

# Revista Cognosis

ISSN 2588-0578

**Revista de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación**

## **CONCEPTUALIZACIÓN DIDÁCTICA DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MODELAR PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL EN LAS CARRERAS DE INGENIERÍA**

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MODELAR PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

AUTORES: Juan Antonio Manzueta Concepción<sup>1</sup>

Evelio Felipe Machado Ramírez<sup>2</sup>

Ramón Blanco Sánchez<sup>3</sup>

DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: [jmanzueta2004@gmail.com](mailto:jmanzueta2004@gmail.com)

Fecha de recepción: 24 - 01 - 2019

Fecha de aceptación: 12 - 03 - 2019

### RESUMEN

Los estudios en el área de la programación lineal han proliferado en la última década; no obstante, se denotan insuficiencias en el tratamiento didáctico de la modelación matemática en las carreras de ingeniería, lo que limita el desempeño de los estudiantes en la solución de problemas y sus aplicaciones. En respuesta a lo anterior se elaboró una conceptualización didáctica de desarrollo de la competencia modelar problemas de programación lineal desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de las carreras de Ingeniería. De ese modo dicha elaboración sirve para develar la estructura de desarrollo de dicha competencia, sus desempeños y evidencias; así como de la lógica de su desarrollo connotándose la orientación hacia los precedentes generales de la modelación matemática, la contextualización didáctica de la modelación de problemas de programación lineal y de valoración didáctica de los desempeños, de cuya sinergia resulta la aprehensión sistematizada de dicho proceso, la cual expresa la esencia didáctica que condiciona y legitima el significado intrínseco y peculiar de la programación lineal. Para la elaboración del artículo fueron utilizados esencialmente métodos y técnicas de carácter teórico como el análisis-síntesis, la inducción-deducción y la concreción-abstracción, característicos de este tipo de estudio.

**PALABRAS CLAVE:** programación lineal; modelación de problemas; Matemática; investigación en operaciones.

<sup>1</sup>Master. Profesor de la Universidad Autónoma de Santo Domingo. República Dominicana.

<sup>2</sup>Doctor en Ciencias. Profesor de la Universidad de Camagüey, Cuba. E-mail: [evelio.machado@reduc.edu.cu](mailto:evelio.machado@reduc.edu.cu)

<sup>3</sup>Doctor en Ciencias Pedagógicas. Profesor de la Universidad de Camagüey, Cuba. E-mail: [ramon.blanco@reduc.edu.cu](mailto:ramon.blanco@reduc.edu.cu)

## **DIDACTIC CONCEPTUALIZATION OF THE DEVELOPMENT OF THE MATHEMATICAL MODELLING PROBLEMS OF LINEAR PROGRAMMING COMPETENCE IN ENGINEERING CAREERS**

### **ABSTRACT**

The studies in the area of the lineal programming have increased in the last decade; nevertheless, inadequacies are denoted in the didactic treatment of mathematic modelling in the engineering careers, which limits the performance of students in the resolution of problems and its applications. To answer to the above-mentioned difficulty there was provided a didactic conceptualization that contributes to the development of the competence “modelling problems of lineal programming”, from the teaching-learning process of the careers of engineering. In that way, this didactic conceptualization helps to show the structure of development of this professional competence, its performances and evidences, as well as the logic of its development where there are processes marked by the orientation towards the general precedents of the mathematical modelling, the didactic contextualization of modelling in the area of lineal programming and the didactic valuation of performances; from which, by means of their synergy, emerge the quality that permits the student systematize and apprehend this process; all of these express the didactic essence that establish and legitimates the intrinsic and peculiar meaning of lineal programming. For the elaboration of the article they were used methods essentially and technical of theoretical character as the analysis-synthesis, the induction-deduction and the concretion-abstraction, characteristic of this study type. To get the result there were used methods and techniques essentially of theoretical character as analysis-synthesis, induction-deduction and concretion-abstraction characteristic of this type of study.

**KEYWORDS:** lineal programming; modelling problems; Mathematics; investigation in operations.

### **INTRODUCCIÓN**

Hoy día, una gran cantidad de problemas que conlleven elección son desarrollados por medio de lo que se conoce como modelo de programación lineal (PL), proceso que pretende representar alguna porción del mundo real en términos matemáticos.

De ese hecho, la competencia modelar problemas de PL se convierte en parte consustancial del quehacer matemático, siendo un objeto priorizado de aprendizaje de los alumnos que cursan las carreras de ingeniería; además que, desde lo general, la gestión de ese modelo es lo que ha permitido que la Matemática como ciencia tenga un rango de aplicación de amplio alcance y logre trascender las relaciones entre ciencia, tecnología, sociedad y ambiente.

Tal competencia, además, permite que los alumnos de esa rama se profesionalicen en la utilización de formas del trabajo matemático para la

obtención de nuevos conocimientos, procedimientos y actitudes que desarrollen su personalidad en múltiples contextos de actuación.

## DESARROLLO

Los fundamentos y precedentes de la conceptualización didáctica que se presenta se describen en los artículos escritos por Manzueta, Machado y Blanco (2018<sup>a, b</sup>), donde se plasman valoraciones acerca de estudios, autores y concepciones sobre la formación y desarrollo de las competencias matemáticas y específicamente la de modelar matemáticamente para poder llegar a delimitar qué entender por “modelar problemas de PL”.

