

INDEXING HYPERSPECTRAL IMAGE USING MORPHOLOGICAL NEURAL NETWORKS

INDEXACIÓN DE IMÁGENES HIPERESPECTRALES APLICANDO REDES NEURONALES MORFOLÓGICAS

PhD. Manuel Graña Romay*, PhD. José Orlando Maldonado Bautista**

* Universidad del País Vasco.

Facultad de Informática. Grupo de Inteligencia Computacional.
Tel.: +(34) 943 01 8044, Fax: +(34) 943 01 5590, E-mail: manuel.grana@ehu.es

** Universidad de Pamplona.

Facultad de Ingenierías y Arquitectura. Grupo de Investigación CICOM.
Tel.: +(57) (7) 568 5303, Ext. 164, E-mail: orlmaldonado@gmail.com

Abstract: This paper explains how to index remote sensing images using spectral and spatial information. To obtain spectral features it apply morphological neural network, obtaining the set of endmembers of the image. Initially it presents a review of concepts of morphological associative memories. Following are the results of segmentation of the images compared to some other approaches to calculating the endmember spectra. These results contribute to support this approach as a characterization of images for use in the construction of hyperspectral imaging CBIR systems

Keywords: Remote sensing, image indexing, morphological neural networks.

Resumen: En este artículo se explica el procedimiento para indexar imágenes de reconocimiento remoto utilizando información espectral y espacial. Para obtener características espectrales se aplican redes neuronales morfológicas, obteniendo el conjunto de *endmembers* de la imagen. Inicialmente se presenta una revisión de conceptos relativos a redes neuronales morfológicas de tipo memorias asociativas. Después se muestran los resultados de segmentación aplicado a un conjunto de imágenes sintéticas. Dichos resultados sirven de apoyo para esta aproximación como caracterización de las imágenes para su uso en la construcción de sistemas CBIR de imágenes hiperespectrales.

Palabras clave: Reconocimiento remoto, indexación de imágenes, redes neuronales morfológicas.

1. INTRODUCCIÓN

Las imágenes hiperespectrales corresponden a un muestreo fino del espectro de la luz. Habitualmente la región del espectro muestreada incluye el infrarrojo cercano (NIR) y el espectro visible. Los sensores para obtener estas imágenes utilizan alguna forma de descomponer la luz, mediante prismas o redes de difracción. Cada píxel de la imagen corresponde a un vector de alta dimensión

que puede ser visualizado como una función de la frecuencia.

Las imágenes hiperespectrales forman un cubo de información que puede ser tratado de diversas formas. En la figura 1 (Shaw, 2002) se muestra una ilustración de esta idea. Las dimensiones horizontal y vertical corresponden a las dimensiones espaciales de la imagen, mientras que la profundidad corresponde a la frecuencia de la luz.

Fijando una frecuencia obtenemos una imagen, que habitualmente se denomina banda. Una de las formas de procesamiento más realizada es la clasificación de los píxeles individuales para la obtención de mapas temáticos. La alta resolución espectral permite la distinción fina de los elementos presentes en la escena. Para esta clasificación se pueden utilizar las herramientas de reconocimiento estadístico de patrones (Landgrebe, 2002). El objetivo es obtener métodos automatizados de extracción de información de la imagen.

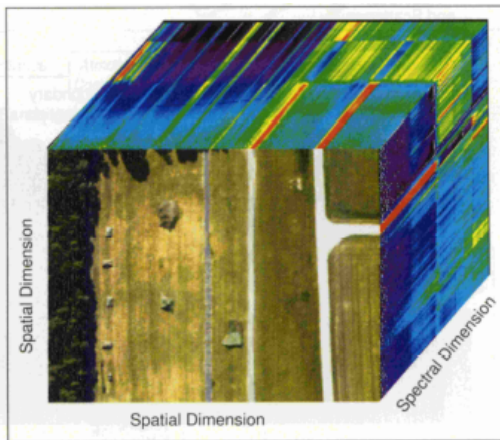


Fig. 1: Cubo de datos correspondiente a una imagen hiperespectral (Shaw, 2002)

