



# Расчёт влияния гармоник тягового тока на рельсовую цепь



Антон АНТОНОВ  
Anton A. ANTONOV

Михаил БАКИН  
Mikhail E. BAKIN



*Антонов Антон Анатольевич – кандидат технических наук, доцент Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, Россия.*

*Бакин Михаил Евгеньевич – соискатель кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» МИИТ, Москва, Россия.*

## Calculation of Traction Current Harmonics' Influence on Track Circuit

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 34)

**Рельсовые цепи, как и другие элементы железнодорожной автоматики, находятся в зоне влияния электроподвижного состава и, в частности, тягового тока.**

**С точки зрения электромагнитной совместимости – это зона риска, требующая своих средств изучения и контроля. Разработано математическое описание для расчёта влияния гармоник тягового тока, протекающего в контактном проводе смежного пути двухпутных участков, и его гармонических составляющих на рельсовые цепи.**

**Показаны схема замещения и система дифференциальных уравнений, которые призваны решать задачи обеспечения эксплуатационной надёжности железнодорожной линии.**

*Ключевые слова:* железная дорога, электромагнитная совместимость, математическое описание, рельсовая цепь, гармоника тягового тока, контактный провод, смежный путь.

**П**роблема обеспечения электромагнитной совместимости электроподвижного состава и устройств железнодорожной автоматики, в том числе рельсовых цепей, стоит достаточно остро и в России, и за рубежом [1–7].

При расчёте влияния гармоник тягового тока на работу рельсовой цепи она представляется в виде однопроводных взаимосвязанных электрических линий с сопротивлением рельсовых нитей  $z_1$  и  $z_2$ . Эти линии подвержены индуктивному влиянию тяговых токов, протекающих в контактном проводе как рассматриваемого, так и смежного пути [8].

Величина тягового тока в рельсах любой точки участка между тяговой подстанцией и электровозом представляет собой сумму двух слагаемых, первое из которых не зависит от координаты контролируемой точки и является индуктированным током. Второе слагаемое определяется координатой точки и убывает по мере удаления от электровоза [9].

Учитывая индуктивное влияние тяговых токов, протекающих в контактном проводе рассматриваемого и смежного пути, величину тока в рельсах и напряжение

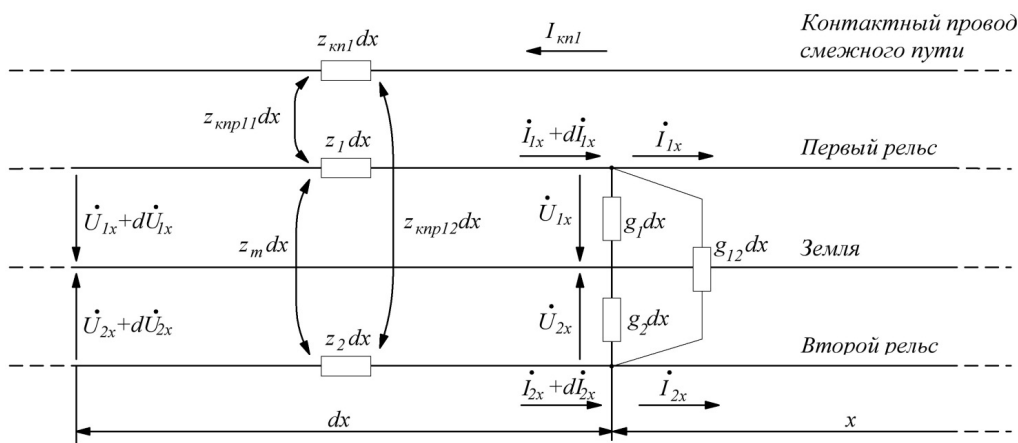


Рис. 1. Схема замещения элемента  $dx$  рельсовой линии при учёте влияния тягового тока в контактном проводе смежного пути.

относительно земли в любой точке между электровозом и тяговой подстанцией можно найти решением дифференциальных уравнений согласно [10, 11]. При составлении схемы замещения для дифференциальных уравнений дополнительно учитывается и влияние высоковольтной линии электропередач [12–14].

В условиях эксплуатации поездная обстановка на участках между тяговыми подстанциями определяется графиком движения поездов и регламентом обслуживания устройств персоналом, теми технологическими «окнами», когда движение электроподвижного состава по одному из путей не производится. В такой ситуации может проявиться мешающее влияние тягового тока, протекающего в контактном проводе смежного пути, выраженное ложной занятостью рельсовой цепи при отсутствии поезда.

