

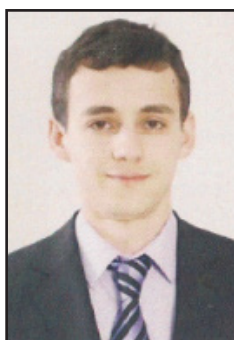


# Движение вагона на сортировочной горке при попутном ветре



Хабибулла ТУРАНОВ  
Khabibulla T. TURANOV

Андрей ГОРДИЕНКО  
Andrey A. GORDIENKO



*Туранов Хабибулла Туранович – доктор технических наук, профессор Уральского государственного университета путей сообщения (УрГУПС), Екатеринбург, Россия.  
Гордиенко Андрей Александрович – ассистент кафедры «Станции, узлы и грузовой работа» УрГУПС, Екатеринбург, Россия.*

## Car Movement at Hump Yard under Tail Wind

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 44)

**Математическое моделирование первого промежуточного участка сортировочной горки при воздействии на вагон попутного ветра малой величины. Метод – принцип Даламбера в координатной форме с неидеальной связью. Получены простые на вид аналитические формулы для определения времени движения вагона на горке, по величине которой находится значение скорости его скатывания в конце расчетного участка.**

**Выявлено, что время, в течение которого происходит скатывание вагона на этом участке горки, зависит от угла наклона, начальной скорости и ускорения вагона, а также контролируемой длины движения.**

Ключевые слова: железная дорога, станция, сортировочная горка, вагон, попутный ветер, промежуточный участок, время и скорость скатывания вагона.

Общеизвестные формулы, широко применяемые при решении задач по расчёту и проектированию сортировочной горки [1–8], противоречат основным положениям классической механики в течение более 75 лет [9, 10]. Так, например, в [6] для расчёта времени движения отцепа по участкам сортировочной горки использована формула:

$$t = (v_k - v_0) / (g'10^{-3}(i - w_0)), \quad (1)$$

где  $v_k$  – конечная скорость отцепа на участке, м/с;  $v_0$  – начальная скорость входа отцепа на участок скатывания, м/с;  $g' < g$  – доля ускорения свободного падения, м/с<sup>2</sup>, поскольку  $M < M_0$  при том, что  $M$  и  $M_0$  – масса вагона (отцепа) без учёта и с учётом массы вращающихся частей, кг.

Как видно, формула (1) содержит скорость в конце участка горки  $v_k$ , которая найдена по формуле скорости свободного падения тела по вертикали (формула Галилея) с учётом ускорения вращающихся масс, что является абсурдом [10]. Конечная скорость вагона  $v_k$  должна быть известной величиной, в противном случае дальнейшее решение задачи в такой

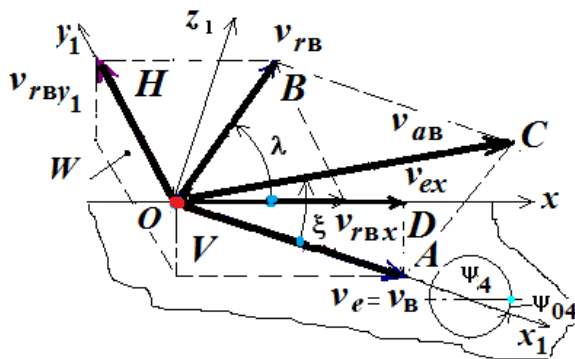


Рис. 1. Векторная диаграмма скорости вагона и попутного ветра на промежуточном участке горки.

постановке окажется столь же бессмысленной, как это выполнено в [1–4]. В действительности скорость отцепа  $v_k$  следовало бы найти в зависимости от начальной скорости  $v_0$ , ускорения  $a$ , времени движения вагона по уклону горки  $t$ , т. е.  $v_k = f(v_0, a, t)$  [11–15].

Вывод формулы (1) с учётом ускорений, возникающих при воздействии ветровых нагрузок как вдоль, так и поперёк вагона, доказан в [16, 17] на основе теоремы об изменении количества движения материальной точки [9] в виде

$$t = (v_k - v_0) / (g'10^{-3}(i - w_0) \pm a - a_0), \quad (2)$$

где  $a$  и  $a_0$  – параметры, учитывающие воздействие попутного ветра как вдоль, так и поперёк вагона, м/с<sup>2</sup>.

В [16, 17] особо отмечено, что для решения задачи нахождения времени скатывания вагона (отцепа) с горки формулы (1) и (2) применимы только тогда, когда известна конечная скорость вагона  $v_k$ .

В связи с этим, учитывая, что все выполненные исследования [1–8] по динамике сортировочной горки до сего момента являются некорректными, построение математических моделей времени и скорости при скатывании вагона на промежуточном участке горки при воздействии попутного ветра малой величины остается актуальной проблемой транспортной науки.

Данная статья продолжает серию статей [13–26] по разработке нового научного направления, касающегося динамики скатывания вагона по сортировочной горке. Поскольку в основу исследований положен принцип Даламбера в координатной форме [9], то в публикуемой работе будут присутствовать подходы и формулы, изложенные в [11–15].

## УСЛОВИЯ ЗАДАЧИ И ПРИНЯТЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

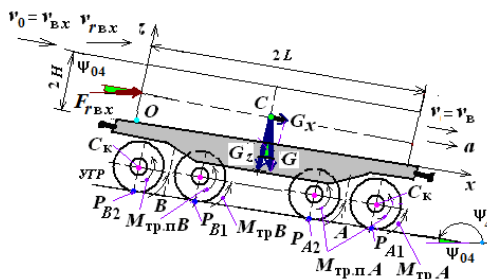
Помимо цели разработать математическую модель промежуточного участка сортировочной горки при воздействии попутного ветра малой величины, в нашем случае ставится задача получить аналитические формулы времени и скорости скатывания вагона для расчёта промежуточного участка сортировочной горки при заданных его геометрических параметрах (уклон и длина). Это в последующем позволит выполнить проектировочные расчёты участков профиля горки, которые обеспечат движения вагона до расчётной точки с требуемой скоростью (порядка 5 км/ч).

Рассмотрим аналогично [11–15] общий случай, когда вагон с сортировочной горки скатывается поступательно с заданной начальной скоростью  $v_0 = v_{04}$  после выхода из участка первой горочной тормозной позиции. При скатывании одиночного вагона он будет испытывать воздействие прежде всего внешних сил в виде сил тяжести вагона с грузом или без груза –  $\bar{G}$  и силы аэродинамического сопротивления попутного ветра малой величины –  $\bar{F}_{rv}$  (где  $(\bar{F}_{rvx}, \bar{F}_{rvy}) \in \bar{F}_{rv}$ ). При этом силы воздействия на вагон аэродинамического сопротивления при малой скорости ветра (например, попутном 2–4 м/с) принято считать зависящими от площади наветренной поверхности вагона  $A_{нав}$  по линейному закону, т. е.  $F_{rv} = f(A_{нав})$ .

Пусть вагон совершает прямолинейное равнозамедленное движение с переносной скоростью  $v_e = v$  с сортировочной горки относительно подвижной системы координат  $Ox_1y_1z_1$ , связанной с вагоном (рис. 1) [5–7].



Рис. 2. Упрощённая модель воздействия сил на систему «вагон – путь» на промежуточном участке горки со стрелочной зоной при попутном ветре.



На рис. 1 обозначено:  $O$  – начало подвижной системы координат  $Ox, yz$ , жёстко связанной с вагоном;  $Ox$  – ось по горизонтали;  $\psi_{03}$  – угол уклона участка 1ТП горки;  $H, V$  и  $W$  – горизонтальная, вертикальная и фронтальная плоскости;  $\bar{v}_{rv}$  – относительная скорость ветра по отношению к подвижной системе отсчёта  $Ox, yz$  (вагон);  $\lambda$  – направляющий угол вектора относительной скорости ветра по отношению к продольной оси вагона;  $\bar{v}_{ав}$  – абсолютная скорость ветра, которая определяется согласно теореме о сложении скоростей при сложном движении:  $\bar{v}_{ав} = \bar{v}_e + \bar{v}_r = \bar{v} + \bar{v}_r$ , где  $\bar{v}_e = \bar{v}$  – переносная скорость (скорость вагона),  $\bar{v}_r$  – относительная скорость воздуха;  $\xi$  – направляющий угол вектора абсолютной скорости ветра относительно оси  $Ox_1$ , имея в виду, что обычно  $\xi = 15^\circ \div 30^\circ$ , а при лобовом ветре, учитывая малости угла уклона участка 1ТП горки  $\psi_{04}$  ( $\psi_{04} = 0,859$  град.), принимают  $\xi = 0$ .

Аналогично [18] будем иметь в виду, что при проектировании сортировочной горки такие её кинематические параметры, как проекция длины на горизонталь  $l_{r4}$  и угол уклона (спуска)  $\psi_{04}$ , находят методом подбора согласно принятой рекомендации [1–4]. Например,  $l_{r4} \approx 41,27$  м,  $\text{tg}\psi_{04} = (0,007 \div 0,015)$  рад. (или  $\psi_{04} = (0,401 \div 0,859)$  град.). По данным  $l_{r4}$  и  $\text{tg}\psi_{04}$  определяют высоту горки  $h_4$ . Далее по значениям  $l_{r4}$  и  $h_4$  вычисляют длину уклона горки  $l_4$ , м:

$$h_4 = l_{r4} \text{tg}(\psi_{04}), \quad l_4 = \sqrt{h_4^2 + l_{r4}^2}$$

или  $l_4 = \frac{l_{r4}}{\cos(\psi_{04})}$  (3)

Если исходные данные таковы, что  $l_{r4} = 41,27$  м,  $\text{tg}\psi_{04} = 0,011$ , то  $h_4 = 0,454$  м,  $l_4 = 41,272$  м.

