



# Зависимость для расчета коэффициента трения сцепления



Юрий ШЕВЬЕВ  
Yuri L. SCHEVIEV

Евгений ТИТАРЕНКО  
Evgeny A. TITARENKO



*Щевьев Юрий Леонидович – доктор технических наук, профессор кафедры «Путь и путевое хозяйство» Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, Россия.*

*Титаренко Евгений Алексеевич – студент 4-го курса МИИТ, Москва, Россия.*

## Dependence to Calculate Adhesion Friction Coefficient

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 40)

**В основе заявленной темы – потребность в достоверных тяговых расчетах, которые предполагают учет сил трения между колёсами и рельсами, сцепной вес локомотива. Для апробации подходов к решению этой задачи предлагаются универсальная формула для определения коэффициента сцепления, сравнение расчетных его значений со значениями известных эмпирических зависимостей для рельсового автобуса РА-1.**

**Ключевые слова:** железная дорога, рельсы, колесо, локомотив, коэффициент сцепления, действующие силы, ускорение движения, рельсовый автобус, выбор вариантов, механика.

**П**ри тяговых расчетах необходимо знать коэффициент сцепления, который задается эмпирическими формулами, полученными в ходе обработки результатов измерений. При этом искомым коэффициентом, согласно [1], может изменяться в пределах 0,2-1,0.

Наиболее часто для расчета коэффициента используются:

формула Куртиуса–Книффлера

$$\Psi_{\text{cu}} = 0,161 + \frac{7,5}{44 + V}, \quad (1)$$

где  $\Psi_{\text{cu}}$  – коэффициент сцепления,  $V$  – скорость поезда, км/ч,

и формула

$$\Psi_{\text{к}} = 0,3 + \frac{4,3}{50 + 6V} - 0,0006 V. \quad (2)$$

Как следует из формул (1) и (2), значение  $\Psi_{\text{cu}}$  зависит только от скорости, что противоречит определению того же коэффициента, приведенному в работе [1]:

$$\psi_{\text{к}} = \phi(1 \pm |N_0^a|)P_0, \quad (3)$$

где  $\phi$  – коэффициент трения между колёсами и рельсами;  $N_0^a$  – разность между действительным динамическим нормальным и статическим давлением;  $P_0$  – сцеп-

Расчет коэффициентов сцепления для рельсового автобуса РА-1

Расстояние S, (м)	Время t, (с)	Скорость V, (м/с)	Скорость V, (км/ч)	Ускорение a, (м/с <sup>2</sup> )	Сила тяги Ft, (Н)	Приведенный вес колеса P, (Н)	Коэффициент трения скольжения K
0	5	3	0	0,9	17000	39200	0,4
100	20	5	18	0,9	17000	39200	0,34
400	48	8,3	30	0,6	13000	39200	0,26
600	60	10	36	0,6	12700	39200	0,26
800	75	10,6	38,4	0,5	11500	39200	0,24
1000	90	11,1	40	0,4	10100	39200	0,21
1200	100	12	43,2	0,4	9800	39200	0,20
1400	115	12,1	43,8	0,3	9600	39200	0,20
1600	125	12,8	46	0,3	8000	39200	0,16
1800	140	12,8	46,2	0,3	7800	39200	0,16
2000	150	13,3	48	0,3	7200	39200	0,15
2200	155	14,1	51	0,3	6000	39200	0,11

ной вес локомотива. Причем коэффициент  $\phi$  определяется соотношением двух сил:

$$\phi = F/N_0 \quad (4)$$

где  $F$  – сила трения, вызываемая силой сцепления;  $N_0$  – суммарная нормальная сила давления колес на рельсы.

Поэтому представляется необходимым вывести зависимость для определения коэффициента  $\Psi_{\text{сц}}$  исходя из действующих на колесо локомотива сил. Сравнение значений  $\Psi_{\text{сц}}$ , полученных с помощью такой зависимости, с рассчитанными по формулам (1) и (2) позволит говорить о достоверности теоретической зависимости.