No obstante, es necesario precisar los límites focales sobre los cuales se sitúa la elaboración teórica que será argumentada; así, se citan en primer lugar a Billing (2007), González (2006), y Tobón (2014<sup>a</sup>) quienes caracterizan lo que es una competencia; así como la manera de valorar su grado de desarrollo en los estudiantes. De la misma manera, la importancia de desarrollar, desde la clase, actitudes investigativas o indagativas como condición del desarrollo profesional (Machado y Montes de Oca 2009<sup>a, b, c, d, e, f</sup>; Machado, Montes de Oca y Mena, 2008; Machado, 2017), lo cual es de suma importancia para la solución de problemas.

Son soportes también las ideas de Fandiño (2006) desde la perspectiva antropológica acerca de la importancia de situar al ser humano como centro del proceso didáctico de la enseñanza-aprendizaje (PEA) de la Matemática; así como desde una óptica sociológica lo expresado por Vanegas y Escobar (2007) y D'Amore, Godino y Fandiño (2008) quienes parten de la idea de que la formación y desarrollo de las competencias matemáticas, sobre todo en su contenido, debe tener como propósito el logro de un ingeniero egresado más preparado para su enfrentamiento a los retos que impone el nuevo siglo. A ello se agrega, desde la epistemología la relevancia del contexto (Machado, 2008) al momento de elaborar un modelo de PL.

De necesaria referencia se constituyen además los aportes de Vigotsky (1978, 1982) y sus seguidores sobre la mediación social, todo lo cual contribuye al desarrollo de una competencia por la necesidad que el estudiante tiene de establecer relaciones entre el nuevo conocimiento y los que ya posee; así también de Leontiev (1975), la teoría de la actividad desde la orientación y la ejecución mediadas por la comunicación.

Finalmente, la Didáctica de la Matemática, aporta parcialmente la definición de competencia matemática de García et al (2012) junto a la especificación que hacen D'Amore, Godino y Fandiño (2008), los que la asumen como un concepto complejo y dinámico desde la “utilización” (exógena, externa, consciente, intencional y contextualizada); y con el “dominio” (endógeno). De importancia además, en esta área se observan los trabajos de Laborde (2003) y Saucedo (2005) sobre los fundamentos de la incorporación de los asistentes matemáticos en el PEA de la Matemática; finalmente de Rodríguez (2013), Rodríguez y Bourguet (2015), sus conceptualizaciones sobre la modelación matemática

como sustrato de la de modelar problemas de PL; ya que, como coinciden, cada nuevo producto, tecnología o sistema, es una representación de una predicción basada en el modelo de que los mismos funcionarán o se comportarán favorablemente sin consecuencias negativas imprevistas.

Todo ello trajo como resultado que dicha competencia fuera definida como:

Proceso integrador de sistemas de conocimientos, habilidades, actitudes y disposiciones cognitivas, socioafectivas y contextuales flexibles y con significación para reconocer y formular una situación y, consecuentemente, resolver, interpretar, validar y socializar los resultados del modelo de programación lineal elaborado con mediación de los asistentes matemáticos. (Manzueta, 2019)

La conceptualización didáctica para el logro de la competencia modelar problemas de PL, consta de tres macroprocesos que pueden denominarse: orientación didáctica hacia los precedentes generales de la modelación matemática; contextualización didáctica de la modelación de problemas de PL en las carreras de ingeniería y valoración didáctica de desempeños de la modelación de problemas de PL, de cuya sinergia y relaciones se logra una aprehensión sistematizada del proceso de modelación de problemas de PL (Ver Fig. 1).



Fig. 1.- Conceptualización didáctica de desarrollo de la competencia modelar problemas de PL

El macroproceso **ORIENTACIÓN DIDÁCTICA HACIA LOS PRECEDENTES GENERALES DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA**, pretende que se creen las condiciones para el desarrollo de la competencia modelar problemas de PL ya que, desde los niveles educacionales anteriores los estudiantes llegan con vacíos referidos a la modelación en sentido general; por lo que el docente debe

realizar, en primera instancia, una valoración del nivel de desarrollo de la competencia modelar matemáticamente que los discentes deben haber formado y hasta cierto punto desarrollado desde los niveles educativos precedentes. Es propósito aquí también es el de crear, desde una perspectiva didáctica, las condiciones para el aprendizaje de la competencia específica desde la asignación general de problemas de modelación, donde además se tengan en cuenta las particulares del PEA en la educación superior y la carrera.

Para ello se deben tener en cuenta las propias especificidades contextuales referidas a los niveles educativos precedentes; las cuales, en lo específico de la que ocupa este artículo, focalizan la atención en que los escolares identifiquen las relaciones que se dan en situaciones vinculadas con su contexto más cercano y las representen mediante objetos materiales, dibujos u otros modelos típicos; así como que realicen una interpretación de ellos, permitiéndoles asimilar relaciones presentes en la situación descrita.