## ФОРМИРОВАНИЕ РАСЧЁТНОЙ МОДЕЛИ СКАТЫВАНИЯ ВАГОНА

Упрощённая модель воздействия сил на систему «вагон–путь» на промежуточном участке горки при попутном ветре, учитывающая трение качения колёс вагона со скольжением, как и в [11–15], представлена на рис. 2.

На рис. 2 обозначено:  $2L$  и  $2H$  – длина и высота груза;  $\psi_{04}$  – угол наклона первого промежуточного участка;  $\bar{v}_0 = \bar{v}_{v,x}$  – скорость входа вагона на участок;  $\bar{v}_{rv,x}$  – относительная скорость ветра малой величины (обычно в пределах 2,5–3,5 м/с);  $\bar{v} = \bar{v}_v$  – переносная скорость (скорость вагона);  $G$  и  $G_x, G_z$  – сила тяжести вагона с грузом и её проекции на ось  $Ox$  и  $Oz$ ;  $F_{rvx}$  – сила аэродинамического сопротивления, рассматриваемая как «движущая» сила попутного ветра;  $F_c$  – силы сопротивления всякого рода (среды, стрелок, кривых, снега и инея).

Все остальные обозначения на рис. 2 такие же, как и в [11]. Например:  $M_{тр.п.А}$  ( $M_{тр.п.А} \in \{M_{тр.п.А1}, M_{тр.п.А2}, M_{тр.п.А'1}, M_{тр.п.А'2}\}$ ) и  $M_{тр.п.В}$  ( $M_{тр.п.В} \in \{M_{тр.п.В1}, M_{тр.п.В2}, M_{тр.п.В'1}, M_{тр.п.В'2}\}$ ) – внутренние силы в виде моментов трения качения в подшипниках буксовых узлов передней  $A$  и задней  $B$  тележек вагона, причём  $M_{тр.п.} = M_{тр.п.А} + M_{тр.п.В}$ ;  $P_{A1}, P_{A2}, P_{B1}, P_{B2}$  – мгновенные центры скоростей. Эти моменты трения качения в подшипниках используют для определения приведённого коэффициента трения качения со скольжением в колёсных парах  $f_0$ .

Пусть расчётная модель движения вагона на промежуточном участке горки, согласно принципу освобождённости от связей теоретической механики [9], имеет вид, представленный на рис. 3.

Все обозначения на рис. 3 такие же, как и на рис. 2, за исключением нормальной  $N$  и касательной  $F_{тр,x}$  составляющих реакции

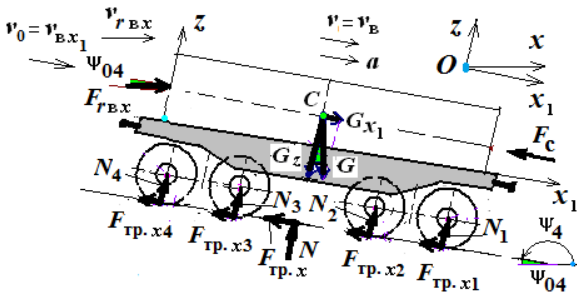


Рис. 3. Упрощённая расчётная модель движения вагона по профилю горки при попутном ветре.

связей (рельсовых нитей). Причём  $N = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$  и  $F_{тр.х} = F_{тр.х1} + F_{тр.х2} + F_{тр.х3} + F_{тр.х4}$  представлены как параллельные силы.

Здесь  $F_{тр.х}$  учитывает трения качения колёс о поверхность катания рельсовых нитей  $F_{тр.к} = F_{тр.к}$  и трения скольжения гребней колёс по боковым поверхностям рельсовых нитей  $F_{тр.ск}$  из-за воздействия ветра с боковой стороны вагона  $F_{тр.б}$  и поперечной переносной силы инерции  $I_{ey}$  (не показанные на рис. 2), т. е.  $F_{тр.х} = F_{тр.к} + F_{тр.ск}$ .

### СИЛОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ НА УЧАСТКЕ ГОРКИ

На промежуточном участке горки аналогично [11–16] силовые соотношения находят в следующей последовательности.

1. Определяют силы аэродинамического сопротивления, воздействующие на вагон вдоль и поперёк (в случае учёта данной силы, имея в виду, что в [1–4] такая сила вовсе не учитывается), кН [11–13]:

$$F_{рвх} = 0,5A_T; \quad F_{рвб} = 0,5A_6, \quad (4)$$

где  $0,5$  – удельное давление на  $1 \text{ м}^2$  площади, кН/м<sup>2</sup>;  $A_T$  – площадь торцевой поверхности вагона с грузом, м<sup>2</sup>:  $A_T = 2B \times 2H$  с учётом того, что в ней  $2B$  и  $2H$  – ширина и высота наветренных поверхностей вагона с грузом, м;  $A_6$  – площадь боковой поверхности вагона с грузом, м<sup>2</sup>:  $A_6 = 2L \times 2H$  с учётом того, что в ней  $2L$  – длина боковых наветренных поверхностей вагона с грузом, м.

2. Учитывая понятия «сдвигающих» и «удерживающих» сил, вычисляют все силы, воздействующие на вагон, кН:

– «сдвигающие» силы  $F_{сл.х}$  (т. е. проекции силы тяжести вагона с грузом (или отцепа) на направление скатывания вагона) [11, 12]:

$$F_{сл.х} = G \sin(\psi_{04}) + F_{рвх} \cos(\psi_{04}); \quad (5)$$

– «удерживающие»  $F_{уд.х}$  (т. е. силы сопротивления движению вагона в виде силы трения качения и скольжения (только при учёте ветра с боковой стороны вагона) колёс, силы сопротивления движению всякого рода) [12]:

$$F_{уд.х} = F_{тр.к} + F_{с.} + F_{тр.ск}, \quad (6)$$

где  $F_{тр.к}$  – сила трения качения (по [2–12] – это основное сопротивление);  $F_{с.}$  – силы сопротивления всякого рода в виде [11]:

$$F_{с.} = F_{ср.} + F_{стр.} + F_{с.и.} + F_{кр.}, \quad (7)$$

с учётом того, что в ней  $F_{ср.}$ ,  $F_{стр.}$ ,  $F_{с.и.}$  и  $F_{кр.}$  – силы сопротивления движению вагона от среды и стрелок (как дополнительное сопротивление), снега и инея (как эпизодическое сопротивление), а также от кривых (как дополнительное сопротивление) [1–4];  $F_{тр.ск}$  – сила трения скольжения при учёте воздействия поперечной переносной силы инерции и ветра с боковой стороны вагона.

Перепишем (6) с учётом (7) в виде [11]:

$$F_{уд.х} = F_{тр.к} + F_{ср.} + F_{стр.} + F_{с.и.} + F_{кр.} + F_{тр.ск}. \quad (8)$$

В (8) каждую слагаемую находят по формулам:

$$F_{тр.к} = f_0 (G \cos(\psi_{04}) + F_{рвх} \sin(\psi_{04})); \quad (9)$$

$$F_{ср.} = k_{ср.} G; \quad F_{стр.} = k_{стр.} G; \quad F_{с.и.} = k_{с.и.} G;$$

$$F_{кр.} = k_{кр.} G; \quad (10)$$

$$F_{тр.ск} = f_{ск0} (I_{ey} + F_{рвб} \cos(\psi_{04})), \quad (11)$$

где  $f_0$  – некоторый условный коэффициент трения скольжения, учитывающий количество колёс в тележках, трения качения (по кольцам подшипника и колеса по рельсу) (по расчётным данным обычно порядка 0,0001) [16, 17];  $k_{ср.}$  – коэффициент, учитывающий долю силы тяжести  $G$  при учёте сопротивления среды (обычно принимают в пределах  $0,0001 \div 0,0005$  при скорости попутного ветра от 2 до 4 м/с) [1];  $k_{стр.}$ ,  $k_{с.и.}$  и  $k_{кр.}$  – коэффициенты, показывающие





доли силы тяжести  $G$  при учёте сопротивления движению вагона от ударов на стрелочных переводах, от снега, инея и кривых [1–4];  $f_{ск0}$  – коэффициент трения скольжения гребней колес к боковой поверхности рельсовой нити (обычно  $-f_{ск0} = 0,25$ ) [11];  $I_{ey}$  – поперечная переносная сила инерции, определяемая как  $I_{ey} = k_{д,y} G$  с учётом того, что в ней  $k_{д,y}$  – коэффициент поперечной динамики вагона (чаще всего 0,03);  $F_{рв.б}$  – сила аэродинамического сопротивления при воздействии ветра с боковой стороны вагона, кН.

В (11) коэффициенты  $k_{стр.}$ ,  $k_{с.и.}$  и  $k_{кр.}$  обычно принимают ориентировочно. Так, например,  $k_{стр.} = 0,0025$  (допуская при этом возможность принятия и другой величины);  $k_{с.и.} = 0,0001–0,0004$ ;  $k_{кр.} = 0,0031$  [1].

