

Комплексная математическая модель манипуляционной системы мобильной транспортно-технологической машины



Игорь ЛАГЕРЕВ

Igor A. LAGEREV

Complex Mathematical Model of the Manipulation System of a Mobile Transport-Technological Machine

(текст статьи на англ. яз. – English text of the article – p. 35)

Манипуляционные системы применяются в качестве исполнительных механизмов мобильных транспортно-технологических машин. В статье предложены подходы к моделированию динамических процессов при эксплуатации таких систем. Эти подходы базируются на разработанной автором комплексной математической модели, учитывающей взаимодействие между элементами пятикомпонентной системы «Рабочий орган – Манипуляционная система – Базовая машина – Опорное основание – Окружающая среда». Методом статистических испытаний или имитационного моделирования определяются сочетания значений факторов нагруженности в пределах каждого цикла работы системы. Затем для каждого сочетания факторов строится кусочная реализация процесса изменения динамических усилий или механических напряжений в интересующих элементах несущей металлоконструкции. По кусочным реализациям оценивается нагруженность манипуляционной системы в течение всего срока эксплуатации.

Ключевые слова: манипуляционная система, транспортно-технологическая машина, опорная поверхность, математическая модель, динамика, нагруженность.

Лажерев Игорь Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информатика и прикладная механика» Брянского государственного университета имени акад. И. Г. Петровского, Брянск, Россия.

Манипуляционные системы (далее – МС) устанавливаются на мобильные транспортно-технологические машины (далее – МТТМ), используемые в различных отраслях. Они также могут применяться в качестве исполнительных механизмов для установки рабочих органов специальных машин. Наибольшее распространение получили гидравлические манипуляторы (краны-манипуляторы) общего назначения, преимущественно для выполнения погрузочно-разгрузочных работ в условиях ограниченного пространства [1].

Существующие методики моделирования эксплуатационной нагруженности МС, как правило, рассматривают их как изолированный объект, установленный на неподвижном основании [1–5]. Звенья манипуляционной системы могут моделироваться без учета [1–3] или с учетом [4, 5] упругой податливости. Но в реальных условиях эксплуатации МТТМ не гарантируется выполнение данного допущения. В частности, в работе [6] рассмотрена модель движения МТТМ с грузом при нерабочем состоянии крана-манипулятора, содержащая элементы базового шасси и манипуляционной системы. Однако для

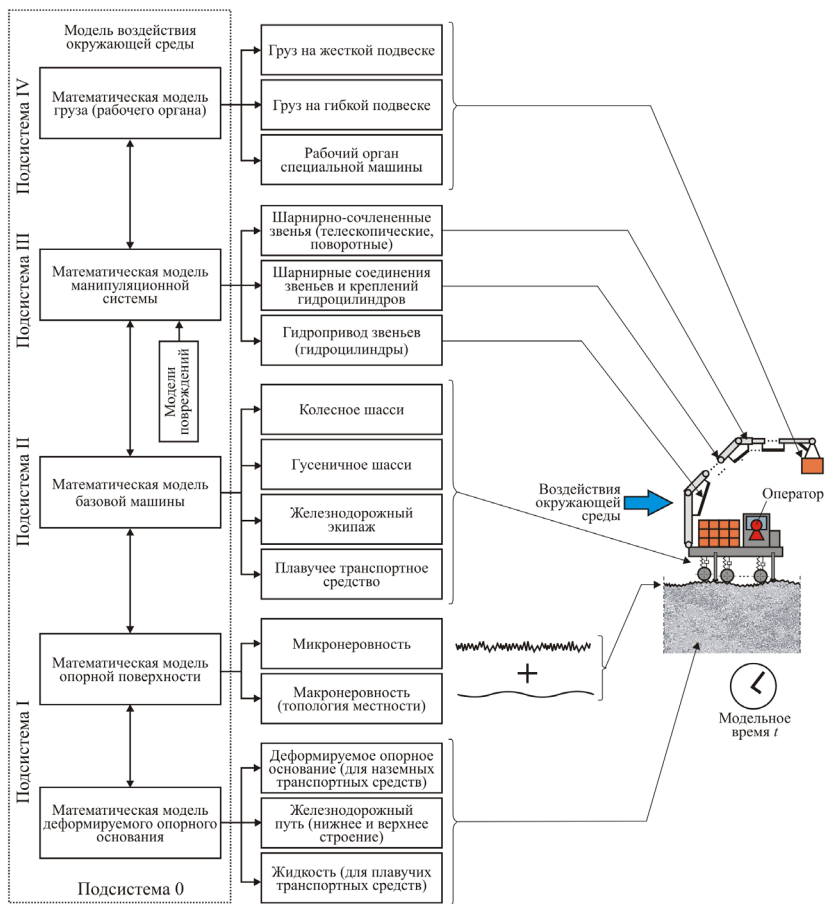


Рис. 1. Структура комплексной математической модели.

ряда МТТМ работа МС может сопровождаться передвижением базовой машины (лесная техника, экскаваторы). Кроме того, даже под установленным на аутригерах шасси при работе МС возможна деформация опорной поверхности (уплотнение грунта) [7]. В связи с этим требуется дальнейшее совершенствование математических моделей, чтобы лучше учитывать взаимное влияние МС, базового шасси МТТМ и деформируемого опорного основания.

Предлагаемая для подобных целей комплексная математическая модель состоит из совокупности подмоделей, учитывающих динамику каждого из компонентов системы «Рабочий орган – Манипуляционная система – Базовая машина – Опорное основание – Окружающая среда» (рис. 1).

Подсистема 0 объединяет внешние воздействия окружающей среды (ветровая нагрузка, температурное воздействие, импульсное воздействие).

Подсистема I включает в себя элементы, расположенные под МТТМ, создающие силы реакции опор. Влияние элементов подсистемы на работу МС учитывают: математическая модель опорной поверхности (модели макро- и микронеровности) и математическая модель деформируемого опорного основания (при передвижении базовой машины или работе манипуляционной системы опорная поверхность постоянно изменяется). Можно выделить следующие виды деформируемого опорного основания: для сухопутных транспортных средств (грунт, дорога), железнодорожных средств (железнодорожный путь, жидкость (для плавучих транспортных средств)).

