View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Journal System Lembaga Penerbitan Bina Patria

STUDI KASUS TENTANG KEMAMPUAN ANALISIS MAHASISWA PADA KONSEP HARGA MUTLAK

Oleh
Ida Bagus Ketut Perdata[1)] & I Gusti Ngurah Nila Putra[2)]
[1,2] Dosen di Prodi Matematika FKIP Unmas Denpasar

Abstract

This research is about case study which aimed to describe the ability of analysis thinking of student on absolute value concept. The ability data of analysis tinking student is collected by using essay test technic. The assessment of the answer test is corrected by using rubric assessment of analysis tinking ability. Facted, the obtaining score of student was 6 from 20 maximal ideal. Therefore, the conclution of the ability of analysis tinking of student is 30%. This ability is very poor level. The causing of this poor level is guessed from internal factor in the form of lagging perceptual span so that the information process become uncomplete, and from the external factor in the form of interference learning environments.

Key Words: case study, ability of analysis tinking, very poor.

PENDAHULUAN

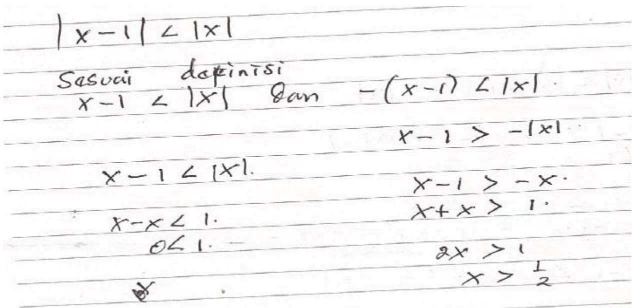
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Unmas Denpasar adalah program studi pendidikan yang bertujuan untuk menghasilkan sarjana pendidikan matematika yang mempunyai kompetensi profesional, kompetensi pedagogik, kompetensi kepribadian dan kompentensi sosial. Untuk mencapai empat kompetensi itu, telah dilaksanakan berbagai upaya perbaikan seperti penyempurnaan kurikulum, penyusunan profil lulusan, standar kompetensi lulusan, capaian pembelajaran lulusan dari setiap mata kuliah melalui kegiatan *workshop* penyusunan kurikulum berbasis KKNI. Untuk mencapai kompetensi profesional yaitu kompetensi menguasai bahan ajar matematika telah ditetapkan kelompok mata kuliah keilmuan dan keahlian dimana salah satunya adalah mata kuliah analisis real.

Salah satu capaian pembelajaran lulusan dari mata kuliah analisis real adalah mahasiswa dapat menyusun pembuktian pernyataan baik berupa sifat-sifat, teorema, *corollary* atau *lemma* serta dapat menerapkannya dalam pemecahan masalah dengan kemampuan minimal pada katagori cukup atau nilai C (55-69) (BAAK-PSI Unmas,2016:35). Namun kenyataannya banyak mahasiswa tidak mencapai kemampuan minimal ini meskipun sudah menempuh lebih dari satu semester. Hal ini tidak mengherankan, karena sudah disadari oleh mahasiswa bahwa mata kuliah analisis real adalah salah satu mata kuliah yang memerlukan kemampuan berpikir relatif lebih tinggi.

Ketidaktercapaian nilai minimal ini tentu menunjukkan adanya indikator bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami atau memaknai maksud dari materi kuliah analisis real; khususnya pada pokok bahasan harga mutlak. Berdasarkan hasil pengamatan dan hasil evaluasi proses perkuliahan analisis real diketemukan fakta bahwa: (1) aktivitas perkuliahan dengan metode ekspositori tidak dapat berjalan sesuai dengan harapan. Terutama pada tahapan memahami konsep yaitu definisi, sajian bukti teorema, dan penerapan pemahaman dalam pemecahan masalah tidak berlangsung dengan efektif. (2) bila digunakan pendekatan pembelajaran saintifik; aktivitas perkuliahan dengan pendekatan saintifik juga tidak berjalan efektif. Terutama, diawali pada tahapan menanya, tahapan mengumpulkan data, menalar yang kemudian kelihatan sekali semuanya itu pada tahapan mengkomunikasikan. (3) Hal hasil belajar dari kedua pendekatan di atas menunjukkan bahwa kemampuan menganalisis dalam membuktikan dan menerapkan teorema masih kurang.

Indikator kemampuan mahasiswa dalam menganalisis persoalan dan mencari jawaban masih kurang bahkan sangat kurang, ditunjukkan dengan adanya jawaban seoarang mahasiswa (wakil sebagai kasus) atas soal yang disajikan sebagai berikut. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $|x-1| < |x|\ dimana\ x \in R$. Jawaban mahasiswa adalah $x > \frac{1}{2}$ setelah dilakukan pemecahan berdasarkan definisi dan proses perhitungan yang ia ketahui seperti di bawah ini (kasus 1).

Kasus 1.



Jawaban mahasiswa tersebut tidak salah, namun setelah diperiksa algorithma penyelesaian masalahnya, nampak tidak logik prosedural atau tidak aksiomatis. Dimana tidak dianalis persoalan tersebut berdasarkan definisi harga mutlak secara utuh. Sehingga jawaban mahasiswa tersebut seperti ada usaha-usaha mencocokan, mengusahakan atau berifat memamksa, dan bahkan nampak seperti kebetulan. Oleh karena itulah peneliti tertarik untuk meneliti tentang sejauh mana kemampuan analisis mahasiswa pada materi harga mutlak berdasarkan definisi harga mutlak dalam menyelesaikan pertidaksamaan harga mutlak. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui sejauh mana kemampuan analisis mahasiswa dalam menyelesaikan pertidaksamaan harga mutlak dengan menggunakan definisi dan penyebab kelemahan kemampuan analisis mahasiswa. Penelitian ini bermanfaat untuk mengambil kebijakan dalam rangka memperbaiki dan meningtkatkan proses dan hasil belajar pendidikan matematika, khususnya pada mata kuliah analisis real.