Подставляя (9)–(11) в (8), силу  $F_{уд.х}$  можно представить [12] в виде:

$$F_{уд.х} = f_0 (G \cos(\psi_{04}) + F_{рвх} \sin(\psi_{04})) + (k_{кр.} + k_{стр.} + k_{с.и.} + k_{кр.}) G + f_{ск0} (I_{ey} + F_{рвб} \cos(\psi_{04})). \quad (12)$$

Особо отметим, что движение вагона на рассматриваемом участке горки возможно лишь при соблюдении условий [19]:

$$F_{сд.х} > F_{уд.х}, \quad (13)$$

$$F_{сд.х} < F_{уд.х}. \quad (13a)$$

Если соблюдается условие (13a), что может быть при учёте воздействия поперечной переносной силы инерции  $I_{ey}$  и ветра с боковой стороны вагона  $F_{рв.б}$ , то движение вагона произойдёт согласно закону инерции с заданной начальной скоростью [9, 13].

### ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ «УДЕРЖИВАЮЩЕЙ» СИЛЫ

Как и в [11], будем иметь в виду, что сила трения качения  $F_{тр.к}$  (основное сопротивление), сила сопротивления движению вагона от среды  $F_{ср.}$  и сила трения скольжения при учёте ветра с боковой стороны вагона  $F_{рв.б}$  действуют на систему «вагон–груз» на всем протяжении первого промежуточного участка за время  $t$ , а силы сопротивления движению вагона от стрелок и кривых (дополнительное сопротивление), снега и инея (эпизодическое сопротивление) – с запаздыванием во времени на величину  $t_1$ , т. е.  $t > t_1$ .

### МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Хоть и повторно [11–15], но вместе с тем запишем основной закон динамики с неидеальными связями (или принцип Даламбера) в координатной форме [9]:

$$M \frac{dv_{а.х}}{dt} = \sum_{k=1}^n F_{kx} + \sum_{k=1}^n R_{kx},$$

где  $M$  – масса вагона с грузом (или без груза) с учётом массы вращающихся частей (колёсных пар), кг;  $F_x = F_{сд.} = \text{const.}$  – проекции всех активных («сдвигающих») сил на направления скатывания вагона (ось  $Ox$ ), Н;  $R_x = F_{уд.} = \text{const.}$  – проекции всех реактивных («удерживающих») сил на ось  $Ox$ , Н.

Подставляя (5) и (12) в принцип Даламбера, будем иметь:

$$M \frac{dv}{dt} = F_{сд.х} - F_{уд.х}, \quad (14)$$

где  $F_{сд.х}$  и  $F_{уд.х}$  – «сдвигающие» и «удерживающие» силы, действующие на систему «вагон–груз», на промежуточном участке горки, Н.

Перепишем уравнение (14) в виде дифференциального уравнения движения вагона на рассматриваемом участке горки:

$$M \frac{dv}{dt} = F_0, \quad (15)$$

где  $F_0 = (F_{сд.х} - F_{уд.х}) > 0$  или  $F_0 = (F_{сд.х} - F_{уд.х}) < 0$  – сила сопротивления движению вагона с учётом выполнения условий (13) и (13a), Н.

Начальные условия задачи Коши – при  $t = 0$ :  $v(0) = v_0$  (где  $v_0 = v_{04}$  – скорость входа вагона на промежуточный участок горки).

Разделяя переменные в (14) и беря интегралы от обеих частей последнего равенства, будем иметь [27]:

$$\int_{v_0}^v dv = \frac{F_0}{M} \int_0^t dt.$$

После интегрирования получим известную из элементарной физики формулу скорости тела при ускоренном и/или замедленном движении [12, 13]:

$$v = v_0 \pm at, \quad (16)$$

где  $a$  – ускорение, при котором происходит прямолинейное равноускоренное и/или равнозамедленное движение вагона, м/с<sup>2</sup> [11–13]:

$$a = \frac{|F_0|}{M}. \quad (17)$$

Выражения (15) и (17) представляют собой одинаковое математическое представление второго закона Ньютона в момент абсолютного движения: при воздействии внешней силы  $F_0$  постоянной величины на тело с массой  $M$  оно совершает прямолинейное равноускоренное и/или равнозамедленное движение с ускорением  $a$ .

Из (12) становится очевидным, что ускорение  $a$  по (17) следует определить в соответствии со временем прохождения вагона отдельно до первой стрелки за время  $t$ , от первой стрелки до второй – за время  $t_1$ , а также от второй стрелки с учётом кривой  $t_2$  до конца первого промежуточного участка горки.

Анализируя (17), заметим, что вагон (или отцеп) на промежуточном участке горки совершает прямолинейное равноускоренное и/или равнозамедленное движение. При этом на данном участке ускорение  $a$  зависит от всех сил, воздействующих на систему «вагон-путь» ( $F_{сд,x} = f(G, F_{рв,x})$  и  $F_{уд,x} = f(F_{тр,к}, F_c, F_{рв,б})$  и от массы вагона (отцепа) с грузом (или без груза)  $M$  с учётом массы колёсных пар, т. е.  $a = f(M, F_{сд,x}, F_{уд,x})$ .

## МОДЕЛИ ВРЕМЕНИ И СКОРОСТИ СКАТЫВАНИЯ ВАГОНА

Переписывая (16) найдём переносную скорость вагона  $v_e(t)$  на промежуточном участке горки, м/с [11–13]:

$$v_e(t) = v_0 \pm at. \quad (18)$$

Отсюда ясно, что скорость вагона  $v_e(t)$  на промежуточном участке горки с течением времени  $t$  описывается по линейно-возрастающему и/или линейно-убывающему закону (18): вагон на рассматриваемом участке быстро набирает и/или снижает свою скорость.

Как видно, переносная скорость вагона  $v_e(t)$  с течением времени  $t$  зависит от начальной скорости  $v_0$  и ускорения вагона  $a$ , т. е.  $v_e(t) = f(v_{04}, a, t)$ .

Далее, учитывая, что  $v_e(t) = \frac{dx}{dt}$ , переписав (18), в виде дифференциального уравнения движения вагона при его ускоренном движении:

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \pm at.$$

Начальные условия задачи Коши – при  $t = 0: x(0) = 0$ .

Умножая обе части последнего равенства на  $dt$  и интегрируя полученное уравнение в пределах от 0 до  $t$ , опуская промежуточные элементарные выкладки, окончательно получим пройденное расстояние (путь) вагона с течением времени  $t$  на рассматриваемом участке горки, м [11–13]:

$$x(t) = v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2. \quad (19)$$

Пройденное вагоном расстояние  $x(t)$  с течением времени  $t$  описывается согласно квадратичному закону (19): при этом, увеличиваясь нелинейно, оно может достигать постоянной величины.

Анализируя (19), убеждаемся, что  $x(t)$  с течением времени  $t$  зависит от начальной скорости  $v_{04}$  и ускорения вагона  $a = a_4$ , т. е.  $x(t) = f(v_{04}, a_4, l_4)$ .

Как следует из выражения (18), при  $t = 0$  будем иметь  $x = 0$ , т. е. начальное условие задачи соблюдается.

Уравнения (18) и (19) представляют собой известные из курса элементарной физики формулы скорости и пути при ускоренном и/или замедленном движении тела.

Заметим, что по (19) можно найти время  $t_4$ , в течение которого происходит скатывание вагона, совершающего прямолинейное равноускоренное и/или равнозамедленное движение на данном участке горки длиной  $l_4$ , м [11–13]:

$$t_4 = \frac{\mp v_{04} \pm \sqrt{v_{04}^2 \pm 2a_4 l_4}}{a_4}. \quad (20)$$

Анализируя (20), убеждаемся, что время  $t_4$ , в течение которого происходит скатывание вагона, зависит от начальной скорости  $v_{04}$ , ускорения вагона  $a$  и длины этого участка  $l_4$ , т. е.  $t_4 = f(v_{04}, a_4, l_4)$ .

Тогда, используя (20), по (18) легко найти скорость вагона (отцепа) в конце первого промежуточного участка горки  $v_{e4}(t_4)$ .

Отсюда становится очевидным, что определение скорости вагона по формуле свободно падающего тела, как это выполняли в [1–8], противоречит основным положениям скатывающегося тела по наклонной плоскости [9].

Решая совместно (18) и (19), можно получить зависимость скорости скатывания





вагона от длины промежуточного участка сортировочной горки в виде

$$v_c(t) = \sqrt{v_{04}^2 + 2a_4 l_4}. \quad (21)$$

Обычно (21) используется для построения графической зависимости  $v_{c4}(l_4)$ .

Таким образом, с использованием принципа Даламбера, метода разделения переменных и таблиц простых интегралов, как и в [11–15], выведены конечные аналитические формулы для определения времени  $t_4$  и скорости вагона  $v_c(t_4)$  в конце промежуточного участка горки.

## ВЫВОДЫ

1. Исходя из классических положений теоретической механики, получены простые на вид математические модели скатывания вагона на промежуточном участке сортировочной горки при воздействии силы тяжести вагона с грузом (или без него) и попутного ветра малой величины в сочетании с силами сопротивлений, появляющимися при движении системы «вагон—путь».

2. Установлено, что вагон (или отцеп) на промежуточном участке горки совершает прямолинейное равноускоренное, а при учёте воздействия ветра с боковой стороны вагона — равнозамедленное движение. При этом на данном участке горки ускорение  $a$  зависит от всех сил, воздействующих на систему «вагон—путь» ( $F_{сл,x} = f(G, F_{рв,x})$  и  $F_{ул,x} = f(F_{тр,к}, F_{с}, F_{рв,с})$ , и от массы вагона (отцепа) с грузом (или без груза)  $M$  с учётом массы колёсных пар, т. е.  $a = a_4 = f(M, F_{сл,x}, F_{ул,x})$ .