Рассмотрим колесо весом  $\bar{Q}$ , которое движется со скольжением под действием постоянной силы  $\bar{F}_{\text{дв}}$ , приложенной к его центру тяжести. В начальный момент времени колесо находилось в покое. Рельс расположен на горизонтальной плоскости. Ось OX направлена вдоль

движения, ось OY – перпендикулярна движению, точка O – координата центра масс.

К колесу приложены следующие силы:  $\bar{Q}$  – вес колеса;  $\bar{F}_{\text{тр}}$  – сила трения скольжения, направленная в сторону, противоположную  $F_{\text{дв}}$ ;  $\bar{R}$  – нормальная реакция рельса;  $\bar{F}_{\text{дв}}$  – сила тяги.

Согласно теореме о движении центра масс запишем:

$$m\ddot{x}_0 = F_{\text{дв}} - F_{\text{тр}}; \quad m\ddot{y}_0 = R - P. \quad (5)$$

Из условия задачи координата центра масс по оси OY не меняет своего положения, т.е.  $\ddot{y}_0 = 0$  и  $R = P$ .

При движении колеса с проскальзыванием сила трения максимальна, что приводит к равенству  $F_{\text{тр}} = kR$ , где  $k$  – коэффициент трения скольжения или  $F_{\text{тр}} = kP$ .

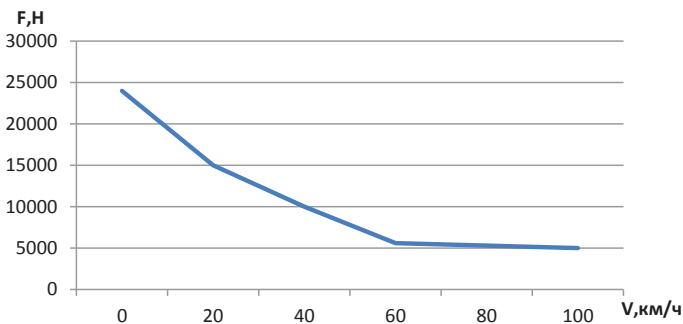
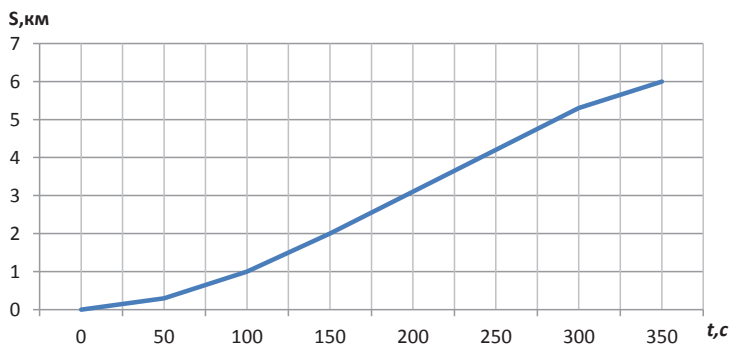


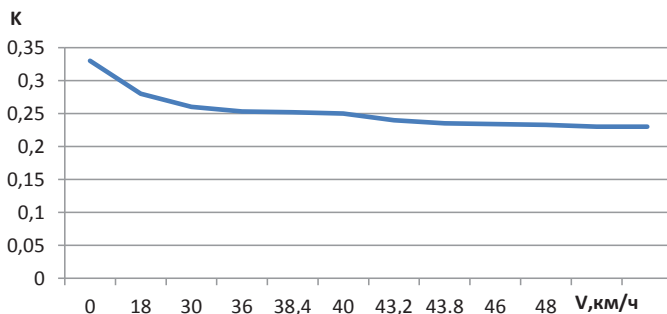
Рис. 1. Тяговая характеристика рельсового автобуса на 7-й позиции контроллера машиниста [3].