Подсистема II включает элементы МТТМ (без элементов МС) – элементы базовой машины. Основными из них являются корпус, элементы подвески, двигатель, двигатель с трансмиссией, аутригеры. При работе МС учитывается влияние аутригеров, а при движении МТТМ – не учитывается. Можно выделить следующие



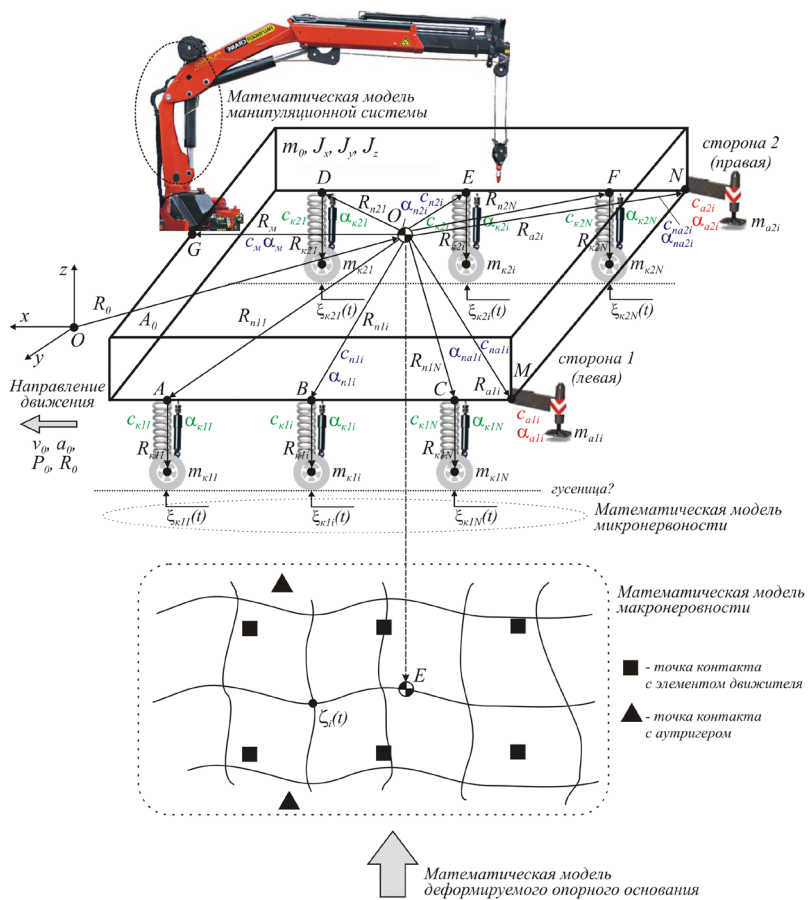


Рис. 2. Обобщенная модель базового шасси МТТМ.

виды базовых машин: колесное или гусеничное шасси, железнодорожный экипаж, плавучее транспортное средство.

Подсистема III включает элементы МС: звенья шарнирно-сочлененной стрелы, гидроцилиндры, шарниры. Также в эту подсистему входят повреждения, полученные МС в ходе эксплуатации (разрушения, люфты).

Подсистема IV включает груз, закрепленный на жестком или гибком подвесе вместе с грузозахватным органом, или специализированный рабочий орган МТТМ (грейферный захват, сучкорезная головка, фреза, копер).

Если звенья МС считаются абсолютно жесткими, то их динамика описывается уравнением вида:

$$[H(q)]\{q''\} + \{C(q, q', F)\} = \{\tau\},$$

где $\{\tau\}$ – вектор обобщенных усилий; $[H(q)]$ – матрица инерции, компоненты которой зависят от обобщенных координат; $\{q''\}$ – вектор обобщенных ускорений; $\{C(q, q', F)\}$ – вектор, зависящий от обобщенных координат, обобщенных скоростей и внешних воздействий F [2].

Уравнения движения звеньев МС с учетом упругой податливости строятся с использованием метода множителей Лагранжа, позволяющего учесть конструктивные ограничения:

$$M_{zi} \ddot{q}_i + C_q^T \lambda = Q_{zi} - Q_{vzi} - Q_{fsi},$$

где C_q – матрица уравнений связи; λ – множители Лагранжа, Q_{zi} – вектор внешних сил; Q_{vzi} – вектор усилий, зависящих от квадратов скоростей; Q_{fsi} – вектор упругих сил [4, 5].

Построена математическая модель силового гидропривода, ориентированная на ее включение в структуру комплексной математической модели многоцелевой МТТМ. Модель позволяет определить усилия, действующие на звенья МС, и представляет собой систему дифференциальных и алгебраических уравнений относительно искомым неизвестных: давление (p) и расход (Q).

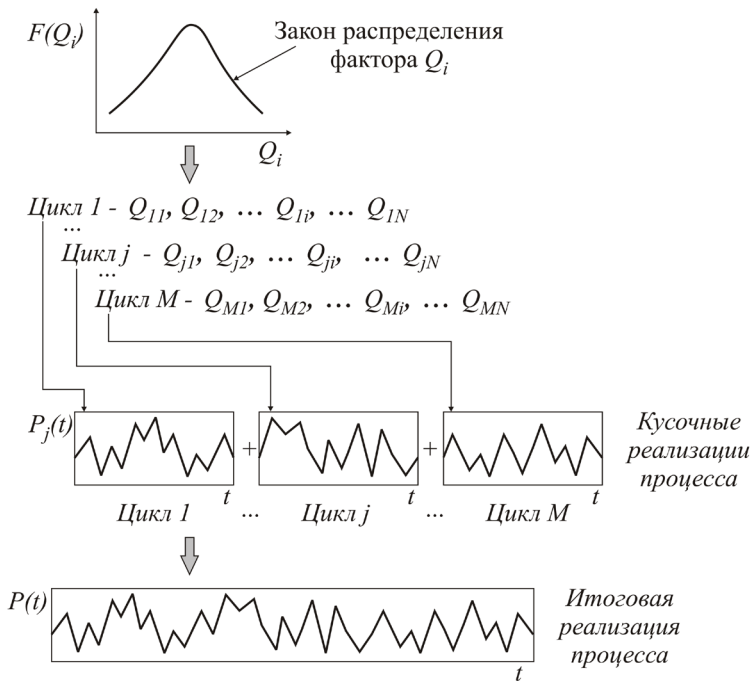


Рис. 3. Методика моделирования динамической нагруженности МС МТТМ.

Существует большое количество базовых шасси МТТМ, предназначенных для установки манипуляционных систем. Наибольшее влияние на динамику базовой машины оказывает тип движителя. Обобщённая модель базовой машины показана на рис. 2.

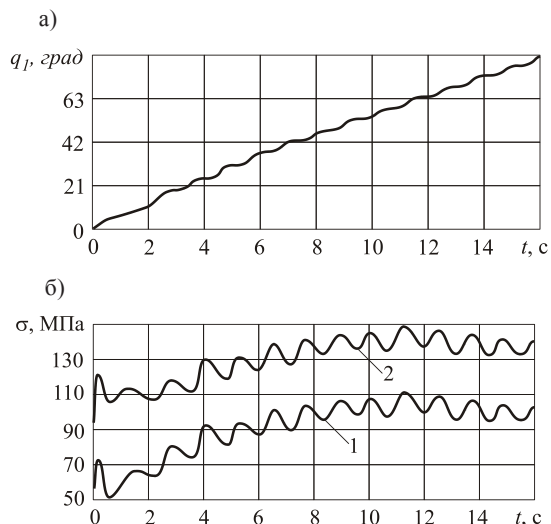
Уравнения движения системы в общем виде приведены ниже. Для поддрессоренной массы базовой машины наиболее важными являются первые три уравнения движения.