LANDASAN TOERI

1. Kemampuan Analisis.

Kemampuan analisis yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan berpikir analisis pada mata kuliah analisis real. Kemampuan ini merupakan kemampuan menalar secara gaya deduktif dan induktif sebagai bagian dari "*the way of thinking*". Menurut Bloom, dkk (1956) tujuan pendidikan dibagi menjadi tiga domain/ranah yaitu ranah: kognitif, afektif dan psikomotorik. Ranah kognitif adalah ranah dari kemampuan intelektual (*intellectual behaviors*) atau kemampuan berpikir. Kemampuan berpikir seseorang diklasifikasikan dalam enam tingkatan yaitu: mengingat (C.1), memahami (C.2), menerapkan (C.3), analisis (C.4), sintesis (C.5) dan Evaluasi (C.6). Kemampuan mengingat, memahami dan menerapkan adalah kemamuan berpikir lebih rendahan jika dibandingan dengan kemampuan analisis, sintesis dan evaluasi. Kemampuan akan mengingat fakta-fakta, peristilahan; memahami konsep-konsep dan prinsip, serta dapat menerapkan dalam suatu prosedur kerja sangat diperlukan dalam kemampuan analisis. Oleh karena itu kemampuan berpikir analisis merupakan kemampuan berpikir tingkat tinggian dan sudah tentu harus melalui pengalaman kemampuan berpikir tingkat rendahan dalam pelaksanaannya.

Kemampuan analisis (C.4) adalah kemampuan berpikir untuk merinci atau menguraikan suatu masalah menjadi bagian-bagian lebih kecil (komponen), dan mampu untuk memahami hubungan diantara bagian-bagian tersebut. Bentuk alur pemecahan masalah adalah menguraikan, kemudian meneliti, mengkaji, menyusun kembali bagian-bagian tersebut menjadi satu kesatuan sehingga merupakan penyelesaian akhir. Kemampuan analisis terdiri atas:

a. kemampuan analisis terhadap elemen adalah kemampuan untuk mengidentifikasi unsur-unsur yang terkandung dalam suatu hubungan (C.4.1).
b. kemampuan analisis terhadap hubungan adalah kemampuan berpikir untuk dapat mengecek ketepatan hubungan dan interaksi antara unsur-unsur dalam soal, kemudian membuat keputusan sebagai penyelesaiannya (C. 4.2).
c. kemampuan analisis terhadap aturan adalah kemampuan berpikir untuk mampu menganalisis tentang: pengorganisasian, sistematika, dan struktur yang ada hubungannya satu sama lain. Misalnya kemampuan mengorganisasi kembali bentuk dan aturan-aturan tertentu yang ada hubungannya dengan teknik yang digunakan dalam penyelesaian soal (C.4.3).

Mampu menyelesaikan soal/masalah merupakan wujud dari kemampuan berpikir analisis. Kemampuan analisis dari C.4.1 sampai dengan C.4.3 merupakan kemampuan berpikir yang bersifat kontinu dan betingkat. Artinya kemampuan berpikir tingkat C.4.3 dapat dilakukan dengan baik bila kemampuan C.4.2.dan C.4.1 sudah dimiliki. Bila kemampuan berpikir analisis pada tingkat C.4.1 masih lemah/rendah atau salah maka berakibat salah juga pada kemampuan berpikir analsis yang lebih tinggi. Oleh karena itu bila mahasiswa (seseorang) sudah memiliki ketiga kemampuan tersebut secara runtut dan sistematis maka tentulah dapat menyelesaikan masalah yang dihadapi. Berarti pula orang itu sudah memiliki kemampuan analisis yang sangat tinggi. Bila sebagian saja, maka tentu kemampuan analisisnya (misalnya) dapat dikatagorikan menjadi tinggi, sedang, rendah/lemah, atau sangat lemah/rendah sekali. Tingkat kemampuan berpikir analisis dapat dilihat dari lengkap dan tepatnya langkah-langkah penyelesaian suatu masalah sebagai berikut.

(i) Identifikasi masalah
(ii) Pemilihan satu atau lebih rumus atau konsep yang digunakan dalam penyelesaian masalah
(iii) Proses perhitungan atau agorithma
(iv) Kesimpulan jawaban
(v) Pengujian jawaban

2. Konsep Harga Mutlak

Konsep harga mutlak merupakan konsep yang sangat penting terutama dalam analisis karena menjadi dasar untuk mempelajari definisi konsep limit. Menurut (Golberg,1976:29) "*The concept of limit is one of the most important (and conceivably the most difficult) in analysis"*. Defintion. Let $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ *be a sequence of real numbers. We say that* s_n *approaches the limit L* (as $n\ approaches\ infinity$), *if for every* $\varepsilon > 0$ *there is positive interger N such that* $|s_n - L| < \varepsilon$. Juga menjadi dasar pendefinisisan limit fungsi yaitu: *we say that* $f(x)$ *approsches L (where* $L \in R$) *as* x *approsches* a *if given* $\varepsilon >$ 0, *there exists* $\delta > 0$ *such that* $|f(x) - L| < \varepsilon$ $(0 < |x - a| < \delta)$ (Golberg,1976:108). Bahkan definisi limit pada analisis variabel kompleks (Sari, 2017:21) dan analisis pada fungsi vektor juga didasari atas konsep harga mutlak (Purcell dan Varberg alih Bahasa oleh Susila, Kartasasmita dan Rawuh, 1991:159). Perlu dicatat bahwa pada konsep limit, konsep pertidaksamaan harga mutlak menjadi dasar pendefinisian limit tersebut. Berkaitan dengan konsept harga mutlak tersebut di bawah ini disajaikan definisi dari harga mutlak tersebut.