3. На основе формулы пройденного расстояния (пути) вагона на промежуточном участке сортировочной горки, известной из курса элементарной физики, получена упрощённая формула для определения времени скатывания вагона на этом участке горки. При этом выявлено, что время  $t_4$ , в течение которого происходит скатывание вагона, зависит от начальной скорости  $v_{04}$ , ускорения вагона  $a_4$  и длины этого участка  $l_4$ , т. е.  $t_4 = f(v_{04}, a_4, l_4)$ .

4. На основе формулы для определения времени скатывания вагона на скоростном участке горки найдена скорость скатывания вагона в конце проектируемого участка. При этом установлено, что переносная скорость вагона  $v_c(t)$  с течением времени  $t$  зависит от начальной скорости  $v_{04}$  и ускорения вагона  $a_4$ , т. е.  $v_c(t) = f(v_{04}, a_4, t)$ . Получена формула зависимости скорости скатывания вагона от

длины промежуточного участка сортировочной горки  $v_{c4}(l_4)$ .

Результаты выполненных исследований могут быть использованы при выполнении расчёта времени движения и скорости скатывания вагона на участке второй тормозной позиции сортировочной горки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Образцов В. Н. Станции и узлы. Ч. II. — М.: Трансжелдориздат, 1938. — 492 с.
2. Савченко И. Е., Земблинов С. В., Страковский И. И. Железнодорожные станции и узлы: Учебник. — М.: Транспорт, 2002. — 479 с.
3. Проектирование инфраструктуры железнодорожного транспорта (станции, железнодорожные и транспортные узлы): учебник / Н. В. Правдин, С. П. Вакулenco, А. К. Голович и др.; под ред. Н. В. Правдина и С. П. Вакулenco. — М.: УМЦ по образованию на железнодорожном транспорте, 2012. — 1086 с.
4. Железнодорожные станции и узлы: Учебник / В. И. Апатчев и др.; под ред. В. И. Апатцева и Ю. И. Ефименко. — М.: УМЦ по образованию на железнодорожном транспорте, 2014. — 855 с.
5. Климов А. А. Совершенствование сортировочных устройств, специализированных для порожних вагонов / Автореф. дис... канд. техн. наук. — Новосибирск, 2001. — 24 с.
6. Бессоненко С. А. Теория расчета сортировочных горок для различных климатических зон / Автореф. дис... док. техн. наук. — М., 2010. — 48 с.
7. Москвичёва Е. Е. Совершенствование технологических решений в организации работы контейнерных терминалов / Автореф. дис... канд. техн. наук. — Екатеринбург, 2011. — 22 с.
8. Бурдяк П. С. Разработка методики определения параметров негорочных сортировочных устройств / Автореф. дис... канд. техн. наук. — Новосибирск, 2015. — 20 с.
9. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. Т. II: Динамика. — М.: Наука, 1983. — 640 с.
10. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Некоторые проблемы теоретической предпосылки динамики скатывания вагона по уклону сортировочной горки // Бюллетень транспортной информации. — 2015. — № 3. — С. 29–36.
11. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Математическая модель времени скатывания вагона на первом скоростном участке сортировочной горки при воздействии попутного ветра малой величины // Бюллетень транспортной информации. — 2015. — № 6. — С. 17–23.
12. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Аналитическое определение времени скатывания вагона на втором скоростном участке сортировочной горки при воздействии попутного ветра малой величины // Наука и техника транспорта. — 2015. — № 2. — С. 73–81.
13. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Математические модели скорости скатывания вагона на втором скоростном участке сортировочной горки при воздействии встречного ветра малой величины // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. — 2015. — № 2. — С. 21–35.
14. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Определение времени и скорости скатывания вагона перед первой тормозной позицией сортировочной горки при воздействии попутного ветра малой величины // Транспорт: наука, техника, управление. — 2015. — № 7. — С. 25–30.
15. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Математические модели движения вагона с замедлением на участке первой тормозной позиции сортировочной горки при воздей-

вии попутного ветра малой величины // Вестник транспорта Поволжья. — 2015. — № 3. — С. 16–21.

16. Туранов Х. Т., Ситников С. А., Зырянцев А. А. Математическое моделирование скорости вагона по профилю сортировочной горки при воздействии попутного ветра // Транспорт: наука, техника, управление. — 2012. — № 4. — С. 7–11.

17. Turanov, Khabibulla. The dynamics of the wagon rolling down the hump profile under the impact of fair wind. Direct Research Journals of Engineering and Information Technology (DRJET). Vol. 2(2). pp. 17–24. May 2014. [Электронный ресурс] <http://directresearchpublisher.org/directjet/archive/2014/May/pdf/Turanov.pdf>. Доступ 15.09.2015.

18. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Пример расчёта времени и скорости скатывания вагона на втором скоростном участке сортировочной горки при воздействии попутного ветра малой величины по новой методике // Наука и техника транспорта. — 2015. — № 3. — С. 73–79.

19. Туранов Х. Т., Ситников С. А., Зырянцев А. А. Математическое описание условий скатывания вагона по профилю сортировочной горки // Транспорт: наука, техника, управление. — 2012. — № 6. — С. 7–12.

20. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Уточнённые математические модели скорости скатывания вагона по уклону горки при воздействии силы тяжести и попутного ветра // Транспорт: наука, техника, управление. — 2015. — № 1. — С. 15–21.

21. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Упрощённые математические модели движения вагона по уклону горки при воздействии силы тяжести и попутного ветра // Транспорт: наука, техника, управление. — 2015. — № 3. — С. 20–24.

22. Туранов Х. Т., Гордиенко А. А. Исследование движения вагона на прямом участке горки при воздействии попутного ветра // Транспорт: наука, техника, управление. — 2015. — № 4. — С. 44–49.

23. Шмаль С. Н. Попытка заново рассчитать брахистохрону // Мир транспорта. — 2011. — № 3. — С. 34–38.

24. Кобзев В. А., Шмаль С. Н. Особенности расчёта спускной части сортировочных горок методом по координатного спуска // Наука и техника транспорта. — 2014. — № 1. — С. 17–20.

25. Долженко А. М. Оптимальное управление роспуском поездов на сортировочных горках малой мощности // Вестник транспорта Поволжья. — 2014. — № 1. — С. 62–66.

26. Долженко А. М. Problems of optimization control of trains formation / Наука и образование в жизни современного общества: Сб. науч. трудов по материалам Международ. научно-практич. конф.: в 18 частях. Ч. 4. — Тамбов, 2013. — С. 53–54.

27. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — М.: Наука, 1980. — 976 с.

Координаты авторов: **Туранов Х. Т.** — [khuranov@yandex.ru](mailto:khuranov@yandex.ru), **Гордиенко А. А.** — [gordiii89@yandex.ru](mailto:gordiii89@yandex.ru).  
Статья поступила в редакцию 22.07.2015, актуализирована 15.09.2015, 14.12.2015, принята к публикации 16.12.2015.



## РЕЗЮМЕ РЕДАКЦИИ

**С**ам по себе предлагаемый авторами статьи метод кинестатики (способа решения задач динамики, предполагающий запись динамических уравнений в форме уравнений равновесия) вполне вероятен при моделировании работы сортировочной горки на железнодорожной станции. Однако коллеги из Екатеринбурга пытаются выполнить задачу, беря для этого лишь фрагмент спускной части сортировочной горки, то есть нарушая естественный комплексный характер расчетов движения вагона, учитывающий высоту и профиль горки на всем протяжении и совершаемые по ходу спуска технологические операции. Понятно, что никто из проектировщиков не станет моделировать работу сортировочной горки исключительно «покусочно». Авторы критикуют определение скорости вагона по формуле свободно падающего тела, находят в этом противоречие с основными положениями, характеризующими скатывание тела по наклонной плоскости, однако в предлагаемых ими формулах уско-

рение присутствует, и тогда требуется разъяснить его отличия от общепринятого понимания.

Большого внимания и точности, на наш взгляд, требуют подходы к расчетам кинетических зависимостей сил сопротивления движению от стрелок и кривых, среды и ветра, температуры наружного воздуха, а также веса отцепа. Здесь фигурирующие величины преимущественно носят вероятностный характер, тем не менее методика авторов этот момент недоучитывает.

Сознаем, что мнения могут быть разными. В то же время — это не повод к взаимоисключающим позициям. Ведь для любого специалиста важен не только факт какого-то действия или разовой оценки, но значимы не меньше и конструктивная критика, мысли, идеи, которые он в конце концов рождает. С этой точки зрения спорные или кажущиеся неприемлемыми позиции заслуживают вынесения на суд широкого круга экспертов. И через активное обсуждение публикуемая статья, уверенны, поможет в итоге поиску правильных решений.





## CAR MOVEMENT AT HUMP YARD UNDER TAIL WIND

**Turanov, Khabibulla T.,** Ural State University of Railway Transport (USURT), Yekaterinburg, Russia.  
**Gordienko, Andrey A.,** Ural State University of Railway Transport (USURT), Yekaterinburg, Russia.