$$\begin{aligned}
 m_0 \ddot{z}_m - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{kij} + F_{ajj}] &= P_z; \\
 J_x \ddot{\phi}_x - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{kij} s_{\phi} R_{xkij} + F_{ajj} s_{\phi} R_{xajj}] &= M_x + P_y B; \\
 J_y \ddot{\phi}_y - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{kij} s_{\phi} R_{ykij} + F_{ajj} s_{\phi} R_{yajj}] &= M_y - P_z Q_1 Z + P_x B; \\
 m_0 \ddot{x}_m - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{xkij} + F_{xajj}] &= P_x; \\
 m_0 \ddot{y}_m - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{ykij} + F_{yajj}] &= P_y; \\
 J_z \ddot{\phi}_z - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{xkij} y_{Rkij} + F_{xajj} y_{Rajj} + F_{ykij} x_{Rkij} + F_{yajj} x_{Rajj}] &= \\
 = M_z + P_y Q_1 Z; \\
 \dots \\
 m_{kij} \ddot{x}_{kij} + (c_{nji} + c_{kij})(x_{kij} - z_m - s_{\phi} \phi_y R_{ykij} - s_{\phi} \phi_x R_{xkij} + \xi_{kij}(t)) + \\
 + (\alpha_{nji} + \alpha_{kij})(\dot{x}_{kij} - \dot{z}_m - s_{\phi} \dot{\phi}_y R_{ykij} - s_{\phi} \dot{\phi}_x R_{xkij}) &= 0; \\
 \dots \\
 m_{ajj} \ddot{x}_{ajj} + (c_{ajj} + c_{najj})(x_{ajj} - z_m - s_{\phi} \phi_y R_{yajj} - s_{\phi} \phi_x R_{xajj} + \xi_{ajj}(t)) + \\
 + (\alpha_{ajj} + \alpha_{najj})(\dot{x}_{ajj} - \dot{z}_m - s_{\phi} \dot{\phi}_y R_{yajj} - s_{\phi} \dot{\phi}_x R_{xajj}) &= 0,
 \end{aligned}$$

где c_{kli} , α_{kli} – коэффициент упругости и вязкости элемента подвески массы m_{k1i} ; c_{k2i} , α_{k2i} – коэффициент упругости и вязкости элемента подвески массы m_{k2i} ; c_{nli} , α_{nli} – коэффициент упругости и вязкости рамы базовой машины для воздействия со стороны элемента подвески массы m_{k1i} ; c_{n2i} , α_{n2i} – коэффициент упругости и вязкости рамы базовой машины для воздействия со стороны элемента подвески массы m_{k2i} ; c_{aij} , α_{aij} , α_{naij} – коэффициенты упругости и вязкости аутригеров и рамы базовой машины для воздействия со стороны аутригеров; c_m , α_m – коэффициент упругости и вязкости рамы базовой машины для воздействия со стороны манипулятора; s_{ϕ} – множитель для выбора знака (если сила со стороны опорного элемента приводит к положительному вращению $s_{\phi}=1$, к отрицательному $-s_{\phi}=-1$); R_{ykij} , R_{yakij} – расстояние от центра тяжести до точки крепления опорного элемента вдоль оси y ; R_{xkij} , R_{xakij} – расстояние от центра тяжести до точки крепления опорного элемента вдоль оси x ; F_{xkij} , F_{xajj} , F_{ykij} , F_{yajj} – упругие силы, при сдвигах вдоль осей x и y вычисляемые аналогично силам F_{kij} и F_{ajj} , но с соответствующими жесткостями и коэффициентами диссипации; x_R и y_R – компоненты векторов R ; B – высота точки G над центром тяжести.



Рис. 4. Результаты моделирования динамики при движении рукояти:
а – график изменения обобщенной координаты рукояти (угла поворота);
б – график изменения максимальных эквивалентных напряжений в звеньях;
1 – напряжения в рукояти;
2 – напряжения в стреле.



Параметры определяются либо аналитическим путем, либо с помощью метода конечных элементов [8]. Манипуляционная система воздействует на базовое шасси посредством шести силовых факторов: сил P_x, P_y, P_z и моментов M_x, M_y, M_z .

Деформация опорного основания ε_z под опорным элементом исследуется с использованием нелинейной теории упруго-вязко-пластичных материалов. С этой целью строится зависимость для одного из видов шасси: гусеничного или колесного со слабой или сильной накачкой колес. Такая зависимость выглядит следующим образом:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z(t, E, K_z, \sigma_z, t_k),$$

где t – время; E – мгновенный модуль деформации; K_z – функция скорости ползучести; σ_z – напряжения (давление) в точке контакта опорного элемента и опорного основания; t_k – время конца процесса деформации грунта под опорным элементом [7].

Для расчета металлоконструкции манипуляционной системы на прочность необходимо определить непосредственно действующие на нее нагрузки и величины соответствующих напряжений в опасных точках, сечениях, элементах. Оценка динамической нагруженности проводится после построения вероятностного семейства реализаций процесса изменения напряжений в опасных местах. Общий алгоритм оценки динамической нагруженности состоит из этапов, показанных на рис. 3.

1. В ходе имитационного моделирования определяются точные значения слу-

чайных факторов нагруженности Q_i для каждого цикла работы манипуляционной системы мобильной транспортно-технологической машины в течение исследуемого периода работы.

2. Моделируются динамические процессы в МС с использованием детерминированной комплексной динамической модели. Смоделированные значения факторов нагруженности служат исходными параметрами этих моделей. Результат моделирования представляет собой кусочную реализацию процесса $P_j(t)$ изменения характеристик нагруженности МС.

3. В результате из кусочных реализаций, соответствующих различным сочетаниям факторов нагруженности, складывается итоговая реализация $P(t)$ процесса изменения характеристики нагруженности (динамических усилий или напряжений в металлоконструкции).

4. Данный процесс многократно повторяется, после чего оказывается сформированным вероятностное семейство реализаций. При необходимости выполняется схематизация результатов моделирования нагруженности (строятся блоки или определяются законы распределения).

С использованием разработанной модели выполнено моделирование динамики трехзвенной МС МТТМ АСТ-4-А на базе гусеничного трелевочного трактора ТТ-4М [5, 6, 8]. Манипуляционная система данной машины состоит из трех звеньев: поворотной колонны, стрелы и рукояти, на которой закреплена крюковая подвеска. Звенья МС могут двигаться как раздельно, так и сов-

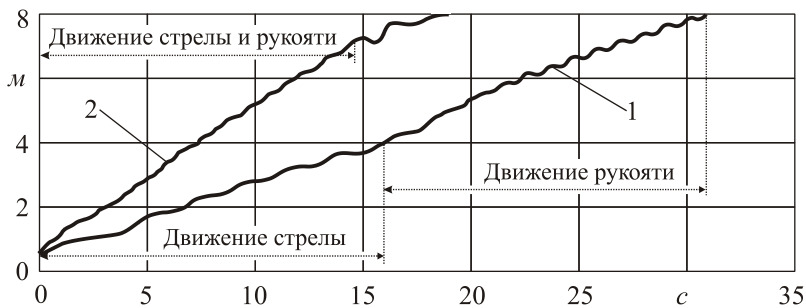


Рис. 5. График изменения вертикальной координаты точки подвеса груза МС МТТМ АСТ-4-А: 1 – при раздельном движении (сначала движется стрела, потом – рукоятка); 2 – при совместном движении звеньев.