Por ejemplo, este macroproceso se materializa cuando el docente utiliza procedimientos didácticos que impliquen la participación activa de los estudiantes mediante estímulos y ayudas tales como: ¿Se ha puesto de manifiesto esa situación previamente?, ¿Cómo y cuáles eran las circunstancias?, ¿Se modifican las condiciones y/o las magnitudes?, ¿Se observa alguna relación entre esos elementos?, calcula, contrasta, ensaya con otras cantidades, etc.

Por dicha razón, para orientar a los estudiantes hacia los precedentes generales de la modelación matemática, se debe trabajar mediante la utilización de problemas que posean un bajo nivel de complejidad en función de objetivos que debieron ser cumplimentados en esos niveles educativos, tales como:

- Identificar las relaciones matemáticas que existen en diversos contextos y en la vida cotidiana, textos, tablas, gráficos y otras formas de expresión.
- Seleccionar, modificar y crear modelos relacionando diferentes campos matemáticos.
- Expresar el conocimiento matemático desde temas relacionados fundamentalmente con el contexto natural y social.
- Procesar las consecuencias que se derivan del modelo elaborado o de uno o más modelos en una situación particular.
- Interpretar el modelo para comprender realmente la situación descrita.
- Comprender la estructura matemática (incluidos los modelos lineales en que aparecen las variables) de la situación real descrita por el modelo y formular o especificar problemas matemáticos.
- Formar problemas matemáticos para un modelo dado o identificar situaciones problemáticas abiertas como problemas matemáticos formulados de manera adecuada.

- Interpretar los resultados del modelo verificando en la situación de partida si los resultados de una modelación tienen significado o analizar los límites de aplicación.
- Evaluar críticamente la mejor solución entre las diversas variantes posibles y sus posibilidades de aplicación en otras circunstancias y contextos, informando verbalmente la validez de los resultados y del modelo.

Este macroproceso, a su vez, involucra e integra dentro de otros procesos de menor complejidad denominados: identificación-representación de la estructura y relaciones en las situaciones, matematización de la situación problémica en contexto para su solución, comparación del modelo y análisis de restricciones e interpretación-comunicación reflexiva de la solución de cuya sinergia surge la idoneidad genérica del proceso de modelación matemática.

El de *identificación-representación de la estructura y relaciones en las situaciones (del problema)*, tiene como función que el docente trabaje y retroalimente a los estudiantes desde lo ya supuestamente aprehendido, para lograr que logren llegar, a partir de su planteamiento, a la definición del problema, de manera que sea comprensible, así como alcanzar un adelantamiento de la “condición deseada” que debe ser cumplimentada mediante su solución. En ese caso, lo mismo que sucede en situaciones diversas de aprendizaje, el estudiante se enfrenta a un gran cúmulo de información, pródiga en variables distractoras. Ante dicho escenario, el docente, en el PEA y mediante el trabajo en equipo, puede hacer uso de esquemas, modelos o formatos que le permiten identificar lo esencial de la situación, ordenar y hacer más operativa la información cuantitativa y cualitativa.

Desde una perspectiva didáctica se les puede también asignar la elaboración de un listado de los problemas potenciales asociados, que desde la carrera tengan solución respecto a la modelación, con la utilización de procedimientos que posibiliten la generación de opiniones, tales como la lluvia de ideas y la conversación heurística entre otros, todo lo cual permite alcanzar un rango suficientemente amplio de áreas de problemas para la consideración del grupo.

Otros procedimientos pueden ser los de revisar, combinar, eliminar y clasificar, lo que facilita la elaboración de ideas y tienen por objetivo comprobar que el equipo que se conforme comprenda cada una de las situaciones develadas. También pueden utilizarse procedimientos didácticos de identificación, realización y transformación tales como, reglas de cálculo, algoritmos para la identificación de conceptos, la realización de construcciones, la transformación de ecuaciones, etc.

El proceso de *matematización de la situación problémica en contexto para su solución*, como momento en que se formula la situación problémica en términos matemáticos, tiene como función que en el PEA, el docente utilice procedimientos para que los estudiantes transformen el modelo real en uno

matemático, mediante la formulación de inecuaciones y/o relaciones matemáticas, representaciones gráficas, tablas, algoritmos, entre otros, identificando para ello las variables, parámetros y los supuestos que se necesiten.

De ese modo el PEA debe visualizarse desde dos fases o perspectivas; la primera, destinada a lograr que ellos traduzcan los problemas desde el mundo real al matemático y posteriormente, una vez logrado, proceder a desplegar las acciones para su resolución sin olvidar que, como el mismo se encuentra íntimamente influenciado por el conocimiento extramatemático para la elaboración del modelo, este es un periodo en el que las afirmaciones y/o argumentos resultan sobre todo de la conceptualización matemática.

Al respecto, el docente debe seleccionar problemas que admitan elaborar diversos modelos, así como favorecer la reflexión y la actividad productiva de los alumnos, evitando que tengan conocimiento previo del modelo a utilizar. Desde una perspectiva didáctica, se debe partir del texto del problema, de cuya comprensión, depende que los estudiantes logren elaborar adecuadamente el modelo. De ese hecho pueden incorporarse problemas donde los estudiantes:

- Identifiquen procedimientos matemáticos que puedan ser relevantes para solucionar el problema.
- Lo representen de manera diferente y diversa.
- Comprendan y expresen la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encuentren regularidades, relaciones y patrones.
- Reconozcan isomorfismos con otros problemas ya conocidos previamente.
- Traduzcan el problema a un modelo matemático.
- Utilicen herramientas y recursos tecnológicos adecuados para ese propósito.
- Manejen el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones, provean argumentos y generalizaciones.
- Refinan y ajusten el modelo combinando e integrándolo con otros.