1.2. Descomposición espectral

Los espectros de los píxeles pueden considerarse como una unidad o como una combinación de espectros elementales, denominados *endmember*. La composición de los píxeles puede ser lineal o no lineal. En el caso en que se considere cada píxel como una mezcla lineal de los espectros de materiales elementales, el área correspondiente a un píxel de la imagen cubre regiones homogéneas de diversos materiales, cada una de las cuales devuelve un espectro definido. El sensor percibe la radiación promedio del área, ponderada por el porcentaje correspondiente a cada material. Los coeficientes de abundancia indican el porcentaje del píxel correspondiente a cada material. Al proceso de extraer estos coeficientes, conocidos los espectros de los materiales elementales presentes en el área de la superficie visualizada por el píxel, lo denominamos descomposición espectral (Keshava, 2002). El modelo de mezcla lineal se expresa de la siguiente forma:

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^M a_i \mathbf{s}_i + \mathbf{w} = \mathbf{S}\mathbf{a} + \mathbf{w} \quad (1)$$

Siendo \mathbf{x} el vector d -dimensional correspondiente al espectro recibido en el sensor, \mathbf{S} es la matriz

$d \times M$ cuyas columnas son los vectores d -dimensionales correspondientes a los *endmembers* \mathbf{s}_i ; $i = 1, \dots, M$; \mathbf{a} es el vector M -dimensional de abundancias fraccionales, y \mathbf{w} es un vector aleatorio d -dimensional con distribución gaussiana que modela el ruido aditivo de la observación. El modelo de mezcla lineal está sujeto a dos restricciones sobre los coeficientes de abundancia:

$$a_i > 0, \forall i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^M a_i = 1 \quad (3)$$

Es decir, los coeficientes de abundancia deben ser positivos y aditivos a la unidad.

Luego de haber determinado los *endmembers*, el análisis de la imagen consiste en calcular la inversión que nos da la abundancia fraccional de cada *endmember* en cada espectro de cada píxel, lo cual puede determinarse mediante la expresión:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{x} \quad (4)$$

Aunque los coeficientes de abundancias estimados por (2) y (3), no cumplen necesariamente con (4), por simplicidad, dicha estimación es aceptable.

1.3 Algoritmos de extracción de *endmembers*

La determinación de los *endmembers* es un asunto clave para realizar la descomposición espectral. Una propuesta inicial de (Kokare, 2005) es la referencia a librerías estándar de espectros en el caso en el que se conozca con anterioridad los elementos existentes en la imagen. Sin embargo, se requiere de un experto y que los espectros utilizados sean obtenidos por el mismo sensor. En (Boardman, 1995) se hace un análisis sobre la naturaleza de los *endmembers* desde un punto de vista geométrico, donde se evidencia que los *endmembers* son los vértices que definen un conjunto convexo que cubre completamente los datos de la imagen hiperespectral en un espacio de alta dimensión. En (Craig, 1995) la detección de los *endmembers* se reduce a la búsqueda de planos no ortogonales que envuelven a los datos de la imagen, formando un *simplex* de volumen mínimo, procedimiento que resulta costoso computacionalmente y requiere la especificación del número de *endmembers* buscados.

Entre otros procedimientos para la inducción de *endmembers* se pueden mencionar el Análisis Cónico (*Conical Analysis*) (CCA) (Ifarraguerri, 1998) que se basan en el cálculo de componentes principales, para definir la base del cono convexo que cubre los datos de la imagen. Los vértices del

cono convexo corresponden a espectros. Tiene el inconveniente que la complejidad de la búsqueda de estos vértices es $O(b^c)$ donde b es el número de bandas y c el número de autovectores seleccionados. Otro método con inspiración geométrica es el N-FINDER (Winter, 1999), que trata de cubrir la nube de puntos mediante un *simplex*.

Otras propuestas incluyen el modelado mediante *Campos Markovianos Aleatorios* de la imagen para la detección de regiones espacialmente consistentes, cuyos espectros se asumen como *endmembers* (Rand, 2001). Una aproximación basada en la morfología matemática se presenta en (Plaza, 2002), en el cual los autores generalizan los operadores de erosión y dilatación morfológicos basándose en la distancia entre los píxeles dentro de un vecindario. Los métodos de inducción de *endmembers* son por lo general de alta complejidad computacional en (Graña y Gallego, 2003, Graña *et al.*, 2003 y Ritter 2008) se proponen métodos más ligeros que solo requieren un paso sobre la imagen.