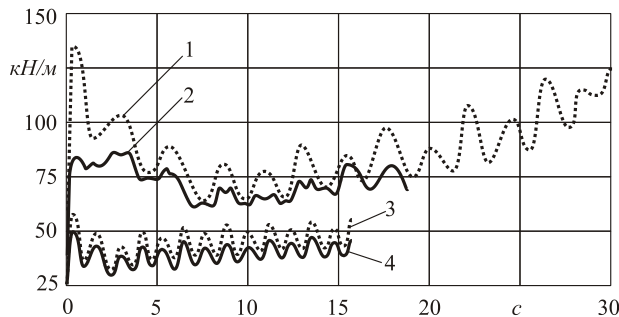


Рис. 6. График изменения усилий в гидроцилиндрах МС МТТМ АСТ-4-А: 1, 2 – гидроцилиндр привода стрелы; 3, 4 – гидроцилиндр привода рукоятки; 1, 3 – при раздельном движении (сначала движется стрела, потом – рукоятка); 2, 4 – при совместном движении.

местно. Результаты моделирования динамики при движении рукоятки МС приведены на рис. 4. Положение ее определяется обобщенной координатой q_1 .

Упругость звеньев МС обуславливает колебательный характер графиков (рис. 4) даже на этапе установившегося движения, когда решение для модели с жесткими звеньями дает нулевое значение. Размах колебаний величины ускорения при этом достигает 15–20 МПа. Длительность переходного процесса при начале движения звена увеличивается с 0,1–0,2 до 2,0–2,5 с.

Гидропривод и кинематическая схема МС МТТМ АСТ-4-А допускает одновременное движение рукоятки и стрелы. При этом подача насоса распределяется между гидроцилиндрами через делитель расхода. График изменения вертикальной координаты точки подвеса груза при совместном движении стрелы и рукоятки показан на рис. 5. Через 15–16 с рукоятка достигает крайнего положения и ее привод отключается. Это вызывает временное увеличение амплитуды колебаний (переходный процесс). Остальное время работает только привод стрелы. Как только стрела достига-

ет крайнего положения, гидропривод МС полностью отключается. Совмещение движений приводит к сокращению времени цикла на 40–50 %.

График изменения усилий в гидроцилиндрах МС МТТМ АСТ-4-А при совместном движении стрелы и рукоятки показан на рис. 6. Видно, что совмещение движений приводит к уменьшению усилий на 25–30 %.

Одной из целей создания комплексной модели являлась возможность оценки устойчивости МТТМ с учетом влияния базовой машины и деформаций опорной поверхности. Рассмотрим случай резкого проседания грунта под одной из гусениц МТТМ АСТ-4-А. После установки машины на опорное основание происходит уплотнение грунта (суглинка) под обеими гусеницами (рис. 7а). Этот процесс длится t_{y0} . В момент времени $t = 2$ с начинается подъем груза. В течение некоторого времени t_{y1} динамические нагрузки, вызванные работой МС, приводят к дополнительному уплотнению грунта под гусеницами. Суммарное уплотнение достигает 3,1 см.



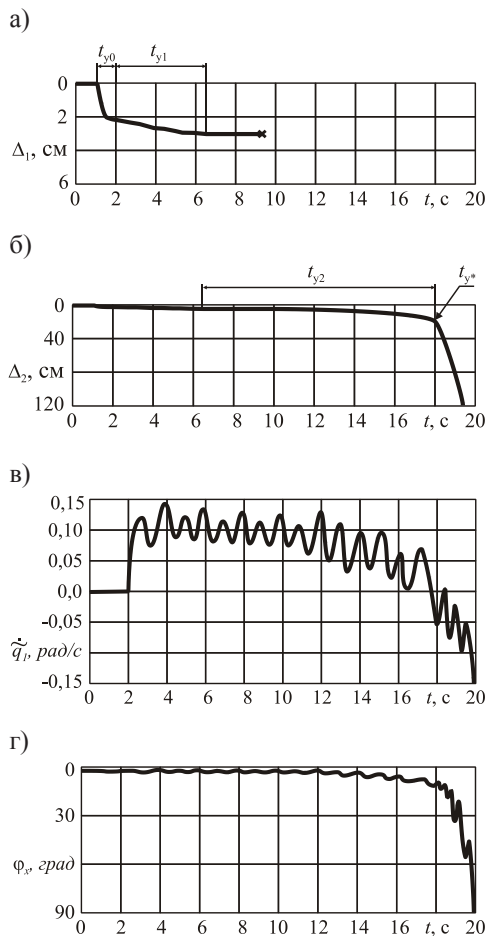


Рис. 7. Результаты моделирования просадки грунта под МТТМ АСТ-4-А:
 а – деформация грунта под гусеницей № 1; б – деформация грунта под гусеницей № 2;
 в – обобщенная скорость рукояти МС; г – угол бокового крена базового шасси машины.

Через 9,5 с после начала подъема груза начинается проседание грунта под одной из гусениц, вызванное внешними воздействиями (размыв или обрушение подземной пустоты). Это приводит к разоружению одной гусеницы (рис. 7а) и появлению сильного крена МТТМ в плоскости установки МС (рис. 7г). В момент времени $t = 18$ просадка грунта под нагруженной гусеницей, несущей основную нагрузку, начинает стремительно возрастать (рис. 7б). С некоторым запозданием в 0,3–0,5 с машина начинает резко наклоняться (рис. 7г). Угол устойчивости для МТТМ АСТ-4-А составляет $62,6^\circ$. Превышение

его приведет к потере устойчивости машины. Из рис. 7г видно, что с учетом деформаций грунта уже при $\phi_x = 55^\circ$ начинается резкое увеличение угла наклона машины, которое приводит затем к ее опрокидыванию (потере общей устойчивости).

ВЫВОДЫ

Разработанная комплексная модель может быть использована для моделирования динамики и оценки динамической нагруженности МС МТТМ при различных рабочих режимах: движении отдельных звеньев стрелы, совместном движении звеньев, движении базовой машины с грузом на неподвижной МС, просадке грунта под МТТМ. При совмещении движений звеньев МС МТТМ время цикла сокращается на 40–50 %, а усилия, преодолеваемые гидроцилиндрами, снижаются на 25–30 %. Резкая просадка грунта под МТТМ может приводить к потере общей устойчивости. Риск такого развития событий может быть оценен с использованием разработанной комплексной математической модели МС МТТМ.