El proceso *comparación del modelo y análisis de restricciones*, tiene como función que en el PEA, se prepare a los estudiantes para la comparación del modelo logrado con la situación real de manera tal que, si la confrontación con la realidad no se corresponde con los propósitos inicialmente planteados en el problema, se valoren y consideren las causas para proceder a realizar las transformaciones de rigor, lo que pone en evidencia el carácter cíclico del proceso de modelación y su importancia como una filosofía de mejora continua.

Como ha sido señalado, una vez que se ha logrado elaborar el modelo, surge la posibilidad de decidir su valor y, en caso necesario, proceder a un nuevo ajuste (análisis de sensibilidad) para representar más cercanamente la realidad descrita en el problema. Pueden utilizarse recursos heurísticos tales como los

de considerar en clase algunas ayudas conjuntamente con la valoración colectiva; entre ellas: “¿existe una función única que representa la situación?, ¿fueron adecuadas las medidas de las variables?, ¿se contradicen entre sí las ecuaciones dadas?, ¿ofrece la solución una respuesta al problema?, ¿fueron prudentes las hipótesis?” Esas preguntas señalan que, para determinar si las respuestas son correctas, deben compararse las mismas con la realidad, confrontando los resultados con la que fue tomada como base del problema.

En todo el proceso, es además importante diferenciar las restricciones que no pueden desconocerse o dejarse de tomar en cuenta (lo cual indica la necesidad de reelaborar el modelo), de aquellas que denotan restricciones no sustanciales y se pueden no tener en cuenta siempre que se logre una mejora sustancial en el proceso resultante que lo denota.

El proceso *interpretación-comunicación reflexiva de la solución*, tiene como función que, en el PEA, se propicien espacios para que los estudiantes socialicen reflexivamente los resultados obtenidos en el proceso de modelación matemática visto en el contexto de la situación real original; por ejemplo, confirmar si ella se corresponde con la interrogación originalmente propuesta o sobrentendida en la situación problémica original. Aquí se debe velar porque en el trabajo relacionado con la interpretación-comunicación reflexiva, los estudiantes hagan evidente el cumplimiento del objetivo teniendo en cuenta las restricciones si ellas están presentes, que es donde la argumentación tiene un gran peso.

Este es un proceso esencial en la modelación matemática que ayuda a que los estudiantes, tanto de forma oral o escrita, desarrollen la expresividad, la reflexión, el intercambio, el escuchar la opinión de los otros y ofrecer las suyas, además porque los motiva al logro de procesos de razonamiento, argumentación y expresión, con mayor confianza, lo cual implica reconocer el lenguaje matemático.

Producto de las relaciones sinérgicas y de coordinación de cada uno de dichos procesos, puede lograrse la idoneidad genérica del proceso de modelación matemática que es el reflejo en el estudiante del trabajo desarrollado y la ejecución de las acciones generales de la modelación matemática comprendidas en el macroproceso y lo conminan, con ese sustrato conceptual, procedimental y actitudinal, al logro de un mayor grado de implicación en la solución de problemas mediante la modelación.

El macroproceso CONTEXTUALIZACIÓN DIDÁCTICA DE LA MODELACIÓN DE PROBLEMAS DE PL EN LAS CARRERAS DE INGENIERÍA, pretende que, desde el PEA, se logren integrar los procedimientos requeridos, específicos y especializados para la construcción del modelo de PL. En la asignatura Investigación de Operaciones, una vez que los estudiantes comprenden sus métodos de trabajo a partir de problemas elementales o de base, que tienen un valor esencialmente didáctico, es necesario pasar a trabajar con problemas que



reflejen situaciones reales profesionalizantes desde el uso de los asistentes matemáticos.

De ese modo, el problema didáctico está en lograr que el alumno alcance el desarrollo necesario para que pueda construir el modelo matemático de PL, que posteriormente sea solucionado por una aplicación informática adecuada; ya que, desde su asignación literal, la modelación está constituida por procesos complejos sobre los que se debe entrenar al estudiante.

El mismo embebe cuatro procesos que establecen una relación esencialmente sinérgica; ellos son, los de orientación a lo esencial del problema de PL, materialización de las restricciones del problema en una semiótica algebraica, articulación de los componentes del modelo de PL en una semiótica computarizable, identificación-materialización semiótica algebraica de la función objetivo desde donde se observa potencialmente la efectividad en la solución del problema de PL.

La *orientación a lo esencial del problema de PL*, tiene como función que en el PEA de la asignatura se prepare a los estudiantes para que lleguen a identificar lo esencial del contenido mediante el lenguaje matemático, abstrayendo y concretando las características esenciales del problema de PL.

En tal sentido, el docente debe hacer énfasis en que, al ejecutar los problemas, el estudiante identifique y abstraiga los aspectos esenciales de los no esenciales en una semiótica adecuada. Esas acciones desempeñan un papel fundamental en la modelación, ya que en el desarrollo de un modelo de PL resulta necesario identificar y separar los aspectos del fenómeno que, a través de su estudio, permiten comprenderlo desde el punto de vista que se estudia.

