \cos \beta_1 V t \sin \omega t dt - \\ & - A_{21} \int_0^{\infty} e^{-\alpha_2 V t} \sin \beta_2 V t \sin \omega t dt + \\ & + A_{22} \int_0^{\infty} e^{-\alpha_2 V t} \cos \beta_2 V t \sin \omega t dt. \end{aligned}$$

Меняя в первом и втором интегралах t на $-t$ и произведя интегрирование, получим:

$$\begin{aligned} \Phi_{zs}(\omega) = & -\frac{\alpha_1 V}{2} \left\{ [\alpha_1^2 V^2 + (\beta_1 V - \omega)^2]^{-1} - \right. \\ & \left. - [\alpha_1^2 V^2 + (\beta_1 V + \omega)^2]^{-1} \right\} A_{11} - \\ & - \left\{ \frac{\beta_1 V + \omega}{2} [\alpha_1^2 V^2 + (\beta_1 V + \omega)^2]^{-1} - \right. \\ & \left. - \frac{\beta_1 V - \omega}{2} [\alpha_1^2 V^2 - (\beta_1 V - \omega)^2]^{-1} \right\} A_{12} - \\ & - \frac{\alpha_2 V}{2} \left\{ [\alpha_2^2 V^2 + (\beta_2 V - \omega)^2]^{-1} - \right. \\ & \left. - [\alpha_2^2 V^2 + (\beta_2 V + \omega)^2]^{-1} \right\} A_{21} + \end{aligned}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} \frac{\beta_2 V + \omega}{2} [\alpha_2^2 V^2 + (\beta_2 V + \omega)^2]^{-1} - \\ - \frac{\beta_2 V - \omega}{2} [\alpha_2^2 V^2 + (\beta_2 V - \omega)^2]^{-1} \end{array} \right\} A_{22}. \quad (7)$$

Комплексный спектр Фурье функции (4) имеет вид

$$\Phi_z(\omega) = \Phi_{zc}(\omega) + i\Phi_{zs}(\omega), \quad (8)$$

где $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Определим плотность спектра квадрата процесса $Z_p^o(t)$, возникающего в пути при проходе случайной силы $Q(t)$, средний квадрат которой

$$Q^2 = \bar{Q}^2 + \sigma_Q^2, \quad (9)$$

где \bar{Q} – среднее значение силы $Q(t)$; σ_Q – среднеквадратическое отклонение значения силы от среднего значения \bar{Q} .

Параметры \bar{Q} и σ_Q могут быть определены при рассмотрении процессов в подвижной, связанной с экипажем системе координат [1].

С учетом формул (8) и (9) спектральная плотность квадрата прогибов рельса сводится к выражению

$$S_z^o(\omega) = \langle Q^2 \rangle \Phi_z(\omega) \bar{\Phi}_z(\omega) = \langle Q^2 \rangle (\Phi_{zc}^2(\omega) + \Phi_{zs}^2(\omega)), \quad (10)$$

где $\bar{\Phi}_z(\omega)$ – функция, комплексно-сопряженная с функцией $\Phi_z(\omega)$.

В выражении (10) величина Q^2 находится формулой (9), а функции $\Phi_{zc}(\omega)$ и $\Phi_{zs}(\omega)$ – формулами (6) и (7).

Примем, что при проходе экипажа через фиксированное сечение пути все его оси передают на рельсы вертикальные силы с одними и теми же статистическими характеристиками:

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Q_j; \quad \sigma_Q^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sigma_{Q_j}^2, \quad (11)$$

где j – номер оси экипажа; N – общее количество осей в экипаже.

В рассматриваемом случае прогиб рельса определяется суммой прогибов от отдельных сил, сдвинутых по фазе по отношению к первой по ходу движения колесной паре (рис. 1).

На рис. 1 величина x – абсцисса текущего сечения рельса, отсчитываемая

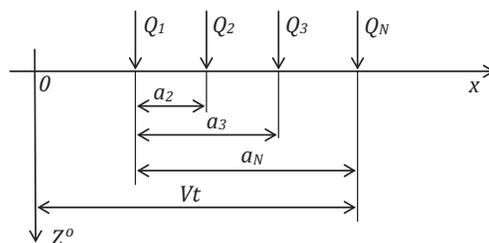


Рис. 1. Схема движения по рельсу группы осей экипажа.

от начала неподвижной системы координат.

В области частот сдвиг осуществляется оператором:

$$W(i\omega) = \sum_{j=1}^N \exp\left\{i\omega \frac{a_j - a_N}{V}\right\}, \quad a_1 = 0. \quad (12)$$

С учетом (12) плотность спектра квадрата процесса $Z_p^o(t)$ при прохождении через

сечение рельса одиночного экипажа

$$S_z^*(\omega) = W(i\omega) \bar{W}(i\omega) S_y^o(\omega), \quad (13)$$

где $\bar{W}(i\omega)$ – частотная характеристика, комплексно сопряженная с частотной характеристикой $W(i\omega)$.