Definition. If $a \in R$ *, the absolute value of* a, *denoted by* $|a|$, *is defined by*

$$|a| := a \ \ if\ a \geq 0$$
$$:= -a \ \ if\ a < 0$$

(Bartle dan Sherbart, 1982:41)

Dalam variabel $x \in R$ definisi di atas dapat disajikan sebagai berikut. Definisi jika $x \in R$, maka harga mutlak dari x dinotasikan dengan $|x|$, didefinisikan dengan**:**

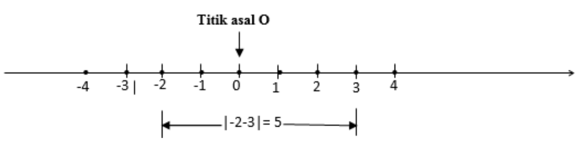
$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

Pengertian dari definisi di atas adalah bila $x \in R$, maka $|x| = x$ jika $x \geq 0$ **atau** $|x| = -x$ jika $x < 0$. Pernyataan ini equivalen juga dengan $|x| = x$ dengan syarat $x \geq 0$, atau $|x| = -x$ dengan syarat $x < 0$. Contoh: $|3| = 3$ karena $3 \geq 0$ dan $|-5| = -(-5) = 5$ karena $-5 < 0$. Definisi di atas dapat juga dinyatakan dengan:

$|x| = \begin{cases} x & ,x > 0 \\ -x & ,x \leq 0 \end{cases}$ atau $|x| = \begin{cases} x & ,x \geq 0 \\ -x & ,x \leq 0 \end{cases}$

atau $|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

Mudah dipahami bahwa harga mutlak dari bilangan real selalu bernilai positif atau nol. Sedangkan interpretasi geometris dari sistem bilangan real adalah garis lurus ($R_1 = ruang\ berdimensi\ 1$) yang sering disebut dengan garis real. Berkaitan dengan interpretasi geometris ini, maka harga mutlak $|a|$ dari $a \in R$ adalah jarak $|a|$ satuan dari titik asal O. Secara umum jika $a\ dan\ b\ di\ R$, maka jarak antara $a\ dan\ b$ adalah $|a - b|$. Perhatikan gambar di bawah ini dimana $a = -2\ dan\ b = 3$.



Gambar 1. Jarak antara $a = -2\ dan\ b = 3$

3. Contoh Analisis Definisi Harga Mutlak Pada Suatu Teorema.

Suatu teorema dalam matematika wajib untuk dibuktikan kebenarannya. Untuk membuktikan kebenaran teorema harus dibuktikan berdasarkan kebenaran sebelumnya. Kebenaran sebelumnya itu bisa berupa definisi, aksioma atau pernyataan lain yang sudah dipandang benar. Di bawah ini akan disajikan contoh membuktikan suatu teorema yang didasarkan atas definisi sebelumnya dan dilakukan secara terinci atau analisis.

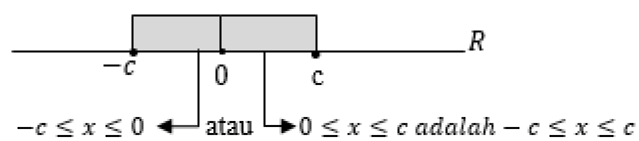
Teorma: Jika $c > 0, maka\ |x| \leq c\ jhj - c \leq x \leq c$

Bukti:

$(i). (\Longrightarrow).\ Jika\ |x| \leq c\ maka - c \leq x \leq c$ …… (Identifikasi masalah. Masalahnya adalah pernyataan dalam bentuk be-implikasi yang dipecah menjadi dua implikasi. C.4.1). Menurut defnisi $|x| = x, bila\ x \geq 0$ $\boldsymbol{atau} - x,\ bila\ x < 0$……(analisis terhadap elemen yang ada pada pernyataan/hubungan berdasarkan definisi. C.41).

Oleh karena itu jika $|x| \leq c$, maka $x \leq c\ dan\ x \geq 0$ ……….(1), ***atau*** $-x \leq c\ dan\ x \leq 0$, …..........(2) (analisis terhadap ketepatan hubungan antar unsusr-unsur yang ada pada soal. C.4.2). Selanjutnya ari (1) dan (2) diperoleh: $x \leq c\ dan\ x \geq 0$ $\boldsymbol{atau}$ $x \geq -c\ dan\ \ x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq c$ atau $-c \leq x \leq 0$……….(C.4.2) dan proses perhitungan. Karena $c > 0$, maka dengan bantuan aljabar himpunan dan aljabar logika diperoleh:

$\{x \in R|0 \leq x \leq c\} \cup \{x \in R|-c \leq x \leq 0\} = \{x \in R|-c \leq x \leq C\}$. ....(kemampuan analisis mengorganisasi kembali bentuk dan aturan-aturan tertentu yang ada hubungannya dengan teknik yang digunakan dalam penyelesaian soal. (C.4.3)).