Отсюда возникает потребность произвести оценку степени влияния тягового тока в контактном проводе смежного пути без учёта процессов в контактном проводе рассматриваемого пути, на котором поезда отсутствуют, в соответствии с рис. 1.

Обозначения в демонстрируемой схеме:

$z_p, z_2$  — удельные сопротивления одиночных рельсов;

$z_m$  — сопротивление взаимной индуктивности рельсовых нитей;

$z_{кнр11}, z_{кнр12}$  — сопротивления взаимной индуктивности контактного провода и каждой рельсовой нити;

$z_{кн1}$  — удельное сопротивление контактного провода;

$g_p, g_2$  — удельные проводимости заземления рельсовых нитей;

$g_{12}$  — удельная проводимость верхнего слоя балласта и шпал;

$x$  — расстояние от конца рельсовой линии, где подключена нагрузка;

$\dot{I}_{1x}, \dot{I}_{2x}$  — соответственно токи в первой и второй рельсовых нитях с положительным направлением от питающего конца к нагрузке;

$\dot{U}_{1x}, \dot{U}_{2x}$  — напряжения первой и второй рельсовых нитей относительно земли с положительным направлением от рельсов к земле;

$\dot{I}_{кн1}$  — ток, протекающий в контактном проводе смежного пути с положительным направлением от тяговой подстанции.

Дифференциальные уравнения для напряжений и токов рельсовой линии имеют вид:

$$\frac{d\dot{U}_{1x}}{dx} = z_1 \dot{I}_{1x} + z_m \dot{I}_{2x} + z_{кнр11} \dot{I}_{кн1}; \quad (1)$$

$$\frac{d\dot{I}_{1x}}{dx} = (g_1 + g_{12}) \dot{U}_{1x} - g_{12} \dot{U}_{2x}; \quad (2)$$

$$\frac{d\dot{U}_{2x}}{dx} = z_2 \dot{I}_{2x} + z_m \dot{I}_{1x} + z_{кнр12} \dot{I}_{кн1}; \quad (3)$$

$$\frac{d\dot{I}_{2x}}{dx} = (g_2 + g_{12}) \dot{U}_{2x} - g_{12} \dot{U}_{1x}. \quad (4)$$

Проводимость «контактный провод смежного пути — земля» принимается равной нулю, то есть  $\frac{d\dot{I}_{кн1}}{dx} = 0$ .

В результате решения системы дифференциальных уравнений (1)–(4) получим:

$$\dot{U}_{1x} = P(A_1 sh\gamma_1 x + A_2 ch\gamma_1 x) + Q(A_3 sh\gamma_2 x + A_4 ch\gamma_2 x); \quad (5)$$

$$\dot{U}_{2x} = \frac{M\gamma_1 + Pg_{12}}{g_2 + g_{12}}(A_1 sh\gamma_1 x + A_2 ch\gamma_1 x) + \frac{N\gamma_2 + Qg_{12}}{g_2 + g_{12}}(A_3 sh\gamma_2 x + A_4 ch\gamma_2 x); \quad (6)$$

$$\dot{I}_{1x} = A_1 ch\gamma_1 x + A_2 sh\gamma_1 x + A_3 ch\gamma_2 x + A_4 sh\gamma_2 x + \frac{I_{кн1}(z_2 z_{кнp11} - z_m z_{кнp12})}{z_m^2 - z_1 z_2}; \quad (7)$$

$$\dot{I}_{2x} = M(A_1 ch\gamma_1 x + A_2 sh\gamma_1 x) + N(A_3 ch\gamma_2 x + A_4 sh\gamma_2 x) - \frac{I_{кн1}(z_m z_{кнp11} - z_1 z_{кнp12})}{z_m^2 - z_1 z_2}, \quad (8)$$

где

$$P = \gamma_1 \frac{g_2 + g_{12}(1 + M)}{g_1 g_2 + g_1 g_{12} + g_2 g_{12}};$$

$$Q = \gamma_2 \frac{g_2 + g_{12}(1 + N)}{g_1 g_2 + g_1 g_{12} + g_2 g_{12}};$$

$$M = \frac{\gamma_1^2 - (z_1 g_1 + z_1 g_{12} - z_m g_{12})}{z_m g_1 + z_m g_{12} - z_2 g_{12}};$$

$$N = \frac{\gamma_2^2 - (z_1 g_1 + z_1 g_{12} - z_m g_{12})}{z_m g_1 + z_m g_{12} - z_2 g_{12}};$$