De la misma manera, como parte de los procesos esenciales para el logro de la orientación, se deben utilizar procedimientos que contribuyan al desarrollo del lenguaje matemático, a la identificación de relaciones entre este y el lenguaje coloquial y a su uso en la materialización semiótica del fenómeno que se modela.

Finalmente, se persigue que el docente logre que los estudiantes contribuyan a precisar la materialización semiótica de un objeto mediante cambios de registro de dicha representación, así como que logren identificar cuál es la más adecuada en tal sentido.

La *materialización de las restricciones del problema en una semiótica algebraica*, tiene como función, desde el PEA, que se prepare a los estudiantes para que hagan una eficiente manipulación de los símbolos algebraicos y se apropien de los nexos entre el lenguaje literal y el matemático desde la identificación, abstracción y materialización de las características esenciales en una semiótica adecuada.

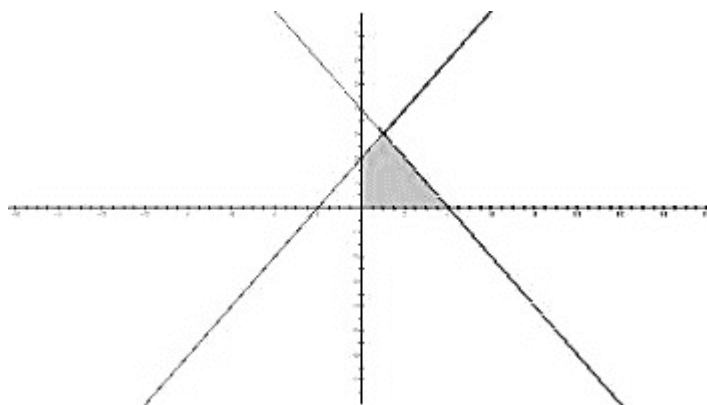
En tal sentido, en primer lugar, se pretende que, en la transición de la semiótica literal a la algebraica, se logre en los estudiantes una eficiente manipulación de los símbolos algebraicos; que estos realicen transferencias

dentro del registro algebraico y manipulen formas de transferencia del registro literal al algebraico. Es ese caso, el PEA se debe orientar al dominio de los diferentes símbolos algebraicos y el significado de sus diferentes combinaciones. En segundo lugar, se debe hacer énfasis en la necesidad de que los estudiantes hagan transferencias dentro del registro algebraico

También se impone la necesidad de entrenarlos en el tránsito del registro literal al algebraico, donde es importante que tengan en cuenta las imprecisiones que pueden estar en el registro literal, pero que no son admisibles en el algebraico.

Asimismo, como parte del PEA que se lleva a cabo, el docente debe utilizar procedimientos de aprendizaje para que los estudiantes se apropien conceptualmente de las relaciones  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $=$ . Así deben llegar a aprehender el concepto de igualdad en Matemática en su sentido específico y absoluto; a utilizar las relaciones:  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $<$ ,  $>$  en las representaciones semióticas geométricas y las relaciones:  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $<$ ,  $>$  en las representaciones semióticas algebraicas.

En cuanto a la utilización de las relaciones:  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $<$ ,  $>$  en las representaciones semióticas geométricas, esta es requerida porque en los problemas de PL los estudiantes deben identificar la región que determina las expresiones:  $y = -x + 4$ ,  $y = x + 2$ ,  $y \geq 0$ ,  $x \geq 0$ , para representarlas en una semiótica gráfica; ejemplo:



Respecto al uso de las relaciones:  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $<$ ,  $>$  en las representaciones semióticas algebraicas, ella es necesaria a partir de su interacción directa con la anterior, ya que, para poder hacer la transferencia del registro algebraico al gráfico, del ejemplo anterior, se requiere que el estudiante interprete y use tales relaciones en representaciones semióticas algebraicas.

El proceso de *identificación-materialización semiótica algebraica de la función objetivo*, tiene como función que, desde el PEA, se logre que los estudiantes generalicen las relaciones funcionales en Matemática y diversifiquen las representaciones semióticas de dichas relaciones desde el dominio conceptual y operacional de las relaciones funcionales.

Desde este proceso se debe trabajar con las funciones y las relaciones funcionales como núcleo esencial del lenguaje matemático ya que, como el objeto de la Matemática es el estudio de las relaciones cualitativas y

cuantitativas entre los objetos y fenómenos de la realidad, es a través de las funciones que se expresan dichas relaciones.

Por otra parte, las referidas relaciones, expresadas mediante las funciones deben ser materializadas en una semiótica adecuada. Por lo que se debe lograr que los estudiantes se apropien de las relaciones funcionales y logren materializar, desde una perspectiva semiótica el lenguaje matemático. En ese orden, el docente debe utilizar procedimientos de aprendizaje para el trabajo con relaciones funcionales fuera de y en la Matemática y con relaciones funcionales definidas por más de un criterio.

Como parte del mismo, se deben asignar además problemas conminando a los estudiantes a que logren efectuar transferencias de registros semióticos de relaciones funcionales de registros literales a registros analíticos; efectuar transferencias de registros semióticos de relaciones funcionales de registros literales a registros gráficos y efectuar transferencias de registros semióticos de relaciones funcionales entre registros literales gráficos y analíticos.