### ABSTRACT

Mathematical modeling of the first intermediate section of a hump yard at the impact on the car of tail wind of small value is presented. The applied method is D'Alembert principle in coordinate form with non-ideal bond. Simple in appearance, analytical formulas were obtained for determining time of car move-

ment at a hump yard, according to the value of which speed of its rolling into the end of the settlement area is determined. It was revealed that the time, during which the car rolling at this section of the hump yard depends on inclination angle, initial speed and acceleration of the car, as well as controlled length of movement.

**Keywords:** railway, station, hump yard, car, tail wind, intermediate section, time and speed of car rolling.

**Background.** Well-known formulas, widely used in solving tasks of calculation and design of hump yard [1–8], are contrary to basic provisions of classical mechanics for more than 75 years [9, 10]. For example, in [6] for calculation of travel time of uncoupling on sections of hump yard, the formula is used:

$$t = (v_f - v_0) / (g'10^{-3}(t - w_0)), \quad (1)$$

where  $v_f$  is final speed of uncoupling at the section, m/s;  $v_0$  is initial speed of entrance of uncoupling to rolling section, m/s;  $g' < g$  is share of gravitational acceleration,  $m/s^2$ , since  $M < M_0$  though  $M$  and  $M_0$  is mass of car (uncoupling) without taking into account and taking into account mass of rotating parts, kg.

As can be seen, formula (1) contains speed at the end of hump yard section  $v_f$ , which is found according to the formula of free-fall speed of the body in the vertical (Galileo formula) including acceleration of rotating masses, which is absurd [10]. The final speed of the car  $v_f$  should be a known value, otherwise further solution of the task in this formulation would be as pointless as it is performed in [1–4]. In fact, the speed of uncoupling  $v_f$  should be found, depending on initial speed  $v_0$ , acceleration  $a$ , travel time of the car on the slope of hump yard  $t$ , i. e.  $v_f = f(v_0, a, t)$  [11–15].

The conclusion of the formula (1) taking into account accelerations arising from the effects of wind loads both along and across the car, was proved in [16, 17] on the basis of the theorem of change of momentum of a material point [9] in the form

$$t = (v_f - v_0) / (g'10^{-3}(t - w_0) \pm a - a_0), \quad (2)$$

where  $a$  and  $a_0$  are parameters, which take into account the impact of tail wind both along and across the car,  $m/s^2$ .

In [16, 17] it was emphasized that for solution of the task of finding time of car (uncoupling) rolling from the hump yard formula (1) and (2) are applied only when the final speed of the car  $v_f$  is known.

In this regard, given that all completed studies [1–8] on the dynamics of the hump yard until now are incorrect, construction of mathematical models of time and speed when rolling the car at the intermediate section of the hump yard under the influence of small value tail wind remains an urgent problem of transport science.

This article continues a series of articles [13–26] on development of a new scientific field relating to dynamics of the car rolling on the hump yard. Because the research is based on the principle of D'Alembert in coordinate form [9], the present paper will present approaches and formulas set out in [11–15].

**Objective.** The objective of the authors is to study car movement at hump yard under the influence of tail wind.

**Methods.** The authors use general scientific and engineering methods, comparative analysis, mathematical calculations, graph construction.

### Results.

#### Terms of the task and adopted background

In addition to the objective to develop a mathematical model of the intermediate section of the hump yard when exposed to tail wind of small value, in

this case we have an objective to obtain analytical formulas of time and speed of car rolling to calculate the intermediate section of the hump yard at its given geometrical parameters (slope and length). It will allow to perform design calculations of sections of the hump yard profile, which will provide the motion of the car to the calculated point at the desired speed (about 5 km/h).

Let's consider similar to [11–15] general case, when the car from the hump yard rolls progressively at predetermined initial speed  $v_0 = v_{04}$  after the release from sections of the first hump braking position. When rolling the single car it will suffer the impact of external forces, primarily in the form of gravity force of the car with or without cargo –  $G$  and aerodynamic drag force of tail wind of small value –  $F_{rw}$  (where  $(F_{rnx}, F_{rny}) \in F_{rw}$ ). In this case forces of impact on train of aerodynamic drag at low wind speeds (for example, tail wind of 2–4 m/s) are considered to be dependent on the area of windward surface of the car  $A_{ww}$  linearly, i. e.  $F_{rw} = f(A_{ww})$ .

Let the car performs rectilinear uniformly decelerated motion with transport speed  $v_c = v$  from the hump yard with respect to moving coordinate system  $Ox_1yz$ , coupled with the car (Pic. 1) [5–7].

Designations in Pic. 1 are the following:  $O$  is beginning of the moving coordinate system  $Ox_1yz$ , rigidly connected with the car;  $Ox_1$  is horizontal axis;  $\psi_{03}$  is gradient angle of the section 1TP of the hump yard;  $H, V$  and  $W$  are horizontal, vertical and frontal planes;  $\bar{v}_{rw}$  is relative wind speed with respect to the moving reference frame  $Ox_1yz$  (car);  $\lambda$  is directional angle of relative wind speed vector with respect to the longitudinal axis of the car;  $\bar{v}_{a,w}$  is absolute wind speed, which is determined according to the theorem about the addition of speeds in the complex movement  $\bar{v}_{a,w} = \bar{v}_c + \bar{v}_r = \bar{v} + \bar{v}_r$ , where  $\bar{v}_c = \bar{v}$  is

transport speed (car speed),  $\bar{v}_r$  is relative speed of the air;  $\xi$  is directional angle of the vector of absolute wind speed relative to the axis  $Ox_1$ , bearing in mind that usually =  $15^\circ$ – $30^\circ$ , and in head wind, given the smallness of the angle of the slope of the section 1TP of the hump yard  $\psi_{04}$  ( $\psi_{04} = 0,859$  deg.), is taken  $\xi = 0$ .

Similar to [18] we have in mind that designing hump yard its kinematic parameters such as length projection on the horizontal  $l_{h4}$ , and angle of slope (descent)  $\psi_{04}$ , are found using the method of selection according to the adopted recommendations [1–4]. For example,  $l_{h4} \approx 41,27$  m,  $tg\psi_{04} = (0,007 \div 0,859)$  rad. (or  $\psi_{04} = (0,401 \div 0,859)$  deg.). According to values of  $l_{h4}$  and  $tg\psi_{04}$  we determine the height of the hump yard  $h_4$ . Further, using the values of  $l_{h4}$  and  $h_4$  we calculate the length of the slope of the hump yard  $l_4$ , m:

$$h_4 = l_{h4} tg(\psi_{04}), l_4 = \sqrt{h_4^2 + l_{h4}^2} \quad \text{or} \quad l_4 = \frac{l_{h4}}{\cos(\psi_{04})} \quad (3)$$

If initial data are such that  $l_{h4} = 41,27$  m,  $tg\psi_{04} =$

0,011 rad., then  $h_p = 0,454$  m,  $l_d = 41,272$  m.

**Formation of the calculation model of car rolling**

A simplified model of the effect of forces on the system of «car-track» at an intermediate section of the hump yard under tail wind, taking into account the rolling friction of car wheels with sliding, as in [11–15], is shown in Pic. 2.

In Pic. 2 it is indicated:  $2L$  and  $2H$  are length and height of cargo;  $\psi_{04}$  is the inclination angle of the first intermediate section;  $\bar{v}_0 = \bar{v}_{c,x}$  is speed of car entrance to the section;  $\bar{v}_{rw,x}$  is relative wind speed of small value (usually in the range of 2,5–3,5 m/s);  $\bar{v} = \bar{v}_c$  is transport speed (the speed of the car);  $G$  and  $G_x, G_z$  is the force of gravity of the car with the cargo and its projection on the axis  $Ox$  and  $Oz$ ;  $F_{rwx}$  is force of aerodynamic resistance, regarded as a «driving» force of tail wind;  $F_c$  are forces of resistance of all kinds (environment, switches, curves, snow and frost).

All other designations in Pic. 2 are the same as in [11]. For example:

$$M_{frBA} (M_{frBA} \in \{M_{frBA1}, M_{frBA2}, M_{frBA'1}, M_{frBA'2}\})$$

$$M_{frBB} (M_{frBB} \in \{M_{frBB1}, M_{frBB2}, M_{frBB'1}, M_{frBB'2}\})$$

are internal forces in the form of points of rolling friction in bearings of axle boxes of front  $A$  and rear  $B$  bogies of car, with  $M_{frB} = M_{frBA} + M_{frBB}$ ;  $P_{A1}, P_{A2}, P_{B1}, P_{B2}$  are instantaneous centers of velocity. These moments of rolling friction in bearings are used to determine the given coefficient of rolling friction with slip in the wheel sets  $f_0$ .

Let calculation model of the motion of the car at the intermediate section of the hump yard, according to the principle of replacing constraints by their reactions of theoretical mechanics [9], has a form shown in Pic. 3.

All symbols in Pic. 3 are the same as in Pic. 2, except for normal  $N$  and tangential  $F_{rx}$  reaction components (rails). Moreover  $N = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$  and  $F_{rx} = F_{rx1} + F_{rx2} + F_{rx3} + F_{rx4}$  are presented as parallel forces.

There  $F_{rx}$  takes into account the rolling friction of wheels of the rolling surface of rails  $F_r = F_{rr}$  and sliding friction of wheel flange on side surfaces of rails  $F_{sfr}$  due to the impact of wind on the lateral side of the car  $F_{lfr}$  and transverse portable inertial force  $I_{ey}$  (not shown in Pic. 2), i. e.  $F_{rx} = F_{rr} + F_{sfr}$ .