Oleh karena itu berdasarkan analisis (C.4.1), (C.4.2) dan (C.4.3) serta bantuan interpretasi geometrisnya maka diperoleh nilai x yang memenuhi adalah $-c \leq x \leq c$. Jadi $jika\ |x| \leq c\ maka - c \leq x \leq c$ (C.4.3).

(ii). $(\Longleftarrow)$. Jika $-c \leq x \leq c$, maka $|x| \geq c$. Karena $-c \leq x \leq c$ maka $-c \leq x\ dan\ x \leq c$ ……. (identifikasi masalah bagian ke dua. C.4.1). Jika $-c \leq x\ dan\ x \leq c$ maka $-c \leq x\ \leq 0\ dan\ 0 \leq x \leq c \Leftrightarrow -c \leq x\ dan\ x \leq 0$ $\boldsymbol{atau}$ $0 \leq x\ dan\ x \geq c$ ………(C.4.2). Pernyataan ini dapat ditulis dalam bentuk $-x \leq c$ dengan syarat $x \leq 0$ $\boldsymbol{atau}$ $x \geq c$ dengan syarat $x \geq 0$. ………..(C.4.3). Sesuai dengan definisi harga mutlak maka pernyataan

dapat dinyatakan dengan $|x| \leq c$. Jadi dapat disimpulkan jika $-c \leq x \leq c$, maka $|x| \geq c$…(C.4.3).
Berdasarkan paparan bukti pada (i) dan (ii) dapat disimpulkan teorema di atas yaitu: $jika\ c > 0, maka\ |x| \leq c\ jhj - c \leq x \leq c$……. (C.4.3).

METODE PENELITIAN.

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan analisis mahasiswa pada penerapan definisi konsep harga mutlak. Penelitian ini dilakukan pada mahasiswa semester IV Program Studi Pendidikan Matematika Tahun Ajaran 2017/2018 yang mengikuti perkuliahan analisis real. Data yang dikumpulkan adalah data kemampuan analisis mahasiswa pada pokok bahasan harga mutlak. Teknik pengumpulan datanya adalah teknik tes dengan bentuk soal tes uraian. Jumlah tes hanya satu item tes karena hanya ingin mencari kemampuan analisis pada penerapan definisi. Teknik analisis data menggunakan teknik statistik deskriptif. Caranya adalah: jawaban mahasiswa/kasus akan diskor berdasarkan tingkat kemampuan analisis C.4.1, C.4.2, dan C.4.3. Kemudian skor kemampuan analisis kasus akan dikonversi kenilai dalam skala 100 dengan penilaian norma absolut. Selanjutnya nilai kemampuan analisis mahasiswa akan digolongkan dalam skala lima mengikuti pedoman tabel atau rubrik di bawah ini.

Indikator dan Deskriptor Kemampuan analisis.

1. Indikator: kemampuan analisis terhadap elemen. Deskriptor: kemampuan untuk mengidentifikasi unsur-unsur yang terkandung dalam suatu hubungan (C.4.1). Rentangan skor.
   - 0 = tak melakukan identifikasi
   - 1 = melakukan identifikasi tapi sangat kurang dan salah
   - 2 = melakukan identifikasi sebagian kecil betul, tapi sebagian masih salah
   - 3 = melakukan identifikasi sebagian besar dan betul tapi masih ada kesalahan
   - 4 = melakukan identifikasi lengkap dan betul
2. Indikator: kemampuan analisis terhadap hubungan. Deskriptor: kemampuan berpikir untuk dapat mengecek ketepatan hubungan dan interaksi antara unsur-unsur dalam soal, kemudian membuat keputusan sebagai penyelesaiannya (C. 4.2). Rentangan skor.
   - 0 = tak melakukan interaksi hubungan antar unsur-unsur
   - 1 = melakukan interaksi hubungan antar unsur-unsur tapi semuanya tidak tepat
   - 2 = melakukan interaksi hubungan antar unsur-unsur tapi sebagian kecil saja yang tepat
   - 3 = melakukan interaksi hubungan antar unsur-unsur sebagian besar sudah tepat
   - 4 = melakukan interaksi hubungan antar unsur-unsur sudah lengkap dan tepat.

3. Indikator: kemampuan analisis terhadap aturan. Deskriptor: kemampuan berpikir untuk mampu menganalisis tentang pengorganisasian hubungan satu sama yang lain (C.4.3). Rentangan skor.
   - 0 = tak melakukan pengorganisasian yang ada hubungannya satu sama lain
   - 1 = melakukan pengorganisasian hubungan satu sama lain tapi semuanya tidak tepat
   - 2 = melakukan pengorganisasian hubungan satu sama lain tapi sebagian kecil saja yang tepat
   - 3 = melakukan pengorganisasian hubungan satu sama lain sebagian besar sudah tepat
   - 4 = melakukan pengorganisasian hubungan satu sama lain sudah lengkap dan tepat.