**Рис. 2. Зависимость пройденного пути от времени при максимальном ускорении рельсового автобуса (разгон до 90 км/ч) [3].**



**Рис. 3. Зависимость коэффициента сцепления от скорости движения автобуса РА-1.**



Преобразуем первое соотношение из равенств (5):

$$\frac{P}{g} \ddot{x}_0 = F_{\text{дв}} - kP \quad (6)$$

и найдем зависимость для k:

$$k = \frac{F_{\text{дв}}}{P} - \frac{\ddot{x}}{g} \quad (7)$$

Из уравнения (7) следует, что коэффициент трения скольжения определяется из соотношения динамических и кинематических характеристик движения и веса колес.

Для практического использования формулы (7) надо решить вопрос о том, каким образом перейти от расчета коэффициента трения скольжения для отдельно взятого колеса к расчету этого коэффициента для вагонного состава. В статье [2] для расчета коэффициента трения используется зависимость

$$K = F_{\text{тяги}} / P_{\text{сост}}, \quad (8)$$

где  $F_{\text{тяги}}$  – сила тяги, Н;  $P_{\text{сост}}$  – вес состава вместе с локомотивом.

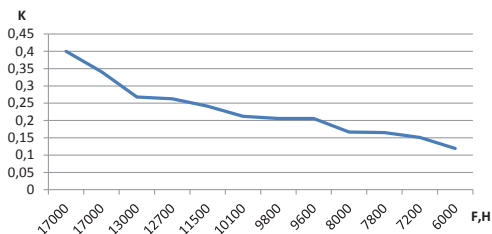
Уравнение (7) получено для описания движения колеса. Поэтому вместо  $P_{\text{сост}}$  введем приведенный вес колеса, т.е. вес вагона (локомотива), приходящийся на одно колесо.

Если мы воспользуемся подходом, предложенным в работе [2], то получим вывод о том, что коэффициент трения отличается от коэффициента трения сцепления на слагаемое  $a/g$ . Это соответствует общим представлениям о характере движения поезда на участках с неравномерным движением, когда ускорение  $a$  меняет знаки. Действительно, при равномерном движении состава ( $a = 0$ ) формулы (8) и (7) совпадают. Но на этом участке пути отсутствует проскальзывание колес на рельсах. Следовательно, проскальзывание колес либо уменьшает коэффициент трения  $K$  (при  $a > 0$ ), либо, наоборот, увеличивает его при торможении ( $a < 0$ ).

Из сказанного следует, что коэффициент трения скольжения появляется только на участках неравномерного движения поезда и отличается от коэффициента трения на слагаемое  $a/g$ .

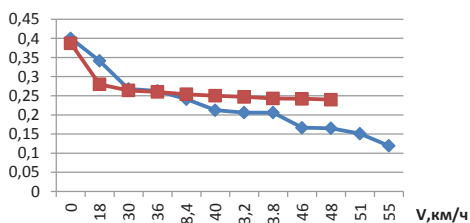
Для проверки достоверности наших выводов обратимся к данным работы [3], описывающей тяговые характеристики рельсового автобуса РА-1 (см. рис. 1 и 2).

Исходя из рис. 2, определим ускорение рельсового автобуса, а расчетные значения поместим в таблицу 1. Далее с помощью рис. 1 найдем силу тяги и поставим эти



**Рис. 4. Зависимость коэффициента сцепления от силы тяги автобуса РА-1.**

— коэффициент трения сцепления по формуле (7)  
 ■ значения коэффициента, определенные по формуле Куртиуса-Книффлера



**Рис. 5. Совмещенные графики изменения коэффициента сцепления, рассчитанные по формуле (7) для РА-1 и определенные по формуле Куртиуса-Книффлера для электровоза ВЛ-85.**