$\gamma_1$  – коэффициент распространения волны земляного тракта двухпроводной рельсовой линии:

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b}}; \quad (9)$$

$\gamma_2$  – коэффициент распространения волны фазового тракта двухпроводной рельсовой линии:

$$\gamma_2 = \sqrt{\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b}}, \quad (10)$$

где  $a = z_1(g_1 + g_{12}) + z_2(g_1 + g_{12}) - 2z_m g_{12}$ ;  
 $b = (z_m^2 - z_1 z_2)(g_2 + g_{12} + g_2 g_{12})$ .

Данные выражения используются для математического описания работы рельсовой цепи с учётом влияния тягового тока, протекающего в контактом проводе смежного пути двухпутных участков, и его гармонических составляющих.

Для рельсовой линии с параметрами  $z_1 = z_2 = z_p$  решение системы дифференциальных уравнений (1)–(4) будет иметь вид:

$$\dot{U}_{1x} = P(A_1 sh\gamma_1 x + A_2 ch\gamma_1 x) + Q(A_3 sh\gamma_2 x + A_4 ch\gamma_2 x); \quad (11)$$

$$\dot{U}_{2x} = \frac{M\gamma_1 + Pg_{12}}{g_2 + g_{12}}(A_1 sh\gamma_1 x + A_2 ch\gamma_1 x) + \frac{N\gamma_2 + Qg_{12}}{g_2 + g_{12}}(A_3 sh\gamma_2 x + A_4 ch\gamma_2 x); \quad (12)$$

$$\dot{I}_{1x} = A_1 ch\gamma_1 x + A_2 sh\gamma_1 x + A_3 ch\gamma_2 x + A_4 sh\gamma_2 x + \frac{I_{кн1}(z_p z_{кнp11} - z_m z_{кнp12})}{z_m^2 - z_p^2}; \quad (13)$$

$$\dot{I}_{2x} = M(A_1 ch\gamma_1 x + A_2 sh\gamma_1 x) + N(A_3 ch\gamma_2 x + A_4 sh\gamma_2 x) - \frac{I_{кн1}(z_m z_{кнp11} - z_p z_{кнp12})}{z_m^2 - z_p^2}. \quad (14)$$

При хорошей изоляции рельсовых нитей проводимость одного рельса по отношению к земле  $g_1$  и проводимость между рельсами  $g_{12}$  равны нулю. Проводимость другой рельсовой нити  $g_{он}$  определяется проводимостью опор контактной сети. Такая ситуация характерна для зимнего времени года. В связи с тем, что опоры контактной сети должны быть подключены к рельсовой нити на равных расстояниях друг от друга, проводимость этих опор можно считать распределённой, т.е.  $g_2 = g_{он}$ .

С учётом  $z_1 = z_2 = z_p$  уравнения (1)–(4) примут вид:

$$\frac{d\dot{U}_{1x}}{dx} = z_p \dot{I}_{1x} + z_m \dot{I}_{2x} + z_{кнp11} \dot{I}_{кн1}; \quad (15)$$

$$\frac{d\dot{I}_{1x}}{dx} = 0; \quad (16)$$

$$\frac{d\dot{U}_{2x}}{dx} = z_p \dot{I}_{2x} + z_m \dot{I}_{1x} + z_{кнp12} \dot{I}_{кн1}; \quad (17)$$

$$\frac{d\dot{I}_{2x}}{dx} = g_{он} \dot{U}_{2x}. \quad (18)$$

Решение уравнений (15)–(18):

$$\dot{U}_{1x} = x \left[ A_1 \left( z_m - \frac{z_p^2}{z_m} \right) - I_{кн1} \left( \frac{z_p z_{кнp12}}{z_m} - z_{кнp11} \right) \right] + \quad (19)$$

$$+ \frac{z_m}{\gamma_{он}} (A_2 sh\gamma_{он} x + A_3 ch\gamma_{он} x) + A_4;$$

$$\dot{U}_{2x} = \frac{\gamma_{он}}{g_{он}} (A_2 sh\gamma_{он} x + A_3 ch\gamma_{он} x); \quad (20)$$