ЛИТЕРАТУРА

- Лагереv И. А. Сравнительный анализ характеристик кранов-манипуляторов отечественных и зарубежных производителей // Подъемно-транспортное дело. – 2016. – № 1–2. – С. 8–10.
- Featherstone R. Rigid Body Dynamics Algorithms. N.Y.: Springer, 2008. 272 p.
- Silver, W. On the Equivalence of Lagrangian and Newton-Euler Dynamics for Manipulators. Int. Robotics Res. 1982. № 1(2). P. 60–70.
- Korkealaakso P., Mikkola A., Eantalainen T., Rouvinen A. Description of Joint Constraints in the Floating Frame of Reference Formulation // Proc. IMechE. 2008. Vol. 223. Part K. P. 133–144.
- Ковальский В. Ф., Лагереv И. А. Математическое моделирование динамики манипуляционной системы мобильной транспортно-технологической машины с учетом упругости звеньев // Известия МАМИ. – 2016. – № 3. – С. 9–15.
- Лагереv И. А. Динамическая нагруженность крана-манипулятора машины для сварки трубопроводов при движении с грузом // Подъемно-транспортное дело. – 2011. – № 3. – С. 7–10.
- Носов С. В. Взаимодействие колесных, гусеничных и дорожных машин с деформируемым опорным основанием (научные основы) / Автореф. дис... док. техн. наук. – СПб., 2008. – 34 с.
- Вершинский А. В., Лагереv И. А., Шубин А. Н., Лагереv А. В. Численный анализ металлических конструкций подъемно-транспортных машин. – Брянск: БГУ, 2015. – 210 с.

Координаты автора: **Лагереv И. А.** – lagerev-bgu@yandex.ru.

Статья поступила в редакцию 29.11.2016, принята к публикации 25.01.2017.

COMPLEX MATHEMATICAL MODEL OF THE MANIPULATION SYSTEM OF A MOBILE TRANSPORT-TECHNOLOGICAL MACHINE

Lagerev, Igor A., Bryansk State University named after Acad. I. G. Petrovsky, Bryansk, Russia.

ABSTRACT

Manipulation systems are used as executive mechanisms of mobile transport-technological machines. The article offers approaches to modeling of dynamic processes in the operation of such systems. These approaches are based on the complex mathematical model developed by the author, which takes into account the interaction between the elements of the five-component system «Working body – Manipulation System – Basic Machine –

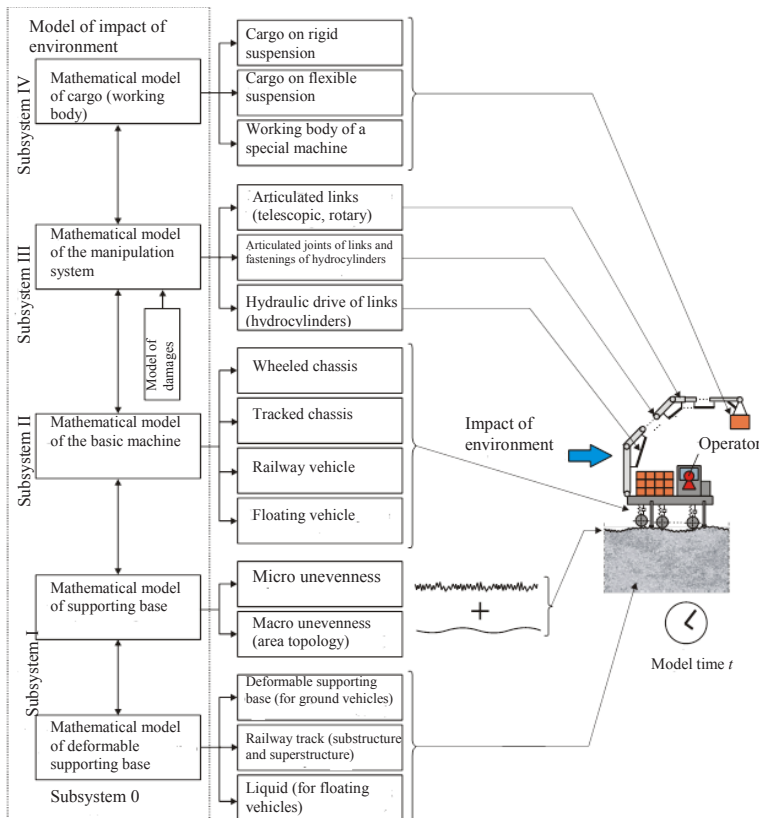
Reference Base – Environment». By the method of statistical tests or simulation modeling, combinations of load factor values within each cycle of the system operation are determined. Then, for each combination of factors, a piecewise implementation of the process of changing dynamic forces or mechanical stresses in the elements of the structural steel that are of interest is constructed. For piecewise implementations, the loading of the manipulation system during the entire service life is estimated.

Keywords: manipulation system, transport-technological machine, bearing surface, mathematical model, dynamics, loading.

Background. Manipulation systems (hereinafter – MS) are installed on mobile transport-technological machines (hereinafter – MTTM), used in various industries. They can also be used as actuators for the installation of the working bodies of special machines. The most common are hydraulic manipulators (general-purpose cranes), mainly for loading and unloading operations in confined spaces [1].

Existing methods of modeling the operational loading of MS, as a rule, consider them as an isolated object installed on a stationary basis [1–5]. The links of the manipulation system can be modeled without taking into account [1–3] or taking into account [4, 5] elastic compliance. But in real operating conditions,

MTTM is not guaranteed to fulfill this assumption. In particular, in work [6] the model of motion of MTTM with a load is considered with the non-working state of the manipulator crane, containing elements of the base chassis and manipulation system. However, for a number of MTTM, the MS operation can be accompanied by the movement of the base machine (forest machinery, excavators). In addition, even under the chassis mounted on the outriggers, the deformation of the supporting surface (compaction of the soil) is possible during the operation of the MS [7]. In this connection, further improvement of mathematical models is required in order to better take into account the mutual influence of MS, the basic chassis of MTTM and the deformable support base.



Pic. 1. Structure of complex mathematical model.

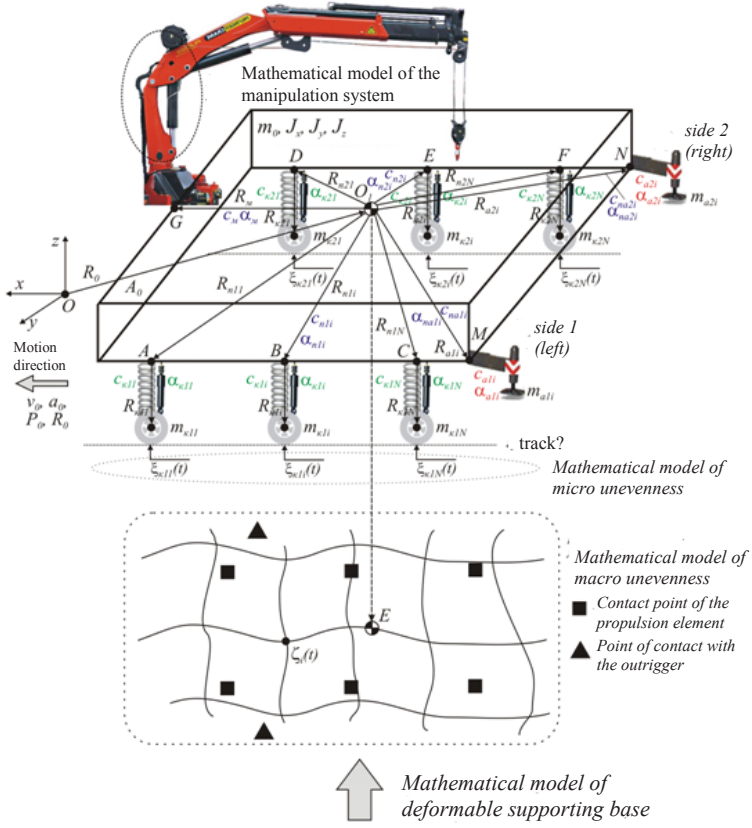


Fig. 2. Generalized model of the basic chassis of MTTM.