Power relations in the section of the hump yard

At the intermediate section of the hump yard similar to [11–16] power relations are found in the following sequence.

1. Aerodynamic drag forces acting on the car up and down (in the case of accounting of the force, bearing in mind that in [1–4], such a force is not taken into account) are determined, kN [11–13]:

$$F_{rwx} = 0,5A_e; F_{rwl} = 0,5A_l, \quad (4)$$

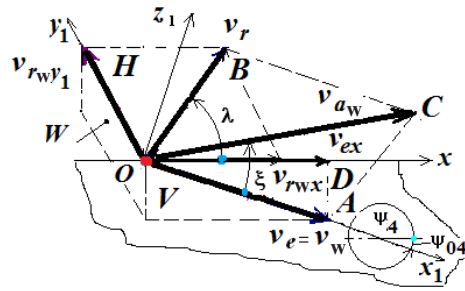
where 0,5 is specific pressure per 1 m<sup>2</sup> of the square, kN/m<sup>2</sup>;  $A_e$  is area of end surface of the car with cargo, m<sup>2</sup>;  $A_e = 2B \times 2H$  with account that here  $2B$  and  $2H$  are width and height of windward surfaces of car with cargo, m;  $A_l$  is area of lateral surface of car with cargo, m<sup>2</sup>;  $A_l = 2L \times 2H$  with account that here  $2L$  is length of lateral windward surfaces of car with cargo, m.

2. Taking into account the concept of «shear» and «restraint» forces, all the forces acting on the car are calculated, kN:

– «Shear» forces  $F_{sh,x}$  (i. e. projections of gravity of the car with the cargo (or uncoupling) to the direction of car rolling) [11, 12]:

$$F_{sh,x} = G \sin(\psi_{04}) + F_{rwx} \cos(\psi_{04}); \quad (5)$$

– «restraint» forces  $F_{res,x}$  (i. e. motion resistance force of the car in the form of rolling friction and sliding friction (only by taking into account the wind from the lateral side of the car) wheels, resistance force of any kind) [12]:



**Pic. 1. Vector diagram of the speed of the car and tail wind at an intermediate section of the hump yard.**

$$F_{res,x} = F_{rr} + F_c + F_{sfr}, \quad (6)$$

where  $F_{rr}$  is rolling friction force (according to [2–12] it is the main resistance);  $F_c$  are resistance forces of any kind in a form [11]:

$$F_c = F_{en} + F_{sw} + F_{s.f.} + F_{cur}, \quad (7)$$

given the fact that in it  $F_{sw}, F_{s.f.}$  and  $F_{cur}$  are motion resistance forces of the car from environment and switches (as additional resistance), snow and frost (as episodic resistance) as well as curves (as additional resistance) [1–4];  $F_{sfr}$  is sliding friction force by taking into account the impact of transverse transport forces of inertia and wind from the lateral side of the car.

Rewrite (6) with account of (7) in the form of [11]:

$$F_{res,x} = F_{rr} + F_{en} + F_{sw} + F_{s.f.} + F_{cur} + F_{sfr}. \quad (8)$$

In (8) each term is given by:

$$F_{rr} = f_0 (G \cos(\psi_{04}) + F_{rwx} \sin(\psi_{04})); \quad (9)$$

$$F_{en} = k_{en}G; F_{sw} = k_{sw}G; F_{s.f.} = k_{s.f.}G; F_{cur} = k_{cur}G; \quad (10)$$

$$F_{sfr} = f_{r0} (I_{ey} + F_{rwl} \cos(\psi_{04})); \quad (11)$$

where  $f_0$  is some conventional sliding friction coefficient, which takes into account the number of wheels in bogies, rolling friction (for bearing rings and the wheels on the rail) (as calculated data usually about 0,0001) [16, 17];  $k_{en}$  is coefficient taking into account the share of gravity force  $G$  by taking into account resistance of environment (usually taken within 0,0001–0,0005 at speed of tail wind from 2 to 4 m/s) [1];  $k_{sw}, k_{s.f.}$  and  $k_{cur}$  are coefficients showing the proportion of the forces of gravity  $G$  by taking into account the resistance movement of the car from the blows on switches, from snow, frost and curves [1–4];  $f_{r0}$  is coefficient of sliding friction of wheel flange to the lateral side surface of rails (typically –  $f_{r0} = 0,25$ ) [11];  $I_{ey}$  is transverse transport force of inertia, defined as  $I_{ey} = k_{dy}G$  given the fact that in it  $k_{dy}$  is coefficient of lateral dynamics of the car (usually 0,03) [12];  $F_{rwl}$  is force of aerodynamic resistance when exposed to the wind from the lateral side of the car, kN.

In (11) coefficients  $k_{sw}, k_{s.f.}$  and  $k_{cur}$  are usually taken approximately. For example,  $k_{sw} = 0,0025$  (while allowing for the possibility of adopting another variable);  $k_{s.f.} = 0,0001–0,0004$ ;  $k_{cur} = 0,0031$  [1].

Substituting (9) – (11) in (8) force  $F_{res,x}$  can be represented [12] in the form:

$$F_{res,x} = f_0 (G \cos(\psi_{04}) + F_{rwx} \sin(\psi_{04})) + (k_{en} + k_{sw} + k_{s.f.} + k_{cur})G + f_{r0} (I_{ey} + F_{rwl} \cos(\psi_{04})). \quad (12)$$

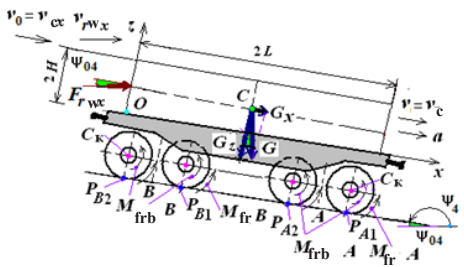
We emphasize that the movement of the car at the considered section of the hump yard is possible only under the conditions [19]:

$$F_{sh,x} > F_{res,x}, \quad (13)$$

$$F_{sh,x} < F_{res,x}. \quad (13a)$$

If a condition (13a) is met, which may be at the registration of transverse transport force of inertia





**Pic. 2. A simplified model of the effect of forces on the system of «car – track» at the intermediate section of the hump yard with switching area under tail wind.**

$l_{ey}$  and wind from lateral side of the car  $F_{rwx}$  car movement according to the law of inertia will occur with a predetermined initial speed [9, 13].

**Features of the definition of «restraint» force**

As in [11], we shall bear in mind that rolling friction force  $F_{fr}$  (main resistance), resistance force of the car on the environment  $F_{en}$  and sliding friction force by taking into account the wind from the lateral side of the car  $F_{rlx}$  affect the system «car-load» throughout the first intermediate section over time  $t$ , and the resistance force of the car from switches and curves (additional resistance), snow and frost (occasional resistance) – with a delay in time to the value  $t_p$ , i. e.  $t > t_p$ .

**Method of mathematical model construction**

Though repeatedly [11–15], but at the same time we can write the fundamental law of the dynamics with non-ideal bonds (or the principle of D’Alembert) in coordinate form [9]:

$$M \frac{dv_{ax}}{dt} = \sum_{k=1}^n F_{kx} + \sum_{k=1}^n R_{kx},$$

where  $M$  is mass of the car with load (or without load), taking into account the mass of rotating parts (wheel sets), kg;  $F_x = F_{sh} = \text{const.}$  are projections of all active («shear») forces in the car rolling direction (the axis  $Ox$ ), N;  $R_x = F_{res} = \text{const.}$  are projections of reactive («restraint») forces on the axis  $Ox$ , N.

Substituting (5) and (12) in the principle of D’Alembert, we have:

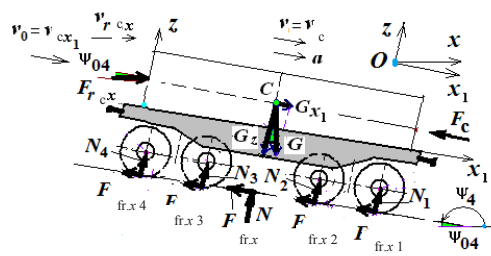
$$M \frac{dv}{dt} = F_{sh,x} - F_{res,x}, \tag{14}$$

where  $F_{sh,x}$  and  $F_{res,x}$  are «shear» and «restraint» forces, acting on the system «car-load», at the intermediate section of the hump yard, N.

Let’s rewrite (14) in the form of differential equations of car motion at the considered section of the hump yard:

$$M \frac{dv}{dt} = F_0, \tag{15}$$

where  $F_0 = (F_{sh,x} - F_{res,x}) > 0$  or  $F_0 = (F_{sh,x} - F_{res,x}) < 0$  is motion resistance force of the car taking into account the conditions (13) and (13a), N.



**Pic. 3. Simplified calculation model of car motion on the profile of the hump yard under tail wind.**

The initial conditions of Cauchy problem – at  $t = 0$ :  $v(0) = v_0$  (where  $v_0 = v_{04}$  – speed of the car entrance to the intermediate section of the hump yard).