$$\dot{I}_{1x} = \frac{-z_p A_1 - I_{кн1} z_{кнp12}}{z_m}; \quad (21)$$

$$\dot{I}_{2x} = A_1 + A_2 ch\gamma_{он} x + A_3 sh\gamma_{он} x, \quad (22)$$



где  $\gamma_{\text{оп}}$  – коэффициент распространения волны двухпроводной рельсовой линии при хорошей изоляции рельсовых нитей,  

$$\gamma_{\text{оп}} = \sqrt{g_{\text{оп}} z_p}$$

*Из уравнений (16), (21) очевидно, что при  $g_1 = g_{12} = 0$  ток, протекающий в первом рельсе, является неизменным. И этот результат вполне отвечает заданным условиям задачи. Подтверждается действенность предложенного математического аппарата для расчёта влияния гармоник тягового тока на рельсовые цепи.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шаманов В. И. Электромагнитная совместимость систем железнодорожной автоматики и телемеханики: Учеб. пособие. – М.: УМЦ по образованию на железнодорожном транспорте, 2013. – 244 с.
2. EMC for European Railways/ Lloyd's Register Rail Report for ERA. November 2010. [Электронный ресурс]: <http://www.era.europa.eu/Document-Register/Documents>. Доступ 17.12.2015.
3. Ogunsola A., Mariscotti A. Electromagnetic Compatibility in Railways: Analysis and Management. Berlin: Springer, 2013. – 600 p.
4. Балёр М. П. Анализ и синтез электромагнитной совместимости системы тягового электроснабжения и инфраструктуры на участках с высокоскоростным движением // Энергосбережение на железнодорожном транспорте и в промышленности: Материалы V международной научно-практ. конференции (Воловец, Украина, 11 июня – 13 июня 2014 г.). – Д.: ДНУЖТ, 2014. – С. 8–14.
5. Кравцов Ю. А., Архипов Е. В., Антонов А. А., Бакин М. Е. Работоспособность путевых приёмников

рельсовых цепей тональной частоты при воздействии сетевого тока электропоезда «Сапсан» // Вестник транспорта Поволжья. – 2013. – № 3. – С. 14–19.

6. Кравцов Ю. А., Антонов А. А., Бакин М. Е. Методика экспериментальной проверки помехоустойчивости приёмников рельсовых цепей тональной частоты // Мир транспорта. – 2015. – № 6. – С. 102–109.

7. Schön, W. Signalisation et automatismes ferroviaires. V. 3. Paris: La vie du rail, 2013, 399 p.

8. Атабеков Г. И., Купалян С. Д., Тимофеев А. Б. и др. Теоретические основы электротехники. – М.: Энергия, 1979. – 431 с.

9. Брылеев А. М. Рельсовые цепи. – М.: Трансжелдориздат, 1939. – 312 с.

10. Кравцов Ю. А., Машенко П. Е., Бакин М. Е. Исследование работоспособности опытных образцов путевых приёмников рельсовых цепей с автоматическим регулированием уровня сигнала // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2012. – № 1. – С. 20.

11. Леушин В. Б., Юсупов Р. Р., Ахмадуллин Ф. Р. К вопросу о моделировании импульсных помех от постоянного тягового тока в рельсовых линиях // Эффективность и безопасность работы электротехнических комплексов и систем автоматики и телемеханики на железнодорожном транспорте / Под. ред. С. А. Лунова. – Омск, 2015. – С. 47–51.

12. Горенбейн Е. В. Определение, методы измерения и контроля первичных параметров рельсовой линии // Наука и техника транспорта. – 2010. – № 4. – С. 37–47.

13. Кравцов Ю. А., Архипов Е. В., Щербина А. Е., Бакин М. Е. Синтез рельсовых цепей тональной частоты с автоматическим регулированием уровня сигнала // Вестник транспорта Поволжья. – 2012. – № 5. – С. 60–69.

14. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрических железных дорог. – М.: Транспорт, 1965. – 528 с.

Координаты авторов: **Антонов А. А.** – ant-a-antonov@yandex.ru, **Бакин М. Е.** – msl87@mail.ru.  
 Статья поступила в редакцию 17.12.2015, принята к публикации 28.03.2016.