4. Indikator: kemampuan analisis terhadap aturan. Deskriptor: kemampuan berpikir untuk mampu menganalisis tentang sistematika (C.4.3). Rentangan skor.
   0 = tak melakukan sistematika hubungan
   1 = melakukan sistematika hubungan satu sama lain tapi semuanya tidak tepat
   2 = melakukan sistematika hubungan satu sama lain tapi sebagian kecil saja tepat
   3 = melakukan sistematika hubungan satu sama lain sebagian besar sudah tepat
   4 = melakukan sistematika hubungan satu sama lain sudah lengkap dan tepat

5. Indikator: kemampuan analisis terhadap aturan. Descriptor: kemampuan berpikir untuk mampu menganalisis tentang struktur yang ada hubungannya satu sama lain (C.4.3). Rentangan skor.
   0 = tak melakukan struktur hubungan satu
   1 = melakukan struktur hubungan satu sam
   2 = melakukan struktur hubungan satu sam
   3 = melakukan struktur hubungan satu sa tepat
   4 = melakukan struktur a hubungana sa tepat/betul.

Berdasarkan rubrik penkoran di atas kemudian dihitung skor perolehan kemampuan analisis mahasiswa. Selanjutnya ditetapkan kemampuan analisisnya dengan rumus:

$$\mathrm{N} = \frac{\sum x}{\sum n} \times 100\%$$

Keterangan: $\mathrm{N} =$ kemampuan analisis
$\sum x =$ skor perolehan, $\sum n =$ skor maksimal ideal $= 20$
Keputusan nilai kemampuan analisis didasarkan atas tabel rujukan di bawah ini.
Tabel 1. Rujukan Kemampuan Analisis.

Nilai %	Katagori Nilai	Kualifikasi
0 – 40	E	Sangat-sangat rendah/lemah
40 – 54	D	Sangat rendah/lemah
55 – 69	C	Sedang
70 – 84	B	Tinggi
85 – 100	A	Sangat tinggi

(BAAK-PSI Unmas Denpasar,2016:35)
Beradasarkan tabel di atas maka kemampuan analisis mahasiswa dapat ditentukan. Sebagai contoh bila nilai 56 dalam skala 100 atau persentilnya 56% maka kemampuan analisis bernilai C dengan kualifikasi kemampuan analisis sedang.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian.

Adapun tes yang digunakan untuk mengumpulkan data dalam penelitian adalah tes uraian dengan pertanyaan sebagi berikut. Soal. Tentukan nilai $x \in R$ yang memenuhi pertidaksamaan $|x-1| < |x|$. Jawaban yang diberikan oleh mahasiswa/kasus adalah sebagai berikut.

$x-1<\|x\|$	dan	$-(x-1)<\|x\|$	....	Langkah (1).
$x-1<\|x\|$		$x-1>-\|x\|$	....	Langkah (2).
$x-x<1$		$x-1>-x$	....	Langkah (3).
$0<1$		$x+x>1$	....	Langkah (4).
		$2x>1$	....	Langkah (5).
		$x>\frac{1}{2}$	....	Langkah (6).
		$x>\frac{1}{2}$	....	Langkah (7).

Berdasarkan tujuh langkah penyelesaian dari jawaban mahasiswa di atas, disimpulkan nilai x yang memenuhi pertidaksamaan harga mutlak $|x-1| < |x|$ adalah $x > \frac{1}{2}$. Di lihat dari jawaban akhir ini (langkah (7)) jawaban mahasiswa tidak salah. Sebab, nilai x yang memenuhi adalah memang $x > \frac{1}{2}$. Tapi bila dilihat dari proses perhitungan langkah demi langkah nampak tidak berdasarkan definisi harga mutlak secara lengkap sehingga penurunan perhitungan menjadi salah juga. Langkah perhitungan dari (1) sampai dengan (7) menunjukkan kemampuan analisis mahasiswa masih rendah.

Di bawah ini akan dibahas dimana letak kelemahan analisis mahasiswa tersebut.

Pembahasan

Pada bagian pembehasan ini akan dibahas langkah demi lngkah dari jawaban mahasiswa sebagai berikut.

Langkah (1) dari jawaban mahasiswa.

$x-1<|x|$ dan $-(x-1)<|x|$ …….. Langkah (1). Pada langkah (1) ini mahasiswa sudah ada melakukan identifikasi unsur-unsur tapi baru sebagian kecil saja yang betul. Penggunaan konjungsi (kata "dan") pada langkah (1) sangat salah. Seharusnya kata yang dipakai adalah "atau" (disjungsi). Oleh karena itu skor yang diperoleh mahasiswa adalah, $\boldsymbol{X}=\mathbf{2}$. Di samping melakukan identifikasi juga sudah melakukan interaksi hubungan antar unsur-unsur tapi semuanya tidak tepat/betul. Letak dan sifat kesalahannya adalah pada memahami makna definisi tidak secara lengkap dan utuh. Seharusnya, menurut definisi dapat diidentifikasi unsur-unsur yang ada pada soal di atas seperti berikut:

$$|x-1|=\begin{cases} x-1, & x-1\geq 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(i) \\ -(x-1), & (x-1)<0 \ldots\ldots(ii) \end{cases}$$

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(iii) \\ -x, & x<0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(iv) \end{cases}$$

Langkah 2 dari jawaban mahasiswa.