значения в формулу (7). Данные представим в графическом виде (рис. 3 и 4), на этот же график нанесем зависимости коэффициентов от скорости, взятые из работы [1] (рис. 5). Как следует из сравнения графиков, расчеты по формуле (7) близки к расчетам коэффициентов сцепления по формулам (1) и (2). Отметим, что расчеты по формулам (1) и (2) проведены для локомотива ВЛ-85, тяговые характеристики которого отличаются от тяговых характеристик рельсового автобуса РА-1. Сходимость результатов наблюдается для диапазона скоростей 0–30 км/ч, для скоростей более 30 км/ч расчетные значения по формулам (4), (1) и (2) значительно расходятся, что объясняется, естественно, разным типом сравниваемых локомотивов, однако близость значений коэффициентов сцепления и характера их изменений в зависимости от скорости указывает на достоверность реализуемого в статье подхода для определения коэффициентов сцепления.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученная в статье формула для расчета коэффициента сцепления отличается от эмпирических зависимостей тем, что в ней соблюдена размерность и отсутствуют эмпирические коэффициенты. Это дает основные после проверки пригодности для разных

типов локомотивов считать ее универсальной, позволяющей находить соотношение между весом локомотива и силой тяги с учетом различных значений ускорения. Необходимо при этом иметь в виду, что формула справедлива только для случаев движения локомотива по горизонтальному пути.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Литовченко В. В., Широченко Ю. Н. Расчет предельных характеристик для электровозов // Мир транспорта. – 2009. – № 3. – С. 58–65.
2. Корольков Е. П., Дмитрусенко Н. С., Соломагин В. В. К понятию коэффициента сцепления // Мир транспорта. – 2009. – № 1. – С. 15–17.
3. Руднев В. С., Маношин А. В. Модель разгона рельсового автобуса с гидропередачей // Мир транспорта. – 2009. – № 3. – С. 52–57.
4. Немного из теории движения поезда/ Электронный ресурс [http://www.pomogala.ru/elektrovoz/elektrovoz\\_4.html](http://www.pomogala.ru/elektrovoz/elektrovoz_4.html). Доступ 20.08.2015.
5. Физическая природа сцепления колес с рельсами/ Электронный ресурс [https://sites.google.com/site/tagaroezd/monografia/power/power\\_force/szep/physical](https://sites.google.com/site/tagaroezd/monografia/power/power_force/szep/physical). Доступ 20.08.2015.
6. Система «колесо–рельс» оптимальное взаимодействие/ Электронный ресурс <http://www.eav.ru/publ1.php?publid=2004-06a01>. Доступ 20.08.2015.
7. Tribology of the wheel-rail contact/ Электронный ресурс [http://sci-lib.org/books\\_1/I/iwnicki\\_01\\_05.pdf](http://sci-lib.org/books_1/I/iwnicki_01_05.pdf). Доступ 20.08.2015.
8. Friction in Wheel-Rail Contacts/ Электронный ресурс [http://www.utwente.nl/ctw/tr/research/publications/phdtheses/thesis\\_popovici.pdf](http://www.utwente.nl/ctw/tr/research/publications/phdtheses/thesis_popovici.pdf). Доступ 20.08.2015.
9. Wheel-rail friction management solutions/ Электронный ресурс <http://www.see.ed.ac.uk/~shs/Mike/rail%20friction.pdf>. Доступ 20.08.2015.

Координаты авторов: **Щевьев Ю. Л.** – 8-495-684-2228, **Титаренко Е. А.** – titarenk.ev@gmail.com. Статья поступила в редакцию 31.03.2015, актуализирована 17.04.2015, принята к публикации 24.07.2015.



## DEPENDENCE TO CALCULATE ADHESION FRICTION COEFFICIENT

**Scheviev, Yuri L.,** Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), Moscow, Russia.  
**Titarenko, Evgeny A.,** Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), Moscow, Russia.

### ABSTRACT

The studied topic is determined by a need to have reliable traction calculations that consider friction forces in between wheels and rails as well as traction weight of a locomotive.

**Keywords:** railway, rails, wheel, locomotive, adhesion coefficient, acting forces, rail bus acceleration, choice of options, mechanics.

**Background.** In traction calculations it is necessary to know adhesion coefficient, which is defined by empirical formulas derived by processing of measured data. Thus the desired coefficient according to [1], may vary within 0,2- 1,0.