## CALCULATION OF TRACTION CURRENT HARMONICS' INFLUENCE ON TRACK CIRCUIT

**Antonov, Anton A.**, Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), Moscow, Russia.  
**Bakin, Mikhail E.**, Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), Moscow, Russia.

### ABSTRACT

Track circuits, as well as other elements of railway automation, are in the zone of influence of electric rolling stock and, in particular, of traction current. In terms of electromagnetic compatibility this is an area of risk that requires specific tools of study and control. Mathematical description has been

developed to calculate the influence of harmonics of traction current, flowing in the contact wire of adjacent track of double-track sections, and of its harmonic components, on track circuits. Equivalent circuit and system of differential equations are shown, which are designed to solve problems to ensure operational reliability of a railway line.

**Keywords:** railway, electromagnetic compatibility, mathematical description, track circuit, traction current harmonics, contact wire, adjacent track.

**Background.** The problem of electromagnetic compatibility of electric rolling stock and railway automation devices including track circuits is quite acute in Russia and abroad [1–7].

When calculating the influence of traction current harmonics on operation of the track circuit, it is usually represented as a single-wire power interconnected lines with resistance track lines  $z_1$  and  $z_2$ . These lines are subject to induction influence of traction currents flowing in the contact wire both of considered and adjacent tracks [8].

The value of traction current in rails at any point of the section between traction substation and electric locomotive is the sum of two components, the first of which does not depend on coordinates of the controlled point and is the induced current. The second term is determined by the coordinate point and decreases as the distance from the electric locomotive grows [9].

Given the inductive influence of traction currents, flowing in the contact wire of considered and adjacent track, the amount of current in rails and voltage to ground at any point between the electric locomotive and the traction substation can be found via solution of differential equations according to [10, 11]. In drawing up the equivalent circuit for differential equations the impact of high-voltage power line is further considered [12–14].

In operation conditions train situation in the sections between traction substations is determined

by the schedule of movement of trains, by regulations on equipment maintenance by personnel, and by those technological «windows» (time intervals) when the motion of electric rolling stock on one track is not performed. In such a situation disturbing influence of traction current, flowing in the contact wire of an adjacent track, may appear which is expressed as a false occupation of track circuit when there is no train.

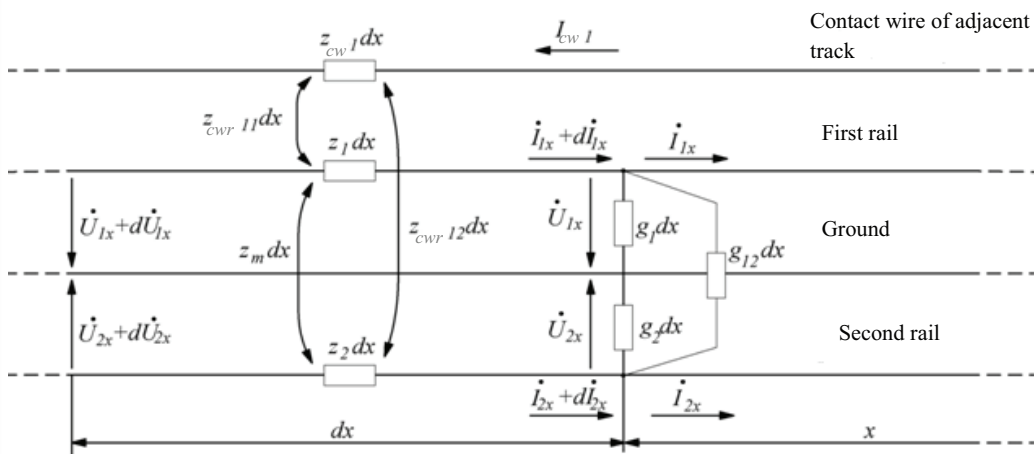
**Objective.** The objective of the authors is to consider a method of calculation of traction current harmonics' influence on track circuit.

**Methods.** The authors use general scientific methods, engineering and algebraic calculations, tools of electrical engineering.

**Results.** Hence there is a need to assess the degree of general influence of traction current in the contact wire of an adjacent track without taking into account processes in the contact wire of a considered track with no trains on it (as shown in Pic. 1).