La interacción de esas tres funciones conduce a que el estudiante muestre desempeños relacionados con evidencias que se vinculan a la transferencia del lenguaje literal al matemático y la materialización semiótica de este último, desde donde deben lograr un desarrollo cognoscitivo suficiente para identificar la función objetivo y materializarla en una semiótica adecuada.

El proceso de *articulación de los componentes del modelo de PL en una semiótica computarizable*, tiene como función que, desde el PEA, el docente implemente estrategias de aprendizaje para que los estudiantes interpreten las características del modelo de PL y logren el tránsito de lo general a lo singular en el modelo elaborado donde se ponga de manifiesto el dominio conceptual y operacional de la relación general-singular en Matemática.

Según los preceptos enunciados, el docente, desde una perspectiva didáctica, debe trabajar con los estudiantes en función de que estos:

- Se apropien del carácter absoluto de lo general en Matemática para garantizar que interpreten adecuadamente el concepto de lo general en Matemática, diferenciándolo de lo general en el lenguaje literal, donde ese concepto puede admitir ciertas excepciones. Se debe propiciar además que interioricen y utilicen la alternativa de refutar una proposición con un contraejemplo adecuado.
- Que lleguen a alcanzar el nivel de generalización; esto es, la representación singular de lo general. Proceso que cumple la función de que se propicie el desarrollo de la generalización teórica en su primer nivel, ya que en los modelos de PL resulta necesario poder expresar lo general en una semiótica singular. Por ejemplo, los números pares (lo general) se representan en una semiótica singular como:  $2n$
- Que interpreten la información cuantitativa del modelo de PL, la cual tiene como función que logren organizar la información cuantitativa de un

problema de PL de modo que, por una parte, identifiquen y clasifiquen los diferentes datos y, por otra, estén en condiciones de relacionarlos analíticamente.

De la correlación entre esos procesos se observa potencialmente la efectividad en la solución del problema de PL la cual se reafirma cuando el estudiante, una vez que se ha retroalimentado del proceso de modelar matemáticamente, en sentido general, lo que se fundamenta en el macroproceso “orientación didáctica hacia los precedentes generales de la modelación matemática”; y de haber aprehendido los desempeños inherentes a este macroproceso, será potencialmente efectivo en lo específico de la modelación de problemas de PL.

El macroproceso VALORACIÓN DIDÁCTICA DE DESEMPEÑOS DE LA MODELACIÓN DE PROBLEMAS DE PL, tiene como función, desde el PEA de la asignatura, que se logre la reflexión valorativa de los recursos personales y estratégicos de los estudiantes para la reconstrucción de estrategias en caso necesario y valorar integralmente la competencia modelar problemas de PL, lo cual debe traducirse en desempeños positivos no sólo en el PEA de la universidad; sino que, a través de ellos se ejercerán influencias verdaderas para el futuro ámbito profesional y social en general.

La integralidad de la valoración se puede asegurar a partir de la reflexión didáctica de los desempeños, en especial lo referido a lograr una intencionalidad, mediante procesos de aprendizaje y autoaprendizaje, hacia la valoración autoformativa respecto a los procesos metacognitivos que se suceden; los cuales, aun cuando no abarquen su totalidad respecto a la competencia modelar problemas de PL, deben ofrecer información esencial, caracterizadora y valorativa sobre esta como totalidad.

Los constituyentes de este macroproceso son los de reflexión didáctica sobre los criterios de desempeño, de orientación didáctica hacia las evidencias de desempeño y gestión de vías y procedimientos de evaluación desde donde es posible observar el equilibrio formativo-autoformativo de la evaluación de la competencia (Fig.4).

Desde el proceso *reflexión didáctica sobre los criterios de desempeño* se pretende que se asignen problemas para que los estudiantes reflexionen acerca de los procesos constitutivos inmersos en la competencia; y que vayan sistematizándolos e integrándolos en la práctica. De ese modo el docente debe delimitar los recursos que debe utilizar el estudiante cuando lleva a cabo la modelación del problema de PL; en él se articulan de forma sistémica los macroprocesos anteriores, a través de la realización de problemas que es el medio fundamental de aprendizaje y en él se imbrican múltiples tareas y actividades.

Para la competencia que ocupa el artículo, los desempeños constituyen una “síntesis” de las fases, etapas o momentos propuestos por diversos autores de los cuales se logró sistematizar aquellos procesos esenciales de base para

caracterizar la estructura de la competencia objeto de atención (Manzueta, Machado y Blanco 2018 a, b) y que se detallan en el próximo proceso.

El proceso *orientación didáctica hacia las evidencias de desempeño*, tiene como función delimitar, mediante la asignación de problemas de PL, las acciones concretas que tienen como objetivo que los estudiantes identifiquen los aspectos esenciales y singulares en la manera de llevar a cabo los procesos con calidad. Es necesario explicar que, entre los desempeños declarados y las evidencias existen relaciones unívocas; pero en los primeros estas se integran nuevamente para formar constructos observables desde la realidad.

De ese modo la competencia cuenta con el conjunto de evidencias asociadas a sus desempeños:

DESEMPEÑO: Reconocer e identificar la situación problémica de PL a modelar.