Separating variables in (14) and taking the integrals from both sides of this equation, we have [27]:

$$\int_{v_0}^v dv = \frac{F_0}{M} \int_0^t dt.$$

After integration we obtain the well-known speed formula from elementary physics during accelerated and / or decelerated motion [12, 13]:

$$v = v_0 \pm at, \tag{16}$$

where  $a$  is acceleration at which rectilinear uniformly accelerated and / or decelerated movement of the car occurs,  $m/s^2$  [11–13]:

$$a = \frac{F_0}{M}. \tag{17}$$

Expressions (15) and (17) represent the same mathematical representation of Newton’s second law at absolute motion when: with impact of external force  $F_0$  of constant value on the body of the mass  $M$  it performs rectilinear uniformly accelerated and / or decelerated motion with acceleration  $a$ .

From (12) it becomes clear that acceleration  $a$  on (17) should be determined in accordance with the time of passage of the car separately to the first switch over time  $t_1$ , from the first switch to the second – over time  $t_2$ , and from the second switch, taking into account the curve  $t_3$  to the end of the first intermediate section of the hump yard.

Analyzing (17), we note that the car (or uncoupling) at the intermediate section of the hump yard performs rectilinear uniformly accelerated and / or decelerated movement. At the same time at this section acceleration  $a$  depends on all the forces acting on the system «car-track» ( $F_{sh,x} = f(G, F_{rwx})$ ) and  $F_{res,x} = f(F_{fr}, F_{c1}, F_{rw}, v)$  and on the weight of the car (uncoupling) with load (or without load)  $M$  taking into account the weight of wheel sets, i. e.  $a = f(M, F_{sh,x}, F_{res,x})$ .

**Models of time and speed of car rolling**

Rewriting (16) we find transport speed of car  $v_e(t)$  at an intermediate section of the hump yard,  $m / s$  [11–13]:

$$v_e(t) = v_0 \pm at. \tag{18}$$

It is clear that the speed of the car  $v_e(t)$  at an intermediate section of the hump yard over time  $t$  is described by linear-increasing and / or a linear-decreasing law (18): a car at the considered section quickly gains and / or reduces its speed.

As seen, transport speed of the car  $v_e(t)$  over time  $t$  depends on the initial speed  $v_0$  and acceleration of the car  $a$ , i. e.  $v_e(t) = f(\psi_{04}, v_{04}, a, t)$ .

Furthermore, given that  $v_e(t) = \frac{dx}{dt}$ , we rewrite

(18) in the form of differential equation of motion of the car when its accelerated motion:

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \pm at.$$

Initial conditions of Cauchy problem at  $t = 0$ :  $x(0) = 0$ .

Multiplying both sides of this equation by  $dt$  and integrating the resulting equation in the range of  $0$  to  $t$ , omitting intermediate elementary calculations, we finally get covered distance (path) of the car over time  $t$  at the considered section of the hump yard,  $m$  [11–13]:

$$x(t) = v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2, \tag{19}$$

Distance covered by the car  $x(t)$  over time  $t$  is described according to quadratic law (19): thus,



increasing non-linearly, it may reach a constant value.

Analyzing (19), we see that  $x(t)$  over time  $t$  depends on the initial speed  $v_{04}$  and acceleration of the car  $a$ , i. e.  $x(t) = f(v_{04}, v_{04}, a, l_d)$ .

As follows from the equation (18), at  $t = 0$  we have  $x = 0$ , i. e. initial condition of the problem is observed.

Equations (18) and (19) are known from elementary physics formulas of speed and path with accelerated and/or decelerated motion of the body.

Note that, by (19) we can find the time  $t_{sp}$  during which rolling of the car occurs, which performs rectilinear uniformly accelerated and/or decelerated movement at the section of the hump yard with a length of  $l_d$  m [11–13]:

$$t_4 = \frac{\mp v_{04} \pm \sqrt{v_{04}^2 \pm 2a_4 l_d}}{a_4} \quad (20)$$

Analyzing (20), we see that the time  $t_{sp}$  during which the rolling of car occurs, depends on initial speed  $v_{04}$ , acceleration of the car  $a$  and length of this section  $l_d$ , i. e.  $t_{sp} = f(v_{04}, a, l_d)$ .

Then using (20) through (18) we can easily find speed of car (uncoupling) at the end of the first intermediate section of the hump yard  $v_d(t_d)$ .

Hence it is evident that the determination of the speed of the car by the formula of freely falling body, as it is performed in [1–8], is contrary to basic provisions of the body, which rolls down an inclined plane [9].

Solving (18) and (19) we can obtain the dependence of the speed of the car rolling on the length of the intermediate section of the hump yard in the form

$$v_e(t) = \sqrt{v_{04}^2 \pm 2a_4 l_d} \quad (21)$$

Usually (21) is used to build graphical dependence  $v_e(l_d)$ .

Thus, using the D'Alembert principle, the method of separation of variables and tables of simple integrals as in [11–15], were derived final analytical formulas for determining the time  $t_d$  and the speed of the car  $v_d(t_d)$  at the end of the intermediate section of the hump yard.

### Conclusions.

1. On the basis of classical provisions of theoretical mechanics, were obtained simple in the form mathematical models of car rolling at the intermediate section of the hump yard under the influence of gravity force of car with load (or without load) and tail wind of small value in combination with resistance forces that appear during the motion of the system «car-track».

2. It was found that the car (or uncoupling) at an intermediate section of the hump yard performs rectilinear uniformly accelerated, and by taking into account the effects of wind on the lateral side of the car – uniformly decelerated movement. At the same time at this section of the hump yard acceleration  $a$  depends on all forces acting on the system of «car-track» ( $F_{sh,x} = f(G, F_w)$ ) and  $F_{res,x} = f(F_{rf}, F_c, F_{tw})$ , and on the weight of the car (uncoupling) with load (or without load)  $M$  taking into account the weight of wheel sets, i. e.  $a = a_4 = f(M, F_{sh,x}, F_{res,x})$ .

3. On the basis of the formula of covered distance (path) of the car at an intermediate section of the hump yard known from elementary physics course, a simplified formula for determining time of car rolling at this section of the hump yard. It was revealed that time  $t_{sp}$  during which car rolling occurs depends on initial speed  $v_{04}$ , acceleration of the car  $a_4$  and length of this section  $l_d$ , i. e.  $t_{sp} = f(v_{04}, a_4, l_d)$ .

4. On the basis of the formula for determining time of car rolling at a speed section of the hump yard was found speed of car rolling at the end of the projected section. It was found that transport speed of the car  $v_d(t)$  over time  $t$  depends on initial speed  $v_{04}$  and acceleration of the car  $a_4$ , i. e.  $v_d(t) = f(v_{04}, a_4, t)$ . A formula of dependence of car rolling speed on

the length of the intermediate section of the hump yard  $v_{e4}(l_d)$ .

The results of the research can be useful in the calculation of time and speed of the car rolling at the section of the second braking position of the hump yard.

### REFERENCES

1. Obraztsov, V. N. Stations and nodes. Part II [Stancii i uzly. Ch. II]. Moscow, Transzheldorizdat, 1938, 492 p.
2. Savchenko, I. E., Zemlinov, S. V., Strakovsky, I. I. Railway stations and nodes: Textbook [Zheleznodorozhnye stancii i uzly: Uchebnik]. Moscow, Transport publ., 2002, 479 p.
3. Pravdin, N. V., Vakulenko, S. P., Golovich A. K. et al. Design of railway infrastructure (stations, railway and transport nodes): textbook [Proektirovanie infrastruktury zheleznodorozhnogo transporta (stancii, zheleznodorozhnye i transportnye uzly): uchebnik]. Ed. by N. V. Pravdin and S. P. Vakulenko. Moscow, TMC on education on railway transport, 2012, 1086 p.
4. Apattsev, V. I. et al. Railway stations and nodes: textbook [Zheleznodorozhnye stancii i uzly: Uchebnik]. Ed. by V. I. Apattsev and Yu. I. Efimenko. Moscow, TMC on education on railway transport, 2014, 855 p.
5. Klimov, A. A. Improving sorting devices, specialized for empty cars [Sovershenstvovanie sortirovochnykh ustroystv, specializirovannykh dlja porozhnykh vagonov]. Abstract of Ph.D. (Eng.) thesis. Novosibirsk, 2001, 24 p.
6. Bessonenko, S. A. The calculation theory of marshalling yards for different climate zones [Teoriya rascheta sortirovochnykh gorok dlja razlichnykh klimaticheskikh zon]. Abstract of D.Sc. (Eng.) thesis. Moscow, 2010, 48 p.
7. Moskvichyova, E. E. Improvement of technological solutions in organization of container terminals [Sovershenstvovanie tehnologicheskikh reshenij v organizacii raboty kontejnernykh terminalov]. Abstract of Ph.D. (Eng.) thesis. Yekaterinburg, 2011, 22 p.
8. Burdyak, P. S. Development of the method to determine parameters of non-hump sorters [Razrabotka metodiki opredelenija parametrov negorochnykh sortirovochnykh ustroystv]. Abstract of Ph.D. (Eng.) thesis. Novosibirsk, 2015, 20 p.
9. Loitsiansky, L. G., Lurie, A. I. The course of theoretical mechanics. V. II: Dynamics [Kurs teoreticheskoj mehaniki. T. II: Dinamika]. Moscow, Nauka publ., 1983, 640 p.
10. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Some problems of theoretical background of the dynamics of the car rolling down the hump yard slope [Nekotorye problemy teoreticheskoj predposylki dinamiki skatyvaniya vagona po uklonu sortirovochnoj gorki]. Bjulleten' transportnoj informacii, 2015, Iss. 3, pp. 29–36.
11. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Mathematical model of time of car rolling at the first speed section of hump yard when exposed to tail wind of small value [Matematicheskaja model' vremeni skatyvaniya vagona na pervom skorostnom uchastke sortirovochnoj gorki pri vozdejstvii poputnogo vetra maloj velichiny]. Bjulleten' transportnoj informacii, 2015, Iss. 6, pp. 17–23.
12. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Analytical determination of time of car rolling at the second speed section of the hump yard when exposed to tail wind of small value [Analiticheskoe opredelenie vremeni skatyvaniya vagona na vtorom skorostnom uchastke sortirovochnoj gorki pri vozdejstvii poputnogo vetra maloj velichiny]. Nauka i tehnika transporta, 2015, Iss. 2, pp. 73–81.
13. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Mathematical models of car rolling speed at the second speed section of the hump yard when exposed to head wind of small value [Matematicheskie modeli skorosti skatyvaniya vagona na vtorom skorostnom uchastke sortirovochnoj gorki pri vozdejstvii vstrechnogo vetra maloj velichiny]. Vestnik Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshhenija, 2015, Iss. 2, pp. 21–35.
14. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Determination of time and speed of car rolling before the first braking position of the hump yard when exposed to tail wind of small value [Opredelenie vremeni i skorosti skatyvaniya vagona pered pervoj tormoznoj poziciej sortirovochnoj gorki pri vozdejstvii poputnogo