2. REDES MORFOLÓGICAS ASOCIATIVAS

El objetivo de una memoria asociativa es recuperar un patrón de salida y a partir de un patrón de entrada x :

$$x \rightarrow \boxed{m} \rightarrow y \quad (5)$$

Una asociación entre k patrones de entrada y salida puede ser expresada como:

$$\{(\mathbf{x}^k, \mathbf{y}^k) \mid k = 1, 2, \dots, p\} \quad (6)$$

En general, el problema de las memorias asociativas puede resumirse en dos fases: una fase de aprendizaje y una fase de recuperación. En la fase de aprendizaje la memoria es generada a partir de un conjunto de asociaciones de patrones de entrada y salida; en este caso, cuando se da $\mathbf{x}^k = \mathbf{y}^k \forall k \in \{1, 2, \dots, p\}$, la memoria es heteroasociativa y en el caso contrario donde se da $\mathbf{x}^k \neq \mathbf{y}^k \forall k \in \{1, 2, \dots, p\}$, la memoria es autoasociativa.

A diferencia de las redes neuronales tradicionales, cuyos cálculos utilizan sumas de productos (\mathbf{R} , +, \times), Las memorias asociativas morfológicas propuestas por (Ritter, 1996) se basan en un sistema algebraico que utiliza máximos y mínimos de sumas (\mathbf{R} , \vee , \wedge , +, \cdot). Los símbolos \vee y \wedge denotan las operaciones máximo y mínimo respectivamente con las siguientes condiciones:

$$a \vee (-\infty) = (-\infty) \vee a = a \quad \forall a \in \mathbf{R}_{-\infty} \quad (7)$$

Y

$$a \wedge \infty = \infty \wedge a = a \quad \forall a \in \mathbf{R}_{\infty} \quad (8)$$

El modelo para la red neuronal morfológica utilizando el sistema ($\mathbf{R}_{-\infty}$, \vee , +) se rige por las siguientes expresiones:

$$\mathbf{t}(t+1) = \vee_{j=1}^n a_j(t) + w_{ij} \quad (9)$$

Y

$$a_i(t+1) = f(\mathbf{t}_i(t+1) - \mathbf{q}_i) \quad (10)$$

Donde $a_i(t+1)$ representa el valor de la j -ésima neurona en el tiempo t , n representa el número de neuronas en la red, w_{ij} es el valor de la conexión sináptica entre la i -ésima y j -ésima neurona.

Donde $\mathbf{t}_i(t+1)$ es el siguiente efecto total de entrada en la i -ésima neurona, \mathbf{q}_i un umbral, y f el siguiente estado de la función. De forma análoga, para el sistema (\mathbf{R}_{∞} , \wedge , \cdot) el siguiente efecto total de entrada en la j -ésima neurona puede ser calculado como:

$$\mathbf{t}(t+1) = \wedge_{j=1}^n a_j(t) + w_{ij} \quad (11)$$

El cómputo total de la red morfológica puede ser expresado en forma de matriz, mediante el producto *máx* y el producto *mín* respectivamente como sigue:

$$T(t+1) = W \boxed{\vee} a(t) \quad (12)$$

Y

$$T(t+1) = W \boxed{\wedge} a(t) \quad (13)$$

Partiendo de la definición básica de una memoria asociativa, y dados los vectores $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ y $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_m) \in \mathbf{R}^m$, una memoria asociativa morfológica que recuperará el vector y a partir de la llave x está dada por:

$$W = y \boxed{\wedge} (-x)' = \begin{pmatrix} y_1 - x_1 & \cdots & y_1 - x_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_m - x_1 & \cdots & y_m - x_n \end{pmatrix} \quad (14)$$

Una expresión para obtener la memoria asociativa morfológica óptima que recupera el vector \mathbf{y}^x cuando es presentado el vector \mathbf{x}^x para $\mathbf{x} = 1, \dots, k$ está dada como sigue:

$$W = \wedge_{x=1}^k \left(\mathbf{y}^x \boxed{\vee} (-\mathbf{x}^x)' \right) \quad (15)$$