Most commonly the coefficient is calculated with the help of a Curtius-Kniffer formula

$$\Psi_{ad} = 0,161 + \frac{7,5}{44 + V}, \quad (1)$$

where  $\Psi_{ad}$  is adhesion coefficient,  $V$  is train speed, km/h, and another formula

$$\Psi_c = 0,3 + \frac{4,3}{50 + 6V} - 0,0006 V. \quad (2)$$

As follows from formulas (1) and (2), the value  $\Psi_{ad}$  depends only on speed, which contradicts the definition of the same coefficient given in [1]:

$$\psi_c = \phi(1 \pm |N_0^d|)P_0, \quad (3)$$

where  $\Psi$  is coefficient of friction between wheels and rails;  $N_0^d$  is difference between actual dynamic normal and static pressure:  $P_0$  is adjusted weight of the locomotive. Moreover, the coefficient  $\phi$  is determined by relation of two forces:

$$\phi = \frac{F}{N_0^d} \quad (4)$$

where  $F$  is friction force, caused by adhesion force;  $N_0^d$  is total normal pressure force of wheels on rails.

Therefore, it is necessary to find the dependence to determine the coefficient  $\Psi_{ad}$  based on forces acting on locomotive's wheel. Comparison of values of  $\Psi_{ad}$  obtained by such a dependence with calculated by formulas (1) and (2), allows to talk about reliability of the theoretical dependence.

To test proposed approaches to the solution of the problem the authors put forward a universal formula to determine adhesion coefficient and a technique to compare calculated values of the coefficient with the values of known empiric dependences for rail bus RA-1.

**Objective.** The objective of the authors is to study dependence to calculate adhesion friction coefficient.

**Methods.** The authors use general scientific methods, comparative analysis, modeling, graph construction.

**Results.** Let's consider a wheel with weight  $\vec{Q}$ , which moves with sliding under the action of constant force  $\vec{F}_{mov}$ , applied to its center of gravity. Initially, the wheel is at rest. The rail is located on a horizontal plane. Axis  $OX$  is directed along the motion, axis  $OY$  is perpendicular to the motion, point  $O$  is coordinate of the center of mass.

To the wheel the following forces are applied:  $\vec{Q}$  is weight of the wheel;  $\vec{F}_{fr}$  is sliding friction force, directed in the direction opposite to  $\vec{F}_{mov}$ ;  $\vec{R}$  is a normal reaction of the rail;  $\vec{F}_{mov}$  is traction force.

According to the theorem of the motion of the mass center, we write:

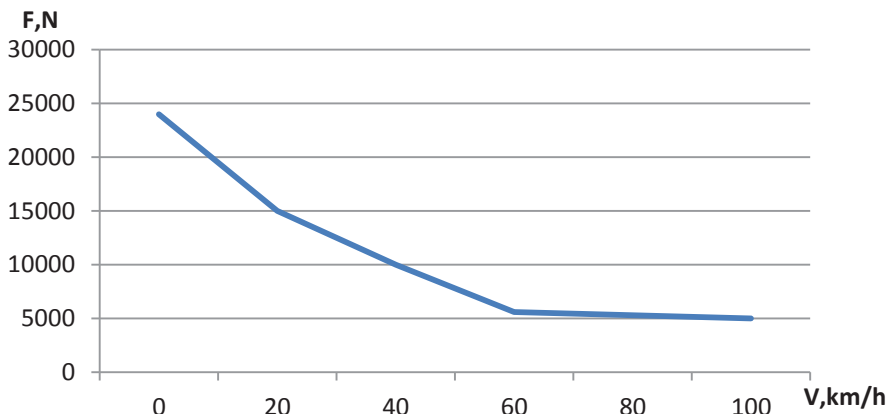
$$m\ddot{x}_0 = F_{mov} - F_{fr}; \quad m\ddot{y}_0 = R - P. \quad (5)$$

From the condition of the task coordinate of the center of mass of  $OY$  axis does not change its position, i.e.  $\ddot{y}_0 = 0$  and  $R = P$ .