Если через сечение пути проходит цепочка экипажей, плотность спектра квадрата процесса $Z_p^o(t)$ прогибов рельса под поездом может быть определена как суперпозиция спектров прогибов рельса, вызываемая проходом одного экипажа со сдвигами jT_0 , где T_0 – период прохождения экипажем пути, равного его длине l :

$$T_0 = \frac{l}{V}. \quad (14)$$

Номер j меняется от $-M$ до $+M$ при $M \rightarrow \infty$.

Проведя соответствующие преобразования [1], получим следующее выражение для спектральной плотности процесса прогибов рельса под поездом, сформированным из однотипных экипажей:

$$S_z(\omega) = S_z^*(\omega) \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0), \quad (15)$$

где $\delta(\omega)$ – дельта-функция Дирака;

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi V}{l}. \quad (16)$$

Имея выражение (15), можно найти средний квадрат процесса $Z_p^o(t)$:

$$\langle Z_p^{o2}(t) \rangle = \int_0^{\infty} S_z(\omega) d\omega. \quad (17)$$





Подставляя в (17) выражение (15) и учитывая свойства дельта-функции, получим:

$$\langle Z_p^{o2}(t) \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} d_n^2, \quad (18)$$

где d_n^2 – дисперсия процесса $Z_p^o(t)$, приходящаяся на гармонику n .

Коэффициенты d_n^2 определяются так:

$$d_n^2 = 2\omega_0 S_z^*(n\omega_0). \quad (19)$$

Эти коэффициенты полностью отражают динамику подрельсового основания при проходе по пути поезда, сформированного из однотипных экипажей.

Дисперсия виброускорений шпалы, приходящаяся на гармонику n , запишется в виде [1]:

$$d_{z_{шп}}^2 = \omega_0^4 n^4 d_n^2 |W_{z_{шп}}^{z_p}(i\omega_0)|^2, \quad (20)$$

где $W_{z_{шп}}^{z_p}(i\omega)$ – частотная характеристика системы с входом по прогибу рельса $Z_p^o(t)$ и выходом по прогибу шпалы $Z_{шп}^o(t)$.

Частотную характеристику $W_{z_{шп}}^{z_p}(i\omega)$

находим с помощью выражения [1]:

$$W_{z_{шп}}^{z_p}(i\omega) = \frac{C_c}{-\omega^2 M_{шп} + i\omega f_{шп} + C_{шп} + C_c}, \quad (21)$$

где C_c – жесткость узла скрепления;

$C_{шп}$ – жесткость подшпального основания;

$M_{шп}$ – половина массы шпалы;

$f_{шп}$ – демпфирование подшпального основания.

Уровень виброускорений шпалы будем определять в октавных полосах в диапазоне частот

$$16 < n\omega_0 < 32000. \quad (22)$$

Выбор октав зависит от скорости движения экипажа, поскольку частота основного тона колебаний ω_0 характеризуется равенством (16).

Номер гармоники, соответствующей наименьшей из рассматриваемых частот:

$$n_1 = \left\lceil \frac{16}{\omega_0} + 1 \right\rceil, \quad (23)$$

где $\lceil \cdot \rceil$ – знак целой части дроби, стоящей за этим знаком.

Можно видеть, что величина n_1 одновременно является номером $n^{(1)}$ первой гармоники первой из октавных полос ча-

стот $16 < \omega < 32$, а величина $n^{(1)}$ – первым членом геометрической прогрессии

$$n^{(m)} = n^{(1)} \cdot 2^{m-1}, \quad (24)$$

где $n^{(m)}$ – номер первой гармоники октавной полосы m .

Всего в рассматриваемой задаче 11 октавных полос.

Виброускорения шпал в октавной полосе частот будем выражать в логарифмических единицах относительно ускорения силы тяжести $g = 9,81 \text{ м/с}^2$:

$$L \left[\sum_{n=n^{(m)}}^{n=n^{(m+1)}-1} d_{z_{шп}^n}^2 \right] = 10 \lg \left[\frac{1}{g^2} \sum_{n=n^{(m)}}^{n=n^{(m+1)}-1} d_{z_{шп}^n}^2 \right]. \quad (25)$$

В выражении (25) величина $d_{z_{шп}^n}^2$ опре-

деляется формулой (20). Величина

$$\sum_{n=n^{(m)}}^{n=n^{(m+1)}-1} d_{z_{шп}^n}^2$$

представляет собой сумму дисперсий всех гармоник, содержащихся в октавной полосе частот m .

Ниже приведены некоторые результаты расчетов вибраций пути под воздействием высокоскоростного поезда. В связи с тем, что нам неизвестны его параметры при движении со скоростями 400 км/ч и более, а также параметры конструкции верхнего строения пути при пропуске такого поезда, расчеты произведены при параметрах поезда «Сапсан» и конструкции пути с балластом и железобетонными шпалами.

В расчетной схеме принимается, что поезд сформирован из вагонов, количество которых не ограничено.