Las propiedades de reconstrucción perfecta se pueden evidenciar mediante la siguiente expresión:

$$W \boxed{\vee} x = \begin{pmatrix} \vee_{i=1}^n (y_1 - x_i + x_i) \\ \vdots \\ \vee_{i=1}^n (y_m - x_i + x_i) \end{pmatrix} = y \quad (16)$$

3. ALGORITMO DE INDUCCIÓN DE ENDMEMBERS

El método propuesto originalmente por (Graña y Gallego, 2003, Graña et al, 2003) para obtener un conjunto de *endmembers* se basa en la noción de independencia morfológica. Dado un conjunto de vectores $X = \{x_1, \dots, x_m\}$, un nuevo vector y es morfológicamente independiente en el sentido erosivo de X , si $\neg \exists x \in X | y \leq x$, y es morfológicamente independiente en el sentido dilatativo de X , si $\neg \exists x \in X | y \geq x$. El orden parcial definido sobre los vectores es el introducido aquí desde el orden de sus componentes:

$y \leq x \Leftrightarrow y_i \leq x_i$. El conjunto de vectores X se dice morfológicamente independiente cuando todos los vectores en el conjunto son independientes de los restantes en cualquier sentido. Un conjunto de vectores morfológicamente independientes define una caja de alta dimensionalidad. En (Graña y Gallego, 2003, Graña et al, 2003) se propone el uso de AMM's (por su nombre en inglés: *Associative morphological memories* - memorias morfológicas asociativas) para la detección en una imagen hiperespectral de un conjunto de espectros morfológicamente independientes cuyas cajas de alta dimensión correspondientes pueden ser tomadas como una buena aproximación al envolvente convexo de la imagen. Estos espectros son los *endmembers* inducidos que serán utilizados para caracterizar la imagen. El método propuesto se puede resumir como sigue:

- Un píxel semilla es tomado como el conjunto inicial de *endmembers*.
- Se construyen AMM's erosivas y dilatativas desde el actual conjunto de *endmembers*.
- Cada píxel es examinado como un *endmember* candidato probando para ello la respuesta de las AMM's erosivas y dilatativas.
- Los píxeles morfológicamente independientes son añadidos al conjunto de *endmembers*.

El proceso toma en cuenta la varianza del espectro en cada banda para mejorar la robustez en la detección de *endmembers*, añadiendo y

sustrayendo la desviación estándar por banda multiplicada por un parámetro de ganancia al espectro del píxel antes de ejecutar la prueba con las AMM's. Este parámetro de ganancia es establecido a 2 por defecto. Si la imagen es muy homogénea el proceso puede parar sin añadir ningún nuevo *endmember* además del píxel semilla tomado, entonces el parámetro de ganancia se reduce y el proceso se repite hasta que el número de *endmembers* sea igual a 2 o más.

3.1 Medida de similitud

Para calcular la similitud entre dos imágenes dadas, es necesario comparar sus vectores de características, que en este caso son sus conjuntos de *endmembers*. Sea:

$$S = [s_1^k, \dots, s_{n_k}^k] \quad (17)$$

El conjunto de *endmembers* obtenido como se ha descrito en la sección anterior a partir, de la k -ésima imagen, $f_k(x,y)$, en la base de datos, donde n_k es el número de *endmembers* detectado en la imagen, dadas dos imágenes. Dadas dos imágenes $f_k(x,y)$ y $f_l(x,y)$, se calcula la siguiente matriz, cuyos elementos son las distancias euclidianas entre los *endmembers* de cada imagen:

$$D_{k,l} = [d_{i,j}; i = 1, \dots, n_k; j = 1, \dots, n_l] \quad (18)$$

Donde:

$$d_{i,j} = |s_i^k - s_j^l|$$

Se calculan los vectores de los valores mínimos por filas y columnas,

$$\mathbf{m}_k = m_i^k = \min_j \{d_{i,j}\} \quad (19)$$

Y

$$\mathbf{m}_l = [m_i^l = \min_i \{d_{i,j}\}] \quad (20)$$

Respectivamente. Entonces la similitud entre las imágenes f_k y f_l , está dada por la siguiente expresión:

$$d(f_k, f_l) = (|\mathbf{m}_k| + |\mathbf{m}_l|)(|n_k - n_l| + 1) \quad (21)$$

La medida de similitud de la ecuación (21) es una composición de dos vistas asimétricas: cada vector de distancias mínimas mide cuan cerca están los *endmembers* de una imagen respecto de los *endmembers* de otra imagen. El caso peor es cuando todos los *endmembers* S^k de la imagen f_k están muy cerca de un subconjunto S^{l*} de los *endmembers* S^l de la imagen f_l , y lejos de los restantes $S^l - S^{l*}$.

En este caso, la magnitud del vector de distancias mínimas por filas será muy pequeña, ya que todas las filas tendrán un valor muy pequeño. Sin embargo, la magnitud del vector de distancias mínimas por columna será mucho mayor, ya que las columnas correspondientes al subconjunto de *endmembers* $S^l - S^{l*}$ tendrán un valor mínimo relativamente grande. Por tanto la medida de similitud de la ecuación (21) puede detectar la asimetría de la situación. Además, la formulación de esta medida de similitud evita el problema combinatorio de decidir cual es el emparejamiento óptimo de los *endmembers*. Cuando el número de *endmembers* es diferente de una imagen a otra, su diferencia se introduce como un factor de amplificación. La medida es independiente del tamaño de la imagen. También puede calcularse en un tiempo aceptable puesto que el algoritmo de inducción de *endmember* propuesto en (Graña y Gallego, 2003, Graña *et al.*, 2003) es muy rápido. El conjunto de *endmembers* no plantea ningún problema de almacenamiento.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para el experimento se han generado imágenes sintéticas, como mezclas lineales de un conjunto de espectros, que pueden llamarse *endmembers* verdad del terreno, usando como coeficientes imágenes de abundancia sintéticas. Los *endmembers* han sido seleccionados aleatoriamente de un subconjunto de la librería espectral de la U.S. Geological Survey correspondiente a los vuelos AVIRIS. La figura 2 muestra los espectros que se utilizan en las imágenes con 5 *endmembers*.

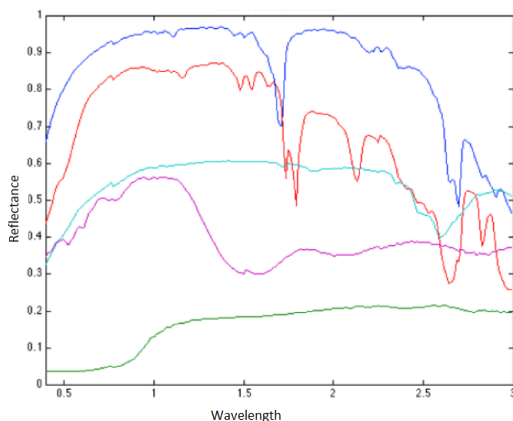


Fig. 2: *Endmembers* verdad del terreno.

Para realizar las pruebas, las imágenes de abundancia verdad del terreno fueron generadas en un proceso en dos pasos. En primer lugar, se simula cada una como un campo gaussiano

aleatorio con una función de correlación de Mattern con parámetros variando entre 2 y 20. Aplicamos los procedimientos propuestos en (Kozintsev, 1999) para la generación eficiente de campos markovianos de gran dominio.

En segundo lugar, para asegurar que hay regiones cuyos espectros son *endmembers* casi puros, seleccionamos para cada píxel el coeficiente de abundancia con el mayor valor y normalizamos los restantes para asegurar que la suma de coeficientes de abundancia es uno.

Se puede apreciar en las imágenes de abundancia que cada *endmember* tiene varias regiones de *endmembers* casi puros, que aparecen como regiones casi blancas al visualizar las imágenes de abundancia (figura 3). El tamaño de las imágenes es 256x256 píxeles con 224 bandas espectrales. Se ha generado una colección de imágenes con 2 a 5 *endmembers*. En total, 400 imágenes, 100 para cada número de *endmembers*.