Designations demonstrated in the circuit:

- $z_1, z_2$  are specific resistances of single rails;
- $z_m$  is resistance of mutual inductance of rails;
- $z_{cwr1}, z_{cwr2}$  are resistances of mutual inductance of contact wire and each rail;
- $z_{cwr}$  is specific resistance of contact wire;
- $g_1, g_2$  are specific earthing conductivities of rails;
- $g_{12}$  is specific conductivity of the upper layer of ballast and sleepers;



**Pic. 1.** Equivalent circuit of element  $dx$  of a rail line, taking into account the influence of traction current in the contact wire of an adjacent track.



$x$  is a distance from the end of the rail line, where the load is connected;

$\dot{I}_{1x}, \dot{I}_{2x}$  are respectively currents in the first and second rail lines with the positive direction from the supply end to the load;

$\dot{U}_{1x}, \dot{U}_{2x}$  are voltages of first and second rail lines with respect to ground with positive direction from rails to the ground;

$\dot{I}_{cwl}$  is current flowing in the contact wire of an adjacent track with positive direction from traction substation.

Differential equations for voltages and currents of the rail line have a form:

$$\frac{d\dot{U}_{1x}}{dx} = z_1 \dot{I}_{1x} + z_m \dot{I}_{2x} + z_{cwr11} \dot{I}_{cwl}; \quad (1)$$

$$\frac{d\dot{I}_{1x}}{dx} = (g_1 + g_{12}) \dot{U}_{1x} - g_{12} \dot{U}_{2x}; \quad (2)$$

$$\frac{d\dot{U}_{2x}}{dx} = z_2 \dot{I}_{2x} + z_m \dot{I}_{1x} + z_{cwr12} \dot{I}_{cwl}; \quad (3)$$

$$\frac{d\dot{I}_{2x}}{dx} = (g_2 + g_{12}) \dot{U}_{2x} - g_{12} \dot{U}_{1x}. \quad (4)$$

Conductivity "contact wire of an adjacent track-ground" is taken equal to zero, i.e.,  $\frac{d\dot{I}_{cwl}}{dx} = 0$ .

As a result of solving a system of differential equations (1)–(4) we get:

$$\dot{U}_{1x} = P(A_1 sh\gamma_1 x + A_2 ch\gamma_1 x) + Q(A_3 sh\gamma_2 x + A_4 ch\gamma_2 x); \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2x} = & \frac{M\gamma_1 + Pg_{12}}{g_2 + g_{12}} (A_1 sh\gamma_1 x + A_2 ch\gamma_1 x) + \\ & + \frac{N\gamma_2 + Qg_{12}}{g_2 + g_{12}} (A_3 sh\gamma_2 x + A_4 ch\gamma_2 x); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1x} = & A_1 ch\gamma_1 x + A_2 sh\gamma_1 x + A_3 ch\gamma_2 x + \\ & + A_4 sh\gamma_2 x + \frac{I_{cwl}(z_2 z_{cwr11} - z_m z_{cwr12})}{z_m^2 - z_1 z_2}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{2x} = & M(A_1 ch\gamma_1 x + A_2 sh\gamma_1 x) + N(A_3 ch\gamma_2 x + \\ & + A_4 sh\gamma_2 x) - \frac{I_{cwl}(z_m z_{cwr11} - z_1 z_{cwr12})}{z_m^2 - z_1 z_2}, \end{aligned} \quad (8)$$

where

$$P = \gamma_1 \frac{g_2 + g_{12}(1+M)}{g_1 g_2 + g_1 g_{12} + g_2 g_{12}}; \quad Q = \gamma_2 \frac{g_2 + g_{12}(1+N)}{g_1 g_2 + g_1 g_{12} + g_2 g_{12}};$$

$$M = \frac{\gamma_1^2 - (z_1 g_1 + z_1 g_{12} - z_m g_{12})}{z_m g_1 + z_m g_{12} - z_2 g_{12}};$$

$$N = \frac{\gamma_2^2 - (z_1 g_1 + z_1 g_{12} - z_m g_{12})}{z_m g_1 + z_m g_{12} - z_2 g_{12}};$$

$\gamma_1$  is coefficient of propagation of earth wave path in two-wire rail line:

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b}}; \quad (9)$$

$\gamma_2$  is coefficient of propagation of phase wave path in two-wire rail line:

$$\gamma_2 = \sqrt{\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b}}; \quad (10)$$

where  $a = z_1(g_1 + g_{12}) + z_2(g_1 + g_{12}) - 2z_m g_{12}$ ;  
 $b = (z_m^2 - z_1 z_2)(g_1 g_2 + g_1 g_{12} + g_2 g_{12})$ .