$x-1<|x|$ $(x-1)<-|x|$ ………… langkah (2). Pada langkah (2) mahasiswa melakukan interaksi hubungan antar unsur-unsur yang diturunkan dari langkah (1), tapi semuanya tidak tepat. Juga, karena kedua pernyataan tidak dihubungkan dengan menggunakan disjungsi sehingga tidak terjadi penurunan pernyataanaan yang equivalen. Tindakan yang ceroboh. Oleh karena itu skor yang diperoleh mahasiswa adalah, $\boldsymbol{X}=\mathbf{1}$. Seharusnya, berdasarkan "identifikasi" itu kemudian di buat hubungan unsur-unsur dengan memperhatikan hubungan yang ada pada soal sebagai berikut:

a. $x-1<x,$ dengan syarat $x-1\geq 0$ dan $x\geq 0$ yang diperoleh dari berpikir menghubungkan (i) dan (iii). Kemudian menulis secara lebih singkat yaitu: $x-1<x,\ x-1\geq 0$, $x\geq 0$. Atau:
b. $x-1<-x,$ dengan syarat $x-1\geq 0$ dan $x<0$ yang diperoleh dari berpikir menghubungkan (i) dan (iv). Kemudian menulis secara lebih singkat yaitu: $x-1<-x,\ x-1\geq 0$, $x<0$. Atau:
c. $-(x-1)<x,$ dengan syarat $(x-1)<0$ dan $x\geq 0$ yang diperoleh dari berpikir menghubungkan (ii) dan (iii). Kemudian menulis secara lebih singkat yaitu: $-(x-1)<x,\ (x-1)<0$, $x\geq 0$. Atau:
d. $-(x-1)<-x,$ dengan syarat $(x-1)<0$ dan $x<0$ yang diperoleh dari berpikir menghubungkan (ii) dan (iv). Kemudian menulis secara lebih singkat yaitu: $-(x-1)<-x,\ (x-1)<0$, $x<0$.

Langkah (3) dari jawaban mahasiswa.

$x-x<1$ $x-1>-x$ …………langkah (3). Pada langkah (3) mahasiswa sudah melakukan pengorganisasian hubungan tapi sebagian kecil saja yang tepat atau betul. Kecerobohan berlanjut. Oleh karena itu skornya adalah, $\boldsymbol{X}=\mathbf{1}$. Seharusnya pengorganisasian hubungan antar unsur yang ada dilakukan sebagai berikut:

1) $x-1<x,\ x-1\geq 0$, $x\geq 0$, atau:
2) $x-1<-x,\ x-1\geq 0$, $x<0,$ atau:
3) $-(x-1)<x,\ (x-1)<0$, $x\geq 0$, atau:
4) $-(x-1)<-x,\ (x-1)<0$ dan $x<0$.

Langkah 4, 5, dan 6 dari jawaban mahasiswa.

$0<1$ $x+x>1$ ……. Langkah (4)

$2x>1$ ……. Langkah (5).

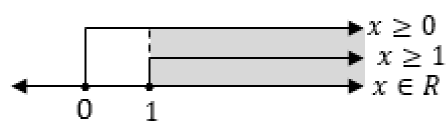
$x>\frac{1}{2}$ ……. Langkah (6).

Pada langkah (4), (5), dan (6) sudah melakukan sistematika dan struktur hubungan tapi sebagian kecil saja yang tepat/betul. Kecerobohan berlanjut. Oleh karena itu skornya, $\boldsymbol{X}=\mathbf{1}$. Seharusnya siatematika dan struktur yang ada hubungannya satu sama lain dilakukan dengan menggunakan konjungsi:

"dan", dan dengan mengunakan disjungsi: "atau" sebagai berikut. Kosisten sejak dari awal langkah.

1. $x-1<x,$ dengan syarat $x-1\geq 0$ **dan** $x\geq 0.$
   $\Leftrightarrow \quad x-x<1,\ x\geq 1\ ,x\geq 0\ .$
   $\Leftrightarrow \quad 0<1,\ x\geq 1\ ,\geq 0\ .$
   $\Leftrightarrow \quad x\in R,\ x\geq 1\ ,x\geq 0$. Secara aljabar

himpunan ketiga pertidaksamaan ini dipenuhi oleh:
$R\cap\{x\in R|x\geq 1\}\cap\{x\in R|x\geq 0\} \quad =\{x\in R|\ x\geq 1\}.$
$\therefore Hp=\{x\in R|x\geq 1\}.$
Catat: $x-1<x,$ dengan syarat $x-1\geq 0$ dan $x\geq 0$ ekuivalen dengan $x-1<x$ dan $x-1\geq 0$ dan $x\geq 0.$ Konjungsi "dan" dalam aljabar proposisi ekuivalen dengan "interseksi" dalam aljabar himpunan. Oleh karena itu bila mahasiswa mengalami kesulitan untuk mencari penyelesaian ketiga pertidaksaman di atas, maka gunakan bantuan geometris untuk menunjukkan interseksi ketiga himpunan penyelesaian tersebut. Dengan menggunakan kosep intereksi mahasiswa akan mudah mendapatkan nilai x seperti ditunjukkan oleh gambar grafik di bawah ini.
Ilustrasi geometrisnya untuk menunjukkan interseksi ketiga himpunan penyelesaian tersebut di atas adalah sebagai berikut.