When wheel moves with sliding frictional force is maximum that leads to the equation  $F_{fr} = kR$ , where  $k$  is sliding friction coefficient or  $F = kP$ .

We transform the first equation from (5):

$$\frac{P}{g}\ddot{x}_0 = F_{mov} - kP, \quad (6)$$



**Pic. 1.** The traction characteristics of a rail bus for the 7<sup>th</sup> position of the main controller [3].

Table 1

Calculation of adhesion coefficients for the rail bus RA-1

Distance S,(m)	Time t,(s)	Speed V, (m/s)	Speed V, (km/h)	Acceleration a, (m/s <sup>2</sup> )	Traction force Ft,(N)	Adjusted weight of a wheel P,(N)	Sliding friction coefficient K
0	5	3	0	0,9	17000	39200	0,4
100	20	5	18	0,9	17000	39200	0,34
400	48	8,3	30	0,6	13000	39200	0,26
600	60	10	36	0,6	12700	39200	0,26
800	75	10,6	38,4	0,5	11500	39200	0,24
1000	90	11,1	40	0,4	10100	39200	0,21
1200	100	12	43,2	0,4	9800	39200	0,20
1400	115	12,1	43,8	0,3	9600	39200	0,20
1600	125	12,8	46	0,3	8000	39200	0,16
1800	140	12,8	46,2	0,3	7800	39200	0,16
2000	150	13,3	48	0,3	7200	39200	0,15
2200	155	14,1	51	0,3	6000	39200	0,11

and find a dependence for k:

$$k = \frac{F_{\text{mov}}}{P} - \frac{\ddot{x}}{g} \tag{7}$$

From equation (7) it follows that sliding friction coefficient is determined from the ratio of dynamic and kinematic characteristics of movement and weight of wheels.

For practical use of the formula (7) it is necessary to resolve the question of how to move from the calculation of sliding friction coefficient for a single wheel to the calculation of this coefficient for a train set. In article [2] for the calculation of friction coefficient the following dependence is used

$$K = \frac{F_{\text{traction}}}{P_{\text{train}}} \tag{8}$$

where  $F_{\text{traction}}$  is traction force, N;  $P_{\text{train}}$  is weight of train with locomotive.

The equation (7) is obtained to describe the motion of the wheel. So, instead of  $P_{\text{train}}$  we introduce adjusted weight of a wheel, i.e. weight of a car (locomotive), attributable to a single wheel.

If we use the approach proposed in [2], we get the conclusion that the friction coefficient differs from adhesion coefficient by a term  $a/g$ . This corresponds to the general idea of the nature of the train motion in areas with uneven movement when ac-

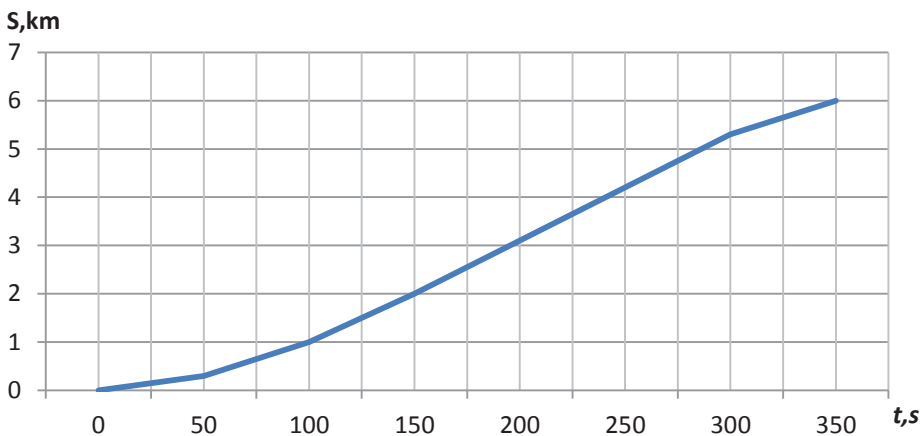
celeration a changes signs. Indeed, during uniform motion of the train ( $a = 0$ ) formulas (8) and (7) coincide. But in this area there is no wheel sliding on rails. Hence, wheel sliding either reduces friction coefficient K (for  $a > 0$ ), or, on the contrary, increases it during braking ( $a < 0$ ).