Objective. The objective of the author is to consider a complex mathematical model of the manipulation system of a mobile transport-technological machine.

Methods. The author uses general scientific and engineering methods, mathematical methods, calculation methods.

Results. The complex mathematical model proposed for such purposes consists of a set of submodels that take into account the dynamics of each of the components of the system «Working body – Manipulation system – Base machine – Support base – Environment» (Pic. 1).

Subsystem 0 combines external environmental influences (wind load, temperature influence, impulse impact).

Subsystem I includes elements located under the MTTM, creating the reaction forces of the supports. The influence of the elements of the subsystem on the work of the MS is taken into account by: the mathematical model of the support surface (macro- and microroughness models) and the mathematical model of the deformable support base (when the base machine moves or the manipulation system works, the support surface is constantly changing). It is possible to distinguish the following types of deformable support base: for land vehicles (ground, road), railway track, liquid (for floating vehicles).

Subsystem II includes elements of MTTM (without MS elements) – elements of the base machine. The main ones are the hull, the suspension

components, the propulsor, the engine with the transmission, the outriggers. When the MS is working, the influence of outriggers is taken into account, and when moving MTTM – is not taken into account. We can distinguish the following types of basic machines: wheeled or tracked chassis, railway carriage, floating vehicle.

Subsystem III includes MS elements: links of articulated jib, hydraulic cylinders, hinges. Also in this subsystem there are damages received by the MS during operation (destruction, backlash).

Subsystem IV includes a cargo fixed to a rigid or flexible suspension with a load-holding body, or a specialized working body MTTM (clamp hook, delimiting head, milling cutter, ram engine).

If the links of the MS are considered absolutely rigid, then their dynamics is described by an equation of the form:

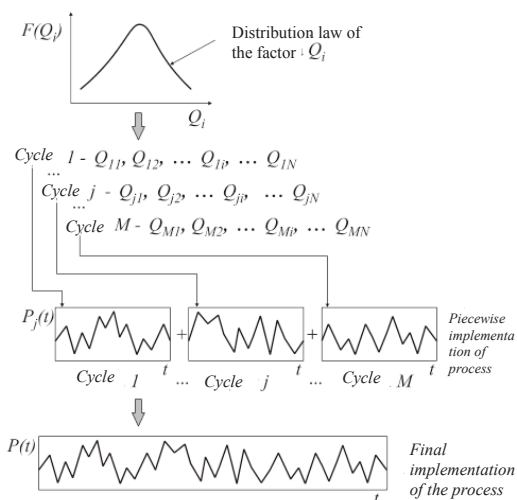
$$[H(q)]\{\ddot{q}''\} + \{C(q, q', F)\} = \{\tau\},$$

where $\{\tau\}$ is a vector of generalized forces; $[H(q)]$ is a matrix of inertia, the components of which depend on the generalized coordinates; $\{q''\}$ is a vector of generalized accelerations; $\{C(q, q', F)\}$ is a vector, depending on the generalized coordinates, generalized velocities and external influences F [2].

The equations of motion of the links of the MS with account of elastic compliance are constructed using the method of Lagrange multipliers, which allows taking into account the structural limitations:

$$M_{ji}\ddot{q}_i + C_q^T \lambda = Q_{ext} - Q_{vis} - Q_{ps},$$

where C_q is a matrix of coupling equations; λ are Lagrange multipliers, Q_{si} is a vector of external forces;



Pic. 3. The method of dynamic loading simulation MS MTTM.

$Q_{v_{ij}}$ is a vector of forces that depend on the squares of the velocities; Q_{ei} is a vector of elastic forces [4, 5].

A mathematical model of the power hydraulic drive is designed, oriented to its inclusion in the structure of the complex mathematical model of the multipurpose MTTM. The model makes it possible to determine the forces acting on the links of the MS, and is a system of differential and algebraic equations with respect to unknowns: pressure (p) and flow rate (Q).

There is a large number of basic chassis MTTM, designed for installation of manipulation systems. The greatest influence on the dynamics of the base machine is provided by the propulsion type. A generalized model of the base machine is shown in Pic. 2.

The equations of motion of the system in general form are given below. For the sprung mass of the base machine, the first three equations of motion are the most important.

$$\begin{aligned}
 m_0 \ddot{z}_m - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{kij} + F_{ajj}] &= P_z; \\
 J_x \ddot{\phi}_x - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{kij} S_{\phi} R_{xkij} + F_{ajj} S_{\phi} R_{xajj}] &= M_x + P_y B; \\
 J_y \ddot{\phi}_y - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{kij} S_{\phi} R_{ykij} + F_{ajj} S_{\phi} R_{yajj}] &= M_y - P_z Q_i Z + P_x B; \\
 m_0 \ddot{x}_m - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{xkij} + F_{xajj}] &= P_x; \\
 m_0 \ddot{y}_m - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{ykij} + F_{yajj}] &= P_y; \\
 J_z \ddot{\phi}_z - \sum_i \sum_j \sum_k [F_{xkij} y_{Rkij} + F_{xajj} y_{Rajj} + F_{ykij} x_{Rkij} + F_{yajj} x_{Rajj}] &= \\
 = M_z + P_y Q_i Z; \\
 \dots \\
 m_{kij} \ddot{x}_{kij} + (c_{ajj} + c_{kij})(\dot{x}_{kij} - \dot{z}_m - s_{\phi} \dot{\phi}_y R_{ykij} - s_{\phi} \dot{\phi}_x R_{xkij} + \xi_{kij}(t)) + \\
 + (\alpha_{ajj} + \alpha_{kij})(\dot{x}_{kij} - \dot{z}_m - s_{\phi} \dot{\phi}_y R_{ykij} - s_{\phi} \dot{\phi}_x R_{xkij}) &= 0; \\
 \dots \\
 m_{ajj} \ddot{x}_{ajj} + (c_{ajj} + c_{najj})(\dot{x}_{ajj} - \dot{z}_m - s_{\phi} \dot{\phi}_y R_{yajj} - s_{\phi} \dot{\phi}_x R_{xajj} + \xi_{ajj}(t)) + \\
 + (\alpha_{ajj} + \alpha_{najj})(\dot{x}_{ajj} - \dot{z}_m - s_{\phi} \dot{\phi}_y R_{yajj} - s_{\phi} \dot{\phi}_x R_{xajj}) &= 0,
 \end{aligned}$$