- Focaliza y filtra la información de la situación, definiendo los aspectos cognitivos que rigen el problema.
- Expresa leyes o propiedades, teorías y conceptos inmersos en la situación objeto de trabajo.

DESEMPEÑO: Formular la situación-problémica (matematización).

- Reconoce la estructura matemática presente en una situación problemática de la realidad.
- Utiliza ecuaciones y/o relaciones matemáticas, identificando para ello las variables, parámetros y los supuestos a que haya lugar.
- Define el problema estableciendo objetivos.

DESEMPEÑO: Resolver con mediación de los asistentes matemáticos el problema de PL en términos del modelo.

- Clasifica las informaciones (relevantes y no relevantes) identificando los hechos involucrados.
- Decide los factores a ser tomados en cuenta estableciendo hipótesis.
- Generaliza y selecciona variables relevantes.
- Selecciona símbolos apropiados para las variables.
- Calcula, resuelve ecuaciones, extrae información de tablas o gráficas, ejecuta algoritmos, busca analogías, realiza inferencias, desarrolla procedimientos conceptuales.
- Describe las relaciones que se establecen en términos matemáticos.

DESEMPEÑO: Interpretar el escenario de aplicación del modelo teniendo en cuenta las restricciones.

- Compara el modelo con la situación real analizando resultados obtenidos.

- Verifica si las respuestas alcanzadas son correctas, adecuadas o no, y además si se generan soluciones no previstas.

DESEMPEÑO: Validar la representación mental de la situación en el modelo real.

- Analiza y explica el modelo real.
- Contrasta los resultados con el modelo real.
- Determina el valor y pertinencia del modelo.

Toma decisiones para reelaborar el modelo en caso necesario.

DESEMPEÑO: Socializar los resultados de la modelación.

- Argumenta el proceso y resultados.
- Genera recomendaciones a partir de la solución del problema.

El proceso *gestión de vías y procedimientos de evaluación*, tiene como función la determinación de los instrumentos y medios que pueden servir para la valoración y dirección del aprendizaje de la competencia en cuestión, donde se tenga en cuenta el tipo de profesional que se forma. Esto es así, porque una competencia, aun siendo genéricamente la misma, difiere en su formación, desarrollo y valoración a partir de la especificidad de la carrera o especialidad que se estudia; Vb. modelar problemas de PL. También facilita dilucidar las maneras en que la misma tendrá lugar.

Por dicha razón, se propone la utilización de “problemas de PL”, los cuales agrupan dentro de sí diversas vías a través de donde es posible valorar el grado de desarrollo de la competencia; por ejemplo, listas de control, listas de cotejo, entrevistas, cuestionarios, lluvias de ideas, etc.; según sea el caso; la especificidad de lo que se desea evaluar y obviamente, las características del profesional en formación.

El macroproceso denota cualitativamente un equilibrio formativo-autoformativo de la evaluación, respecto al desarrollo de la competencia en cuestión trata de lograr la armonía entre los desempeños que se establecen, sus evidencias y las vías que se siguen para la valoración y dirección del aprendizaje; en dependencia del especialista que se forma.

Como resultado de las relaciones que se establecen entre los macroprocesos argumentados puede llegarse a observar en el estudiante, como resultado, que este logre APREHENDER de manera sistematizada el proceso de modelación de problemas de PL, lo cual señala la asimilación y apropiación consciente de la competencia objeto de atención en tanto fenómeno cultural y complejo y la cual se refleja en la comunicación, donde se comparten y enriquecen experiencias y se ajusta organizadamente y se consolida el desarrollo de una manera crítica y reflexiva, sobre procesos asociados a la competencia en cuestión.

Dicha aprehensión involucra, como resultado, los desempeños y evidencias dirigidos de modo global a la búsqueda de las relaciones, los procesos, causas, consecuencias, historia, alcances, efectos y significados de la práctica de la modelación de problemas de PL, teorizando sobre esta; y desde la integración del sistema de conocimientos, habilidades, valores, la metacognición y la motivación hacia la solución de los problemas del contexto de manera reflexiva y motivada.

## CONCLUSIONES

El modelo conceptual posee, en última instancia, un carácter autoformativo, que brinda retroalimentación en torno a las fortalezas y aspectos a mejorar, tiene en cuenta tanto el proceso como los resultados de aprendizaje. Permite determinar el grado en el cual el estudiante conoce o modela un problema de PL con el fin de que pueda reconstruir sus estrategias para trascender a contextos diversos.

La complejidad de la integración de los macroprocesos, es lo que determina el nivel de desarrollo de la competencia modelar problemas de PL, ya que cuando ella ha alcanzado un alto grado de desarrollo, es porque se ha logrado una consistencia en la complejidad de las relaciones entre las dimensiones que dan solidez a la manera concreta de comportarse el estudiante en un determinado entorno.