It follows that sliding friction coefficient occurs only in areas of non-uniform motion of the train, and is different from the coefficient of friction by the term  $a/g$ .

To validate our findings turn to the data of [3], which describes traction characteristics of the rail bus RA-1 (see Pic. 1 and 2).

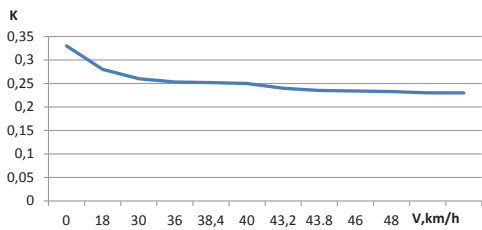
Based on Pic. 2, we determine the acceleration of the rail bus and put estimated values in Table 1. Then, using Pic. 1, we find traction force and put these values into the formula (7). We represent data in the graphic form (Pic. 3 and 4), on the same graph we put dependences of coefficients on speed, taken from [1] (Pic. 5).

As follows from comparison of graphs, calculations by the formula (7) are close to calculations of adhesion coefficients by the formulas (1) and (2). Note that the calculations using formulas (1) and (2) were conducted for VL-85 locomotive, traction characteristics of which differ from traction characteristics

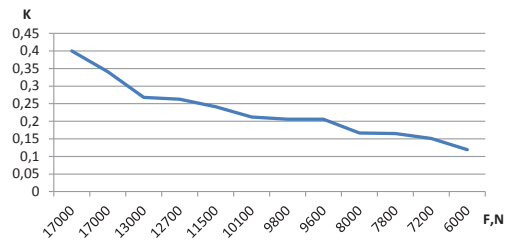


Pic. 2. Dependence of the distance traveled on the time at maximum acceleration of the rail bus (acceleration up to 90 km/h) [3].

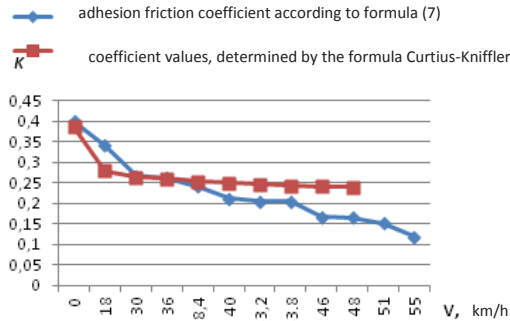




**Pic. 3. The dependence of adhesion coefficient on speed of the bus RA-1.**



**Pic. 4. The dependence of adhesion coefficient of traction force of the bus RA-1.**



**Pic. 5. Combined graphs of changes of adhesion coefficient, calculated by formula (7) for RA-1 and determined by the formula Curtius-Kniffler for electric locomotive VL-85.**

of the rail bus RA-1. The convergence of results is observed for the speed range of 0-30 km/h for speeds above 30 km/h estimated values according to formulas (4), (1) and (2) significantly differ, due to different types of locomotives compared, but the proximity of adhesion coefficient values and the nature of their changes depending on speed indicates accuracy of approach, assumed in the article, for determining adhesion coefficients.

**Conclusions.** The formula for calculating adhesion coefficient described in the article differs from empiric dependences as it is developed with respect to dimension, while empiric coefficients are absent. It gives reason to consider it, after verification of its applicability for different types of locomotives, as universal and allowing to find relationship between locomotive's weight and traction force with respect to different acceleration values, with exception for cases other than moving of a locomotive along a horizontal track. The solution of the problem for gradient track is yet to be proposed.