These expressions are used for mathematical description of track circuit operation, taking into account the influence of traction current flowing in the contact wire of the adjacent track of double-track sections, and its harmonic components.

For rail lines with parameters  $z_1 = z_2 = z_p$  solution of differential equations (1)–(4) will look like:

$$\dot{U}_{1x} = P(A_1 sh\gamma_1 x + A_2 ch\gamma_1 x) + Q(A_3 sh\gamma_2 x + A_4 ch\gamma_2 x); \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2x} = & \frac{M\gamma_1 + Pg_{12}}{g_2 + g_{12}} (A_1 sh\gamma_1 x + A_2 ch\gamma_1 x) + \\ & + \frac{N\gamma_2 + Qg_{12}}{g_2 + g_{12}} (A_3 sh\gamma_2 x + A_4 ch\gamma_2 x); \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1x} = & A_1 ch\gamma_1 x + A_2 sh\gamma_1 x + A_3 ch\gamma_2 x + \\ & + A_4 sh\gamma_2 x + \frac{I_{cwl}(z_p z_{cwr11} - z_m z_{cwr12})}{z_m^2 - z_p^2}; \end{aligned} \quad (13)$$



$$\dot{I}_{2x} = M(A_1 ch \gamma_1 x + A_2 sh \gamma_1 x) + N(A_3 ch \gamma_2 x + A_4 sh \gamma_2 x) - \frac{I_{cw1} (z_m z_{cwr11} - z_p z_{cwr12})}{z_m^2 - z_p^2} \quad (14)$$

In case of good insulation of rail lines conductivity of one rail relative to ground  $g_1$  and conductivity between rails  $g_{12}$  are equal to zero. The conductivity of another rail line  $g_{on}$  is determined by conductivity of contact network supports. This situation is typical for the winter season. Due to the fact that contact network supports must be connected to rail line at equal distances from each other, the conductivity of these supports can be regarded as distributed, i.e.  $g_2 = g_{on}$ .

Given  $z_1 = z_2 = z_p$  equations (1)–(4) will take a form:

$$\frac{d\dot{U}_{1x}}{dx} = z_p \dot{I}_{1x} + z_m \dot{I}_{2x} + z_{cwr11} \dot{I}_{cw1}; \quad (15)$$

$$\frac{d\dot{I}_{1x}}{dx} = 0; \quad (16)$$

$$\frac{d\dot{U}_{2x}}{dx} = z_p \dot{I}_{2x} + z_m \dot{I}_{1x} + z_{cwr12} \dot{I}_{cw1}; \quad (17)$$

$$\frac{d\dot{I}_{2x}}{dx} = g_{on} \dot{U}_{2x}. \quad (18)$$

Solution of equations (15)–(18) is:

$$\dot{U}_{1x} = x \left[ A_1 \left( z_m - \frac{z_p^2}{z_m} \right) - I_{cw1} \left( \frac{z_p z_{cwr12}}{z_m} - z_{cwr11} \right) \right] + \frac{z_m}{\gamma_{on}} (A_2 sh \gamma_{on} x + A_3 ch \gamma_{on} x) + A_4; \quad (19)$$

$$\dot{U}_{2x} = \frac{\gamma_{on}}{g_{on}} (A_2 sh \gamma_{on} x + A_3 ch \gamma_{on} x); \quad (20)$$

$$\dot{I}_{1x} = \frac{-z_p A_1 - I_{cw1} z_{cwr12}}{z_m}; \quad (21)$$

$$\dot{I}_{2x} = A_1 + A_2 ch \gamma_{on} x + A_3 sh \gamma_{on} x, \quad (22)$$

where  $\gamma_{on}$  is coefficient of propagation of wave of two-wire rail line with good insulation of rails,  $\gamma_{on} = \sqrt{g_{on} z_p}$ .

**Conclusion.** From equations (16), (21) it is obvious that if  $g_1 = g_{12} = 0$ , then the current flowing in the first rail is constant. This result fully meets the given conditions of the task. It confirms the validity of the proposed mathematical apparatus for calculation of traction current harmonics influence on track circuits.

## REFERENCES

1. Shamanov, V. I. Electromagnetic compatibility of railway automation and remote control systems: educational guide [Elektromagnitnaja sovmestimost' sistem zheleznodorozhnoj avtomatiki i telemehaniki: ucheb. posobie]. Moscow, TMC for education on railway transport, 2013, 244 p.