$\therefore \boldsymbol{x\geq 1}$ $\qquad x\geq 0$

Secara interval $R\cap\{x\in R|x\geq 1\}\cap\{x\in R|x\geq 0\}=\{x\in R|\ x\geq 1\}$ dapat ditunjukkan dengan simbol yang lebih sedehana yaitu: $R\cap[0,\infty)\cap[1,\infty)=[1,\infty).$

Atau:

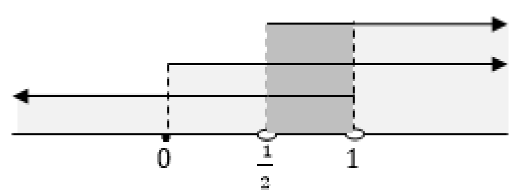
2. $x-1<-x,$ dengan syarat $x-1\geq 0$ dan $x<0.$
   $\Leftrightarrow \quad x+x<1,\ x\geq 1\ ,x<0.$
   $\Leftrightarrow \quad 2x<1,\ x\geq 1\ ,x<0.$
   $\Leftrightarrow \quad x<\frac{1}{2},\ x\geq 1\ ,x<0.$ Tidak ada nilai x yang memenuhi ketiga pertidaksamaan tersebut. Karena itu, $\mathrm{Hp}=\emptyset.$
   Interpretasi geometrisnya adalah sebagai berikut.

   Secara notasi interval ditunjukan dengan:

$(-\infty,0)\cap(-\infty,\frac{1}{2})\cap[1,\infty)=\emptyset.$
   $\therefore Hp=\emptyset,$ Atau:

3. $-(x-1)<x,$ dengan syarat $(x-1)<0$ dan $x\geq 0.$
   $\Leftrightarrow -(x-1)<x$ dan $(x-1)<0$ dan $x\geq 0.$
   $\Leftrightarrow -x+1<x$ dan $x<1$ dan $x\geq 0.$
   $\Leftrightarrow -2x<-1$ dan $x<1$ dan $x\geq 0.$
   $\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$ dan $x<1$ dan $x\geq 0.$ Ketiga

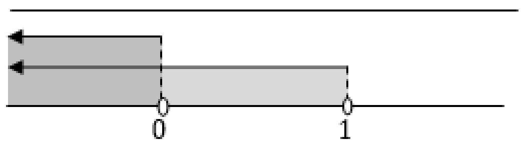
pertidaksamaan ini dipenuhi oleh:
   $\Leftrightarrow \quad x>\frac{1}{2}\ dan\ x<1$. Karena itu, $\mathrm{Hp}=\{x\in R|\frac{1}{2}<x<1\}.$
   Interpretasi geometrisnya adalah sebagai berikut.



   Secara notasi interval ditunjukan dengan: $(\frac{1}{2},\infty)\cap(-\infty,1)\cap[0,\infty)=(\frac{1}{2},1)$
   $\therefore Hp=\{x\in R|\frac{1}{2}<x<1\}.$ Atau:

4. $-(x-1)<-x,$ dengan syarat $(x-1)<0$ dan $x<0$.
   $\Leftrightarrow -x+1<-x$ dan $x<1$ dan $x<0.$
   $\Leftrightarrow 1<0$ dan $x<1$ dan $x<0.$
   Untuk ketidaksamaan $1<0$ tidak ada nilai x yang memenuhi. Karena pernyataan $1<0$ adalah salah. Akibatnya himpunan penyelesaian dari ketiga pertidaksamaan

dapat diperoleh dari $\emptyset \cap \{x \in R | x < 1\} \cap \{x \in R |\ x < 0\} = \emptyset. \therefore\ Hp = \emptyset.$
Interpretasi geometrisnya adalah sebagai beriut.



Secara notasi interval ditunjukan dengan: $\emptyset \cap (-\infty, 1) \cap (-\infty, 0) = \emptyset.$
$\therefore\ Hp = \emptyset.$

Langkah 7 dari Jawaban mahasiswa.

$x > \frac{1}{2}$ ……. Langkah (7).

Pada langkah (7) di atas mahasiswa tidak menggunakan cara atau teknik atau rumus yang digunakan dalam penyelesaian soal. Tidak memberi kesimpulan dari pernyataan $0 < 1$ $x > \frac{1}{2}$. Kecerobohan berlanjut yang sama. Seharusnya berdasarkan hasil pengorganisasian, sistematika dan struktur hubungan unsur-unsur dilakukan penyelesaian soal dengan cara menggabungkan (baca **Atau**) himpunan penyelesaian yang diperoleh dari masing-masing keempat penyelesaian pertidaksamaan tersebut di atas dengan operasi gabungan himpunan (union) (Lipschutz,1966:37) sebagai berikut.
$Hp = \{x \in R | x \geq 1\} \cup \emptyset \cup \left\{x \in R \middle| \frac{1}{2} < x < 1\right\} \cup \emptyset = \{x \in R | x > \frac{1}{2}\}$, atau dengan menggunakan notasi interval $[1, \infty) \cup \emptyset \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \emptyset = (\frac{1}{2}, \infty).$ Jadi himpunan penyelesaian dari pertidakamaan tersebut adalah, $Hp = \{x \in R | x > \frac{1}{2}\}.$

Berdasarkan hasil koreksi di atas dapat ditabulasi skor kemampuan analisis kasus seperti tabel di bawah ini.