**REFERENCES**

1. Litovchenko, V.V., Shirochenko, Ju.N. Computation of Ultimate Performances of Electric Locomotives. *World of Transport and Transportation*, 2009, Vol. 7, Iss. 3, pp. 58–65.

2. Korolov, E.P., Dmitrusenko, N.S., Solomatina, V.V. On the Notion of Traction Coefficient. *World of Transport and Transportation*, Vol. 7, 2009, Iss. 1, pp. 14–17.

3. Rudnev V.S., Manoshin A. V. Modeling of Acceleration of Raibus with a Hydraulic Transmission. *World of Transport and Transportation*, Vol. 7, 2009, Iss. 3, pp. 52–57.

4. A little of the theory of the train motion [Nemnogo iz teorii dvizhenija poezda]. [Electronic resource]: [http://www.pomogala.ru/elektrovoz/elektrovoz\\_4.html](http://www.pomogala.ru/elektrovoz/elektrovoz_4.html). Last accessed 20.08.2015.

5. The physical nature of adhesion of wheels with rails [Fizicheskaja priroda sčepenija koles s rel'sami]. [Electronic resource]: [https://sites.google.com/site/tagapoezd/monografija/power\\_force/szep/physical](https://sites.google.com/site/tagapoezd/monografija/power_force/szep/physical). Last accessed 20.08.2015.

6. The system of «wheel–rail» optimum interaction [Sistema «koleso–rel's» optimal'noe vzaimodejstvie] [Electronic resource]: <http://www.eav.ru/publ1.php?publid=2004-06a01>. Last accessed 20.08.2015.

7. Tribology of the wheel-rail contact. [Electronic resource]: [http://sci-lib.org/books\\_1/1/iwnicki\\_01\\_05.pdf](http://sci-lib.org/books_1/1/iwnicki_01_05.pdf). Last accessed 20.08.2015.

8. Friction in Wheel–Rail Contacts. [Electronic resource]: [http://www.utwente.nl/ctw/tr/research/publications/phdtheses/thesis\\_popovici.pdf](http://www.utwente.nl/ctw/tr/research/publications/phdtheses/thesis_popovici.pdf). Last accessed 20.08.2015.

9. Wheel-rail friction management solutions. [Electronic resource]: <http://www.see.ed.ac.uk/~shs/Mike/rail%20friction.pdf>. Last accessed 20.08.2015.

Information about the authors:

**Scheviev, Yuri L.** – D.Sc. (Eng.), professor at the department of Track and track facilities of Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), Moscow, Russia, +7-495-684-2228.

**Titarenko, Evgeny A.** – fourth-year student of Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), Moscow, Russia, titarenk.ev@gmail.com.

Article received 31.03.2015, revised 17.04.2015, accepted 24.07.2015.

# T

## ТОННЕЛЬ/МОСТ 44

*Альтернатива для Сахалина.*



## АЭРОДИНАМИКА 54

*Модели, пригодные к гиперзвуковым ракетно-космическим режимам.*

## ГРУЗОВЫЕ ВАГОНЫ 58

*Мьянма: потребность стимулирует ресурс.*

## ЛОКОМОТИВ 72

*Усталостная прочность и срок службы.*

## МЕТРОПОЛИТЕН 80

*Оптические методы определения скорости.*

## КАЧЕСТВО ПИТАНИЯ 94

*Расщепитель фаз – панацея?*

### НАУКА И ТЕХНИКА • SCIENCE AND ENGINEERING

## TONNEL V. BRIDGE 44

*Alternative for Sakhalin.*

## AERODYNAMICS 54

*Models suitable for hypersonic missile and space modes.*

## FREIGHT RAIL CARS 58

*Myanmar: demand results in resource building capacity.*



## LOCOMOTIVE 72

*Fatigue resistance and the life cycle.*

## METRO 80

*Optical methods of speed controlling.*

## POWER FEEDING QUALITY 94

*Phase-splitter is a panacea, isn't it?*