where c_{k1j} , α_{k1j} is coefficient of elasticity and viscosity of the mass suspension element m_{k1j} ; c_{k2j} , α_{k2j} is coefficient of elasticity and viscosity of the mass

suspension element m_{k2j} ; c_{n1j} , α_{n1j} is coefficient of elasticity and viscosity of the frame of the base machine for the action of the mass suspension element m_{k1j} ; c_{n2j} , α_{n2j} is coefficient of elasticity and viscosity of the frame of the base machine for the action of the mass suspension element m_{k2j} ; c_{ajj} , α_{ajj} , α_{najj} are coefficients of elasticity and viscosity of the outriggers and the frame of the base machine for impact from the outriggers; c_{mj} , α_{mj} is coefficient of elasticity and viscosity of the frame of the base machine for manipulator action; s_{ϕ} is the multiplier for selecting the sign (if the force on the side of the reference element leads to positive rotation $s_{\phi} = 1$, to negative rotation $-s_{\phi} = -1$); R_{ykij} , R_{xkij} is distance from the center of gravity to the point of attachment of the support element along the y axis; R_{yajj} , R_{xajj} is distance from the center of gravity to the point of attachment of the support element along the x axis; F_{xkij} , F_{xajj} , F_{ykij} , F_{yajj} are elastic forces, with shifts along the x and y axes, calculated similarly to the forces F_{kij} and F_{ajj} , but with the corresponding rigidity and dissipation coefficients; x_{Rj} and y_{Rj} are components of vectors R ; B is height of the point G above the gravity center. The parameters are determined either analytically or by the finite element method [8]. The manipulation system acts on the base chassis by means of six force factors: the forces P_x , P_y , P_z and moments M_x , M_y , M_z .

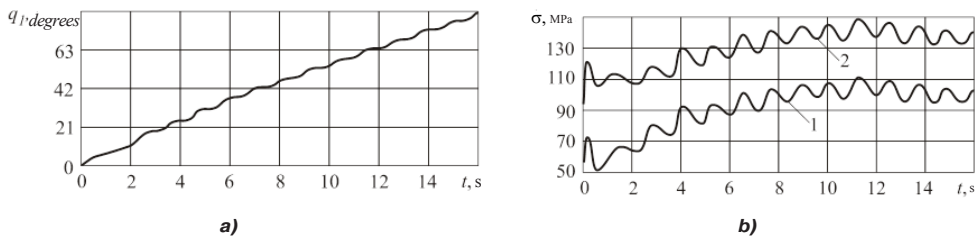
The deformation of the support base ε_z under the support element is studied using the nonlinear theory of elastic-visco-plastic materials. For this purpose, the dependence is constructed for one of the chassis types: tracked or wheeled with weak or strong pumping of the wheels. Such a relationship is as follows:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z(t, E, K_z, \sigma_z, t_k),$$

where t is time; E is instantaneous modulus of deformation; K_z is a function of creep speed; σ_z is stresses (pressure) at the point of contact of the support element and the support base; t_k is the end time of deformation process of the soil under the support element [7].

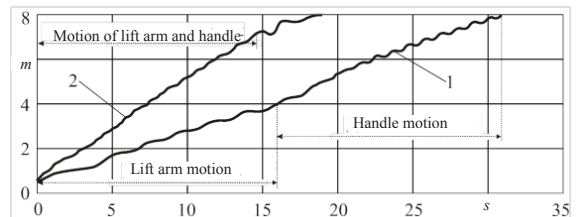
To calculate the metal structure of the manipulation system for strength, it is necessary to determine the loads acting directly on it and the values of the corresponding stresses at hazardous points, sections, and elements. The evaluation of the dynamic loading is carried out after the construction of a probabilistic



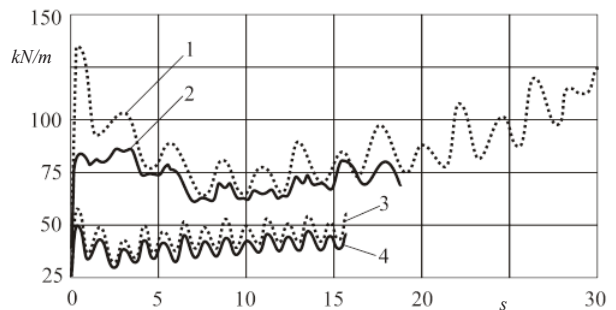


Pic. 4. Results of modeling dynamics when moving the handle:
a – graph of the change in the general coordinate of the handle (angle of rotation);
b – graph of the change in the maximum equivalent stresses in the links;
1 – stresses in the handle; 2 – stresses in the lift arm.

Pic. 5. The graph of the change in the vertical coordinate of the suspension point of the cargo MS MTTM AST-4-A:
1 – with separate movement (first the lift arm moves, then the handle);
2 – with joint movement of links.



Pic. 6. The graph of the change in the forces in the hydraulic cylinders MC MTTM AST-4-A:
1, 2 – hydraulic cylinder of the lift arm drive; 3, 4 – the hydraulic cylinder of the handle drive; 1, 3 – with separate movement (first the lift arm moves, then – the handle); 2, 4 – when moving together.



family of realizations of the process of changing stresses in hazardous locations. The general algorithm for estimating dynamic loading consists of the steps shown in Pic. 3.

1. During the simulation, the exact values of the random load factors Q_i are determined for each cycle of operation of the manipulation system of the mobile transport-technological machine during the period of work under study.

2. Dynamic processes in the MS are simulated using a deterministic complex dynamic model. The simulated values of loading factors serve as the initial parameters of these models. The result of the simulation is a piecewise realization of the process $P_i(t)$ of changing the load characteristics of the MS.

3. As a result, from the piecewise implementations corresponding to different combinations of loading factors, the final realization $P(t)$ of the process of changing the loading characteristic (dynamic forces or stresses in the metal structure) is added.

4. This process is repeated many times, after which a probabilistic family of realizations is formed. If necessary, the simulation results of load modeling are performed (blocks are constructed or distribution laws are determined).