vetra maloj velichiny]. *Transport: nauka, tehnika, upravlenie*, 2015, Iss. 7, pp. 25–30.

15. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Mathematical models of car movement with slowdown at the section of the first braking position of the hump yard when exposed to tail wind of small value [Matematicheskie modeli dvizheniya vagona s zamedleniem na uchastke pervoy tormoznoy pozicii sortirovochnoy gorki pri vozdeystvii poputnogo vetra maloj velichiny]. *Vestnik transporta Povolzh'ya*, 2015, Iss. 3, pp. 16–21.

16. Turanov, K. T., Sitnikov, S. A., Zyriantsev, A. A. Mathematical simulation of the speed of a rail car along the profile of a hump yard under the impact of tail wind [Matematicheskoye modelirovanie skorosti vagona po profile sortirovochnoy gorki pri vozdeystvii poputnogo vetra]. *Transport, nauka, upravlenie*, 2012, Iss. 4, pp. 7–11.

17. Turanov, Khabibulla. The dynamics of the wagon rolling down the hump profile under the impact of fair wind. *Direct Research Journals of Engineering and Information Technology (DRJEIT)*, Vol. 2(2), pp. 17–24. May 2014. ISSN 2354–4155. [Electronic data] <http://directresearchpublisher.org/drjet/archive/2014/May/pdf/Turanov.pdf>. Last accessed 15.09.2015.

18. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Example of calculation of time and speed of car rolling at the second speed section of the hump yard when exposed to tail wind of small value according to new method [Primer raschjota vremeni i skorosti skatyvaniya vagona na vtorom skorostnom uchastke sortirovochnoy gorki pri vozdeystvii poputnogo vetra maloj velichiny po novoy metodike]. *Nauka i tehnika transporta*, 2015, Iss. 3, pp. 73–79.

19. Turanov, K. T., Sitnikov, S. A., Zyriantsev, A. A. Mathematical description of conditions of car rolling over the profile of the hump yard [Matematicheskoe opisaniye uslovij skatyvaniya vagona po profilu sortirovochnoy gorki]. *Transport: nauka, tehnika, upravlenie*, 2012, Iss. 6, pp. 7–12.

20. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. The study of car motion at a straight section of the hump yard under the

influence of tail wind [Issledovanie dvizheniya vagona na prjamom uchastke gorki pri vozdeystvii poputnogo vetra]. *Transport: nauka, tehnika, upravlenie*, 2015, Iss. 4, pp. 44–49.

21. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Simplified mathematical models of a rail car's movement along hump's gradient under the impact of gravity force and tail wind [Uproschennyye matematicheskie modeli dvizheniya vagona po uklonu gorki pri vozdeystvii sily tiazhesti i poputnogo vetra]. *Transport: nauka, tehnika, upravlenie*, 2015, Iss. 3, pp. 20–24.

22. Turanov, K. T., Gordienko, A. A. Study on a rail car's motion at a straight section of a hump under the impact of tail wind [Issledovanie dvizheniya vagona na prjamom uchastke gorki pri vozdeystvii poputnogo vetra]. *Transport: nauka, tehnika, upravlenie*, 2015, Iss. 4, pp. 44–49.

23. Shmal, S. N. An Attempt to Recalculate the Brachistochrone. *World of Transport and Transportation*, Vol. 9, 2011, Iss.3, pp. 34–38.

24. Kobzev, V. A., Shmal, S. N. Features of calculation of gradient part of hump's yards with the method of coordinate chute [Osobennosti rascheta spusknoy chasti sortirovochnykh gorok metodom pookordinatnogo spuska]. *Nauka i tehnika transporta*, 2014, Iss. 1, pp. 17–20.

25. Dolzhenko, A. M. Optimal control of train dissolution on hump yards of low power [Optimal'noye upravlenie rospuskom poezdov na sortirovochnykh gorkah maloy moshhnosti]. *Vestnik transporta Povolzh'ya*, 2014, Iss. № 1, pp. 62–66.

26. Dolzhenko, A. M. Problems of optimization control of trains formation. In coll. Science and education in the life of modern society. Coll. of scientific papers of International scientific and practical conference. In 18 parts. Part 4. Tambov, 2013, pp. 53–54.

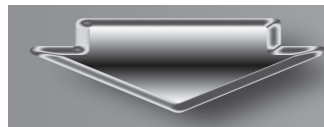
27. Bronshtein, I. N., Semendyaev, K. A. Handbook of mathematics for engineers and students of technical colleges [Spravochnik po matematike dlja inzhenerov i uchashchihsya vuzov]. Moscow, Nauka publ., 1980, 976 p. ●

Information about the authors:

**Turanov, Khabibulla T.** – D.Sc. (Eng.), professor of Ural State University of Railway Transport (USURT), Yekaterinburg, Russia, [khturanov@yandex.ru](mailto:khturanov@yandex.ru).

**Gordienko, Andrey A.** – assistant at the department of Stations, nodes and cargo work of USURT, Yekaterinburg, Russia, [gordiii89@yandex.ru](mailto:gordiii89@yandex.ru).

Article received 22.07.2015, revised 15.09.2015, 14.12.2015 accepted 16.12.2015.



## EDITORIAL RESUME

The method of kinetostatics suggested by the authors of the article (as a technique to solve dynamics problems assuming notation of dynamic equations in the form of equilibrium (balance) equations) considered per se is probably suitable to simulate the work of a hump yard within a railway station. But colleagues from Ekaterinburg try to solve the problem by facing only a fragment of a chute part of a hump yard, violating thus naturally complex character of calculation of a rail car's movement, that takes into account height and profile of a hump yard all along its length as well as operations executed during the chute. It goes without saying that nobody will design hump yard's operations exclusively sectionally either piecewise.

The authors criticize determining of a car's speed by formulae of a gravity operated body, find there a contradiction with main laws, characteristic of a body's gliding by an inclined plain, but an

acceleration is well present in their formulas, and then it is advisable to explain its distinctive features as compared to commonly accepted approach.

In our opinion calculations of kinetic dependences of motion resistance forces should be more focused on switches and curves, environment and wind, ambient temperature, weight of a train's segment. Determined values here are rather probabilistic, but the authors' method mostly does not take those factors into account.

It is accepted that opinions can differ, but this cannot lead to mutually exclusive, alternative positions. Every expert is guided not only by the fact of a single assessment but by critics, thoughts, ideas born by that fact. From that point of view positions that can be seen as disputable or unacceptable merit to be subject to wide discussion of experts. And discussion of the article will certainly help to find correct solutions. ●

# T

## ТЕПЛОВОЗЫ 50

Ограничивая одно – выигрываешь в другом.

## ЭНЕРГОРЕСУРС 62

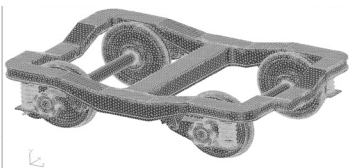
Перспективы инновационных решений.

## ПУТЕВОЙ ИНСТРУМЕНТ 78

Шпалоподбойка с бензиновым двигателем.

## МЕТРО 88, 110

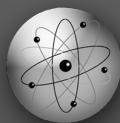
- Тяговому току не хватает гармонии.
- Вагон и немоторная тележка.



## РЕЛЬСОВЫЕ ЦЕПИ 102

У приёмников тональной частоты – «помеховмешательство».

### НАУКА И ТЕХНИКА • SCIENCE AND ENGINEERING

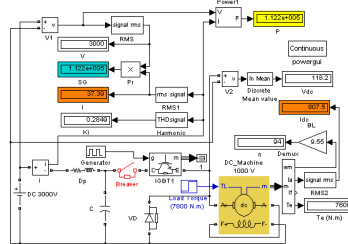


## ДИЗЕЛ ЛОКОМОТИВЫ 50

By limiting something, you will gain somewhere else.

## POWER RESOURCES 62

Outlook for innovation.



## TRACK TOOLS 78

Packer with petrol engine.

## METRO 88, 110

- Traction current is in need for harmony
- A coach and motor-less bogie.

## RAIL CIRCUITS 102

Receivers of tone frequency have interference effect.