В качестве исходных параметров экипажа приняты:

- база тележки $b_T = 2,6 \text{ м}$;
- база вагона $b_B = 17,375 \text{ м}$;
- длина вагона по автосцепкам (среднего в поезде) $l = 24,175 \text{ м}$.

Параметры, необходимые для расчета величин дисперсий d_n^2 , (рис. 1):

$$a_1 = 0; a_2 = b_T = 2,6 \text{ м}; a_3 = b_B = 17,375 \text{ м}; a_4 = b_B + b_T = 19,975 \text{ м}.$$

Среднее значение силы, передаваемой от колеса на рельс:

$$\langle Q \rangle = 90 \text{ кН}, j = 1, 2, 3, 4.$$

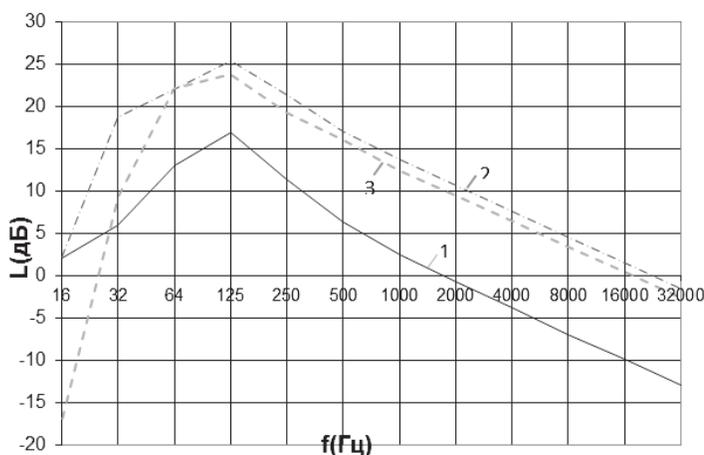


Рис. 2. Уровни виброускорений шпалы при продольной силе $N_0=106\text{Н}$ и демпфировании $f_z^0 = 4,5 \cdot 10^4 \text{ Па}\cdot\text{с}$; (1 – скорость 300 км/ч; 2 – скорость 554 км/ч; 3 – скорость 700 км/ч).

Среднеквадратическое отклонение значения силы от среднего $\sigma_{O_1} = 14 \text{ кН}$.

В качестве исходных параметров пути приняты:

- модуль упругости подрельсового основания $U_z^0 = 100 \text{ Мпа}$;

- момент инерции рельса относительно главной поперечной горизонтальной оси $I_y^0 = 3,54 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$;

- модуль упругости рельсовой стали $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Мпа}$;

- распределенная по длине приведенная масса рельса и подрельсового основания $m_z^0 = 1013 \text{ кг/м}$;

- распределенное по длине демпфирование пути при вертикальных колебаниях $f_z^0 = 4,5 \cdot 10^4 \text{ Па}\cdot\text{с}$;

- масса шпалы $2M_{ш} = 275 \text{ кг}$;

- жесткость узла скрепления $C_c = 9 \cdot 10^7 \text{ Н/м}$;

- жесткость подрельсового основания $C_{ш} = 3 \cdot 10^7 \text{ Н/м}$;

- демпфирование подшпального основания $f_{ш} = 10^5 \text{ Нс/м}$.

Уровень виброускорений шпал в децибелльной шкале в октавных полосах частот был рассчитан по формулам, приведенным в данной статье. Расчеты произведены при скоростях 300, 554 и 700 км/ч. Скорость 554 км/ч является условно-критической – при отсутствии демпфирования в пути ($f_{ш}^0 = 0$).

Как видно из рис. 2, при движении поезда со скоростью, равной условно-

критической ($V = 554 \text{ км/ч}$), виброускорения шпалы достигают максимума во всем частотном диапазоне колебаний пути. В частотном диапазоне 64–250 Гц уровень виброускорений шпалы доходит до 22–25 дБ.

При дальнейшем повышении скорости поезда уровень виброускорений пути снижается во всем диапазоне частот, в наибольшей степени – в диапазоне низких частот (менее 64 Гц).

ВЫВОДЫ

1. В статье приведен алгоритм и результаты численного расчета вибраций пути при скоростях движения экипажа в зоне условно-критической скорости (когда в модели, не учитывающей рассеяние энергии в пути, прогнозируется возникновение колебаний неограниченно большой амплитуды).

2. При движении поезда со скоростью, равной условно-критической, вибрации пути достигают своего максимума во всем частотном диапазоне. Ещё больше повышение скорости предполагает снижение уровня виброускорений во всем диапазоне частот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коган А. Я. Аналитическая оценка уровня вибраций пути под проходящими поездами, сформированными из однотипных экипажей // Вестник ВНИИЖТ. – 2013. – № 3. – С. 3–9.

2. Коган А. Я., Никитин Д. А., Полещук И. В. Колебания пути при высоких скоростях движения экипажей и ударном взаимодействии колеса и рельса // Труды ВНИИЖТ. – М., 2007. – 166 с.