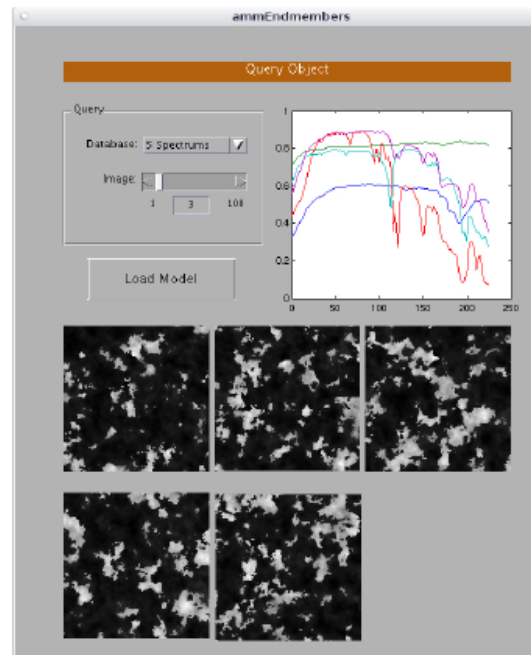


Fig. 3: *Imágenes de abundancia sintéticas*.

El experimento realizado consiste en los siguientes pasos:

1. Se calcula la similitud entre las imágenes en la base de datos, definida por la ecuación (21), usando los *endmembers* verdad del terreno. Las distancias se calculan entre imágenes con el mismo número de *endmembers* y con todas las demás.

2. Se extraen los *endmembers* de las imágenes usando el algoritmo descrito en la sección 3. con un valor de filtrado del ruido = 0.5.
3. Se calcula la similitud entre las imágenes en la base de datos, definida por la ecuación (21), usando los *endmembers* inducidos por el algoritmo descrito en la la sección 3. Las distancias se calculan entre todas las imágenes, independientemente del número de *endmembers* inducidos.
4. Se consideran las R imágenes más cercanas a cada imagen en la base de datos, para las dos matrices de distancias calculadas en base a los *endmembers* verdad del terreno y a los inducidos como las respuestas en cada caso a una potencial consulta representada por dicha imagen.
5. Las imágenes que aparecen en ambas respuestas se consideran las imágenes relevantes o respuestas correctas.

En la tabla 1 se presentan los resultados del experimento con 400 imágenes, en términos del número promedio de respuestas correctas (imágenes relevantes). La primera fila presenta los resultados cuando la búsqueda se extiende a todas las imágenes, independientemente del número de *endmembers*. Las siguientes filas presentan los resultados cuando se restringe la búsqueda a la subcolección de imágenes con el mismo número de *endmembers* que la imagen consulta. Se puede apreciar en la tabla 1 que la consideración de todas las imágenes como respuestas a la consulta introduce alguna confusión y reduce el número promedio de imágenes relevantes obtenidas en la consulta. Este efecto se debe a que el algoritmo de utilizado puede encontrar un número de *endmembers* distinto a la verdad del terreno, haciendo posible que se produzcan emparejamientos fuera de su colección natural de imágenes. Entonces, imágenes con diferentes números de *endmembers* en la verdad del terreno pueden llegar a ser similares como para entrar en los respectivos conjuntos de respuestas. Cuando se restringe la búsqueda a las colecciones con estrictamente el mismo número de *endmembers* verdad del terreno, los resultados mejoran excepto para $R = 1$. Se obtiene que cerca del 50% de las respuestas son significativas cuando $R > 1$. El caso $R = 1$ puede interpretarse como la probabilidad de obtener la imagen más cercana en la base de datos de acuerdo a la distancia definida en la ecuación (21) o la probabilidad de éxito en la clasificación. Puede verse que es muy cercana a 1 en todos los casos, excepto para las colecciones con 2 *endmembers* en la verdad del terreno.