Tabel 2. Rekapitulasi Skor Kemampuan Analisis Aktual

No.	Kemampuan Analisis	Skor
1.	Kemampuan analisis terhadap elemen adalah kemampuan untuk mengidentifikasi unsur-unsur yang terkandung dalam suatu hubungan (C.4.1).	2
2.	Kemampuan analisis terhadap hubungan adalah kemampuan berpikir untuk dapat mengecek ketepatan hubungan dan interaksi antara unsur-unsur dalam soal, kemudian membuat keputusan sebagai penyelesaiannya (C. 4.2).	1
3.	Kemampuan analisis terhadap aturan adalah kemampuan berpikir untuk mampu menganalisis tentang: pengorganisasian hubungan satu sama yang lain (C.4.3). (a)	1
4.	Kemampuan analisis terhadap aturan adalah kemampuan berpikir untuk mampu menganalisis tentang sistematika (C.4.3). (b)	1
5.	Kemampuan analisis terhadap aturan adalah kemampuan berpikir untuk mampu menganalisis tentang struktur yang ada hubungannya satu sama lain (C.4.3).(c)	1
	Jumlah	6

Berdasarkan tabel rekapitulasi skor di atas, maka nilai kemampuan analisis mahasiswa adalah: $N = \frac{6}{20} \times\ 100 = 30$ (dalam skala 100) atau $N = \frac{6}{20} \times 100\% = 30\%$ (dalam persentil). Dalam nilai skala lima katagorinya adalah nilai E yang berarti sangat-sangat lemah atau sangat lemah sekali.

Penyebab Kelemahan.

Berdasarkan jawaban mahasiswa dari langkah (1) sampai dengan (7), nampak cara berpikir mahasiswa tidak melakukan analisis identifikasi unsur-unsur, analisis hubungan yaitu mengecek ketepatan hubungan, analisis aturan yaitu pengorganisasian, simtematika dan struktur hubungan yang ada pada unsur-unsur dan mengambil kesimpulan penyelesaian masih kurang/lemah. Di tinjau dari psikologi kognitif, khususnya dari teori pemrosesan informasi dapat diduga kelemahan kemampuan berpikir analisis disebabkan oleh rentang perseptual. Menurut Solso (2008:85), rentang perseptual adalah jumlah informasi yang dapat kita pahami dalam periode pemaparan yang singkat dan menjadi awal dalam pemrosesan informasi. Dalam kasus ini mahasiswa tidak secara lengkap mempersepsi jumlah informasi yang berkaitan dengan definisi harga mutlak dan penerapannya yang diberikan dosen. Di samping itu juga nampak penguasaan pengetahuan sebelumnya seperti konsep operasi himpunan (gabungan dan irisan), aljabar logika (konjungsi, disjungsi, impilkasi dan bi-implikasi), serta memaknai suatu definisi masih kurang. Hal ini yang menimbulkan kelamahan dalam berpikir analisis. Dari faktor eksternal mungkin disebabkan oleh metode ekspositori berbantuan LCD yang digunakan dosen untuk menyajikan informasi kurang mendukung serta suasana kelas yang kurang kondusif.

PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan di atas dapat disimpulan bahwa kemampuan analisis mahasiswa/kasus pada penerapan definisi konsep harga mutlak adalah sangat-sangat rendah/lemah sekali. Penyebab kelamahan ini adalah faktor internal yaitu rentang perseptual, pengetahuan sebelumnya yang terkait, dan faktor eksternal metode mengajar yang digunakan dosen serta kondisi lingkungan kelas.

Berdasarkan kesimpulan di atas, dapat disarankan kepada dosen yang mengajar mata kuliah analisis real ataupun analisis yang lain untuk memberi penekanan-penekanan yang penting mengenai makna definisi, contoh definisi, dan yang bukan contoh yang memadai. Selama mengajar hendaknya selalu menciptakan dan mempertahankan kondisi kelas yang kondusif.

Kepada mahasiswa disarankan untuk mengkritisi dengan seksama arti dari suatu definisi berdasarkan pemikiran obyektif bukan subyektif.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bartle, Robert G dan Sherbert, Donal R. 1982. *Introduction to Real Analysis.* United States of America, Canada: John Wiley & Sons, Inc.

[2] Biro Administrasi Akademik dan Kemahasiswaan Serta Perencanaan Sistem Informasi (BAAK-PSI). 2016. *Pedoman Akademik 2016/2017*. Denpasar: Unmas Denpasar.

[3] Darmawijaya, Soeparno. 2006. *Analisis Real.* Jogjakarta: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Univeritas Gajah Mada.

[4] Dummit, David S, and Foote, Richard M. 1991. *Abstract Algebra.* United State: Prentice Hall, Inc.

[5] Golberg R, Richrad. 1976. *Methods of Real Analysis (second edition).* New York, London, Toronto, Sydney: Ginn and Company.

[6] Lipschutz, Seymour. 1984. *Teori Himpunan (Seri Buku Scahum).* Terjemahan Oleh Pantur Silaban, Bandung: Erlangga.

[7] Lipschutz, Seymour. 1966. *Finite Mathematics (Scahum's Outline Series).* New York, St. Louis, San Fransisco, Toronto, Sydney: McGraw-Hill Book Company.

[8] Podo, Hadi dan Sullivan, Joseph J. 2003. *Kamus Ungkapan Indonesia-Inggris*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

[9] Purcell, Edwin J dan Varbeg, Dale (alih Bahasa oleh Susila, Nyoman dan Kartasasmista, Bana dan Rawuh). 1991. *Kalkulus dan Geometri Analitis* (jilid 2 edisi kelima). Jakarta: Erlangga

[10] Salim, Peter. 2006. *The Contemporary English-Indonesian Dictionary* (edisi pertama). Jakarta: Media Eka Pustaka.

[11] Solso, Robert L dan Maclin, Ottoh dan Maclin, M. Kimberly (alih Bahasa oleh Rahardanto, Mikael dan Batuadji, Kristanto).2008. *Psikologi Kognitif* (edisi kedelapan). Jakarta: Erlangga.