Por lo anterior, es de suma importancia señalar que, entre los macroprocesos orientación hacia los precedentes generales de la modelación matemática y el de contextualización didáctica de la modelación de problemas de PL, existe una estrecha relación y dependencia desde la perspectiva de la Matemática; pues este último asume procesos generales del primero para lograrse concretar. No obstante, se justifica la presencia de ambos, desde una perspectiva didáctica en última instancia ya que es preciso, desde el PEA de la asignatura Investigación de Operaciones trabajar, en primer lugar para crear condiciones y retroalimentar a los estudiantes sobre procesos de la modelación que si bien fueron trabajados en la clase desde niveles anteriores, estos no han sido sistematizados convenientemente como base procedimental; todo lo cual, de lograrse, facilita la ejecución de procesos y particularidades específicas de la PL presentes en el de contextualización didáctica.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Billing, D. (2007). Teaching for transfer of core/key skills in higher education. USA: *Cognitive skills. Higher Education*, 53(6), pp. 483-516.
- D'Amore, B., Godino, J. y Fandiño, M. I. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Magisterio.
- Fandiño, M. (2006). *Currículo, evaluación y formación docente en matemática*. Bogotá, Editorial Magisterio.
- García, G. et al (Coord.) (2012). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Colombia: Tomado de: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

González, I. (2006). *Dimensiones de la evaluación en el Espacio Europeo de Educación Superior*. España. Paidós.

Laborde, C. (2003). *¿Por qué la tecnología es hoy indispensable en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?* En: Jiménez, J., et al (Eds.), *Antología de lecturas, El uso del sistema de cómputo simbólico Voyage 200 como recurso didáctico*. Hermosillo, Sonora: Departamento de Matemáticas. Universidad de Sonora, pp. 115-127.

Machado, E. (2008). *Textos y contextos de la investigación educativa*. Ciudad de La Habana: Editorial Universitaria. ISSN: 1609-4808. Tomado de: <http://cvi.mes.edu.cu/peduniv/index.php/peduniv/article/view/435>

Machado; E.; Montes de Oca, N. y Mena, A. (2008). El desarrollo de habilidades investigativas como objetivo educativo en las condiciones de la universalización de la educación superior. La Habana: *Revista Pedagogía Universitaria*. Vol. XIII, No. 1.

Machado; E. y Montes de Oca, N. (2009a). Las habilidades investigativas y la nueva Universidad: Terminus a quo a la polémica y la discusión. Camagüey: *Hum. Med.* v.9 n.1 ene.-abr.

Machado; E. y Montes de Oca, N. (2009b). El desarrollo de habilidades investigativas en la educación superior: un acercamiento para su desarrollo. Camagüey: *Hum. Méd.* vol.9, no.1 ene-abr.

Machado; E. y Montes de Oca, N. (2009c). El desarrollo de habilidades investigativas en la educación superior: la solución de problemas profesionales. Camagüey: *Hum. Méd.* vol.9, no.2, may-jun.

Machado; E. y Montes de Oca, N. (2009d). El desarrollo de habilidades investigativas en la educación superior: la solución de problemas y el eslabón gestionar información. Camagüey: *Hum. Méd.* vol.9, no.2, may-jun.

Machado; E. y Montes de Oca, N. (2009e). El desarrollo de habilidades investigativas en la educación superior: ABSTI. Camagüey: *Hum. Méd.* vol.9, no.3, jul-dic.

Machado; E. y Montes de Oca, N. (2009f). El desarrollo de habilidades investigativas en la educación superior: otros eslabones de la habilidad solucionar problemas. Camagüey: *Hum. Méd.* vol.9, no.3, jul-dic.

Machado, E. (2017). La enseñanza y el aprendizaje de la investigación como modo de actuación en la universidad. Camagüey: *Transformación*. No.5 vol. 3.

Manzueta, J., Machado, E. y Blanco, R. (2018a). El desarrollo de la competencia modelar problemas de programación lineal como requisito en la formación del ingeniero informático. Ecuador: *Revista Mikarimin*. Vol. IV, No. 3, Sep.-Dic. ISSN 2528-7842.

Manzueta, J., Machado, E. y Blanco, R. (2018b). Debates y perspectivas del proceso de formación y desarrollo de las competencias matemáticas en las carreras de ingeniería. Las Tunas: *Revista Didasc@lia*. Vol. IX, No. 4 de Oct-Dic.

Manzueta, J. (2019). *Estrategia didáctica para el desarrollo de la competencia modelar problemas de programación lineal en estudiantes de la carrera de Ingeniería Informática*. Camagüey: Tesis doctoral [en proceso de defensa].

Rodríguez, J. (2013). *Una propuesta metodológica para la utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas*. La Habana: Tesis doctoral.

Rodríguez, R. y Bourguet, R. (2015). Identifying modeling practices through differential equations and simulation. Seattle: Ponencia presentada en la 122nd SEES Annual



Conference-Exposition “Building bridges between mathematics and engineering”, June.  
*Tomado de: <https://www.asee.org/public/conferences/56/papers/13153/view>*

Saucedo, R. (2005). La exploración de una ecuación diferencial con la ayuda de Voyage 200 y el CBL; un trabajo experimental. *Revista Innovaciones Educativas*, Vol. 7, pp. 10-11.

Tobón, S. (2014a). *Formación integral y competencias: Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación*. Bogotá: Ecoe ediciones Ltda.

Vanegas, Y. y Escobar, P. (2007). Hacia un currículo basado en competencias: el caso de Colombia. Colombia: *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO*. Año XIII, núm. 46.