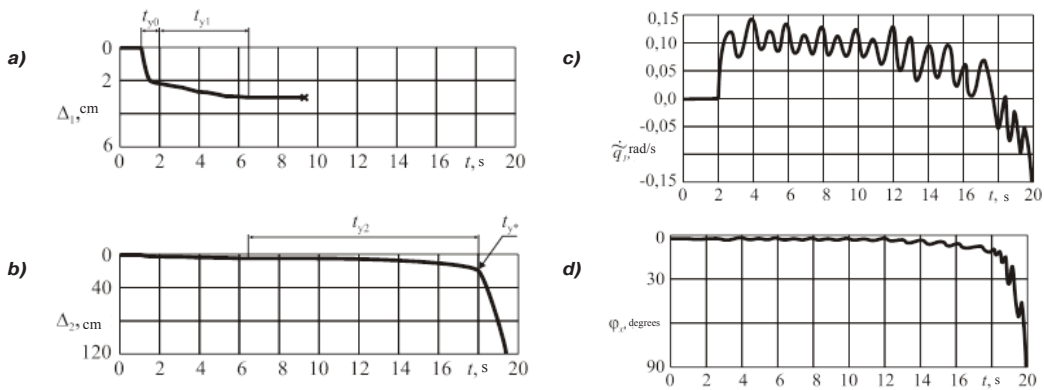
Using the developed model, the dynamics of the three-link MS MTTM AST-4-A was simulated on the basis of the crawler tractor TT-4M [5, 6, 8]. The manipulation system of this machine consists of three links: a rotating column, an arrow and a handle, on which a hook suspension is fixed. The MS links can

move both separately and together. The results of modeling the dynamics when moving the MS handle are shown in Pic. 4. Its position is determined by the generalized coordinate q_1 .

The elasticity of the MS links causes the oscillatory character of the graphs (Pic. 4), even at the stage of steady motion, when the solution for the model with rigid links gives a zero value. The range of oscillation of the magnitude of acceleration thus reaches 15–20 MPa. The duration of the transient process at the beginning of the movement of the link increases from 0,1–0,2 to 2,0–2,5 s.

Hydraulic drive and kinematic scheme MS MTTM AST-4-A allows simultaneous movement of the handle and lift arm. In this case, the pump feed is distributed between the hydraulic cylinders through the consumption divider. The graph of the vertical coordinate change of the suspension point of the load when the lift arm and the handle are moving together is shown in Pic. 5. After 15–16 seconds, the handle reaches its end position and its drive switches off. This causes a temporary increase in the amplitude of the oscillations (transient process). The rest of the time only the lift arm drive works. As soon as the lift arm reaches its extreme position, the hydraulic actuator MS is completely shut off. Combination of movements leads to a reduction in cycle time by 40–50 %.

The graph of the change in the forces in the hydraulic cylinders MS MTTM AST-4-A with the joint movement of the lift arm and the handle is shown in Pic. 6. It can be seen that the combination



Pic. 7. Results of simulation of subsidence under MTTM AST-4-A:

a – deformation of soil under the track No. 1; b – deformation of soil under the track No. 2; c – generalized speed of the MS handle; d – angle of the side heel of the base chassis of the machine.

of movements leads to a decrease in effort by 25–30 %.

One of the goals of creating a complex model was the possibility of assessing the stability of MTTM, taking into account the influence of the base machine and the deformation of the support surface. Let's consider the case of a sharp subsidence of the ground under one of the tracks MTTM AST-4-A. After installing the machine on the support base, the soil (loam) is compacted under both tracks (Pic. 7a). This process lasts for t_{y0} . At the time $t = 2$ s, the load begins to rise. For some time, t_{y1} dynamic loads caused by the operation of the MS, lead to additional compaction of the soil under the tracks. The total compaction is 3, 1 cm.

After 9,5 seconds after the beginning of the lifting of the load, subsidence starts under one of the tracks, caused by external influences (erosion or collapse of the underground cavity). This leads to the disarmament of a single track (Pic. 7a) and the appearance of a strong roll of MTTM in the installation plane of the MS (Pic. 7d). At time $t = 18$, subsidence under the loaded track bearing the main load begins to increase rapidly (Pic. 7b). With a delay of 0,3–0,5 s, the machine begins to abruptly lean (Pic. 7d). The stability angle for MTTM AST-4-A is 62,6°. Its exceeding will lead to loss of stability of the machine. From Pic. 7d it can be seen that, taking into account the deformations of the ground, a sharp increase in the angle of inclination of the machine begins at $\phi_x = 55^\circ$, which then leads to its overturning (loss of overall stability).

Conclusions. The developed complex model can be used to simulate the dynamics and estimation of the dynamic loading of MS MTMM under various operating conditions: movement of individual lift arm links, joint movement of links, movement of the base machine with the load on the stationary MS, subsidence of the ground under the MTTM. When the movements of MS MTMM links are combined, the cycle time is reduced by 40–50 %, and the forces overcome by hydraulic cylinders are reduced by 25–30 %. The sharp subsidence of the ground under MTTM can lead to a loss of overall stability. The risk of such a development of events can be estimated

using the developed complex mathematical model of MS MTTM.

REFERENCES

1. Lagerev, I. A. Comparative analysis of the characteristics of cranes-manipulators of domestic and foreign manufacturers [Svravnitel'nyy analiz harakteristik kranov-manipulyatorov otechestvennykh i zarubezhnykh proizvoeditelej]. *Pod'emno-transportnoe delo*, 2016, Iss. 1–2, pp. 8–10.
2. Featherstone, R. *Rigid Body Dynamics Algorithms*. N.Y.: Springer, 2008, 272 p.
3. Silver, W. On the Equivalence of Lagrangian and Newton-Euler Dynamics for Manipulators. *Int. Robotics Res*, 1982, Iss. 1(2), pp. 60–70.
4. Korkealaakso, P., Mikkola, A., Eantalainen, T., Rouvinen, A. Description of Joint Constraints in the Floating Frame of Reference Formulation. *Proc. IMechE*, 2008, Vol. 223, Part K, pp. 133–144.
5. Kovalsky, V. F., Lagerev, I. A. Mathematical modeling of the dynamics of the manipulation system of a mobile transport-technological machine taking into account the elasticity of links [Matematicheskoe modelirovanie dinamiki manipulacionnoj sistemy mobil'noj transportno-tehnologicheskoy mashiny s uchetom uprugosti zven'ev]. *Izvestija MAMI*, 2016, Iss. 3, pp. 9–15.
6. Lagerev, I. A. Dynamic loading of a crane-manipulator of a machine for welding pipelines during the movement with a load [Dinamicheskaja nagruzhennost' krana-manipulyatora mashiny dlja svarki truboprovodov pri dvizhenii s gruzom]. *Pod'emno-transportnoe delo*, 2011, Iss. 3, pp. 7–10.
7. Nosov, S. V. Interaction of wheeled, tracked and road machines with a deformable support base (scientific basis) [Vzaimodejstvie kolesnykh, gusenichnykh i dorozhnykh mashin s deformiruemyim opornym osnovaniem (nauchnye osnovy)]. Abstract of D.Sc. (Eng.) thesis. St. Petersburg, 2008, 34 p.
8. Vershinsky, A. V., Lagerev, I. A., Shubin, A. N., Lagerev, A. V. Numerical analysis of metal structures of lifting and transporting machines [Chislennyj analiz metallicheskih konstrukcij pod'emno-transportnykh mashin]. Bryansk, BSU, 2015, 210 p. ●

Information about the author:

Lagerev, Igor A. – Ph.D. (Eng.), associate professor of the department of Informatics and Applied Mathematics of Bryansk State University named after Acad. I. G. Petrovsky, Bryansk, Russia, lagerev-bgu@yandex.ru.

Article received 29.11.2016, accepted 25.01.2017.