2. EMC for European Railways. Lloyd's Register Rail Report for ERA. November 2010. [Electronic source]: <http://www.era.europa.eu/Document-Register/Documents>. Last accessed 17.12.2015.

3. Ogunsola, A., Mariscotti, A. Electromagnetic Compatibility in Railways: Analysis and Management. Berlin, Springer, 2013, 600 p.

4. Bader, M. P. Analysis and synthesis of electromagnetic compatibility of traction power supply system and infrastructure in areas with high-speed traffic [Analiz i sintez elektromagnitnoj sovmestivosti sistema tjavovogo elektrosnabzhenija i infrastruktury na uchastkah s vysokoskorostnym dvizheniem]. Energy savings in rail transport and industry: Proceedings of V International scientific-practical conference (Volovets, Ukraine, 11 June – 13 June 2014). Dnepropetrovsk, DNURT, 2014, pp. 8–14.

5. Kravtsov, Yu. A., Arkhipov, E. V., Antonov, A. A., Bakin, M. E. Operability of track receivers of tone frequency track circuits when exposed to network current of an electric train "Sapsan" [Rabotosposobnost' putevyh prijemnikov rel'sovyh cepej tonal'noj chastoty pri vozdejstvii setevogo toka elektropoezda «Sapsan»]. Vestnik transporta Povolzh'ja, 2013, Iss. 3, pp. 14–19.

6. Kravtsov, Yu. A., Antonov, A. A., Bakin, M. E. Methods of interference immunity checking of tone track circuits receivers. World of Transport and Transportation, Vol. 13, 2015, Iss. 6, pp. 102–109.

7. Schön, W. Signalisation et automatismes ferroviaires. V. 3. Paris, La vie du rail, 2013, 399 p.

8. Atabekov, G. I., Kupalyan, S. D., Timofeev, A. B. [et al]. Theoretical foundations of electrical engineering [Teoreticheskie osnovy elektrotehniki]. Moscow, Energia publ., 1979, 431 p.

9. Bryleev, A. M. Track circuit [Rel'sovye tsepi]. Moscow, Transzheldorizdat, 1939, 312 p.

10. Kravtsov, Yu. A., Mashchenko, P. E., Bakin, M. E. Research on performance of prototypes of track circuit receivers with automatic control of signal level [Issledovanie rabotosposobnosti opytnyh obrazcov putevyh prijemnikov rel'sovyh cepej s avtomaticheskim regulirovaniem urovnja signala]. Trudy Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshhenija, 2012, Iss. 1, p. 20.

11. Leushin, V. B., Yusupov, R. R., Akhmadullin, F. R. On simulation of impulse interference from direct traction current in rail lines [K voprosu o modelirovanii impul'snyh pomeh ot postojannogo tjavovogo toka v rel'sovyh liniyah]. In: Efficiency and safety of electrotechnical complexes and systems of automation and remote control in rail transport. Ed. by Lunev, S. A. Omsk, 2015, pp. 47–51.

12. Gorenbeyn, E. V. Determining, methods for measuring and monitoring primary parameters of rail line [Opredelenie, metody izmerenija i kontrolja pervichnyh parametrov rel'sovoj linii]. Nauka i tehnika transporta, 2010, Iss. 4, pp. 37–47.

13. Kravtsov, Yu. A., Arkhipov, E. V., Scherbina, A. E., Bakin, M. E. Synthesis of track circuits of tone frequency with automatic adjustment of signal level [Sintez rel'sovyh cepej tonal'noj chastoty s avtomaticheskim regulirovaniem urovnja signala]. Vestnik transporta Povolzh'ja, 2012, Iss. 5, pp. 60–69.

14. Marquardt, K. G. Electricity of electric railways [Elektrosnabzhenie elektricheskikh zhelezných dorog]. Moscow, Transport publ., 1965, 528 p. ●

Information about the authors:

**Antonov, Anton A.** – Ph.D. (Eng.), associate professor of Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), Moscow, Russia, ant-a-antonov@yandex.ru.

**Bakin, Mikhail E.** – external Ph.D. student at the department of Automation, telemechanics and communication of railway transport of Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), Moscow, Russia, msl87@mail.ru.

Article received 17.12.2015, accepted 28.03.2016.