Tabla1: Relevancia en las respuestas a las consultas sobre la base de datos de 400 imágenes sintéticas, usando la medida de similitud definida en la ecuación (20)

	R=1	R=3	R=5	R=10
Todas las imágenes	0.94	1.21	1.61	2.96
2 <i>endmembers</i>	0.81	1.55	2.27	4.67
3 <i>endmembers</i>	0.98	1.44	2.21	4.96
4 <i>endmembers</i>	0.99	1.53	2.36	4.81
5 <i>endmembers</i>	1.00	1.57	2.37	4.74

5. CONCLUSIONES

Se ha introducido una técnica para la indexación de imágenes hiperespectrales que permite la búsqueda en bases de datos con imágenes heterogéneas en el número de *endmembers*. La medida de similitud entre imágenes propuesta se basa en la distancia entre conjuntos de *endmembers* extraídos de las imágenes hiperespectrales por medio de un algoritmo de detección de patrones fuertemente independientes morfológicamente, que usa las Memorias Autoasociativas Morfológicas. Experimentos de segmentación no supervisada muestran que el algoritmo obtiene *endmembers* que caracterizan el contenido espectral de la imagen. La medida de similitud propuesta es capaz de solventar situaciones asimétricas y es independiente de que las imágenes tengan distintos números de *endmembers*. Se ha experimentado con imágenes sintéticas y se comprueba la potencia de la aproximación. Considerando la imagen más cercana se obtiene una relevancia próxima al 100% y para tamaños mayores de respuestas se obtienen altas relevancias en las respuestas con la distancia definida que se basa en los espectros únicamente. Se ha continuado trabajando en la combinación de información espectral y espacial para mejorar los resultados hasta aquí obtenidos.

REFERENCIAS

- Boardman J.W. Analysis, understanding and visualization of hyperspectral data as convex sets in n-space. In Imaging Spectrometry 1995, volume Proc. SPIE 2480, pages 14–22. SPIE, 1995.
- Craig M. Minimum volume transformations for remotely sensed data. IEEE Trans. Geos. Rem. Sensing, 32(3):542–552, 1995.
- Graña M. and J. Gallego. Associative morphological memories for endmember induction. In Proc. IGARSS'2003, volume 6, pages 3757–3759, 2003.

- Graña M, P. Sussner, and G.X. Ritter. Associative morphological memories for endmember determination in spectral unmixing. In Proc. FUZZ-IEEE'03, volume 2, pages 1285–1290, 2003.
- Graña M, I. Villaverde, R. Moreno, and F.X. Albizuri. Convex coordinates from lattice independent sets for visual pattern recognition. In V.G. Karbulasos and G.X. Ritter, editors, *Computational Intelligence Based on Lattice Theory*, pages 99–126. Springer Verlag, 2007.
- Ifarraguerri A. and C.I. Chang. Multispectral and hyperspectral image analysis with convex cones. *IEEE Trans. Geos. Rem. Sensing*, 37(2):756–770, 1999.
- Kozintsev B. *Computations with gaussian random fields*, 1999.
- Keshava N and Mustard J.F. Spectral unmixing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 19(1):44–57, 2002.
- Kokare M, P.K. Biswas, and B.N. Chatterji. Texture image retrieval using new rotated complex wavelet filters. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B, IEEE Transactions on*, 35(6):1168–1178, Dec. 2005.
- Landgrebe D.A. *Signal theory methods in multispectral remote sensing*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2003.
- Plaza A, P. Martinez, R. Perez, and J. Plaza. Spatial spatial/spectral endmember extraction by multidimensional morphological operations. *IEEE Trans. Geoscience Remote Sensing*, 40(9):2025–2041, 2002.
- Rand R.S. and D.M. Keenan. A spectral mixture process conditioned by gibbs-based partitioning. *IEEE Trans. Geos. Rem. Sensing*, 39(7):1421–1434, 2001.
- Ritter G. X, G. Urcid, and M.S. Schmalz. Autonomous single-pass endmember approximation using lattice auto-associative memories. *Neurocomputing*, page in press, 2008.
- Shaw G. and D. Manolakis. Signal processing for hyperspectral image exploitation. *IEEE Signal Processing Magazine*, 19(1):12–16, 2002.
- Winter M.E. An algorithm for fast autonomous spectral endmember determination in hyperspectral analysis,. In *Imaging Spectrometry*, volume 3753 of Proc. SPIE, pages 266–275. SPIE, 1999.