

# FRACTURA DEL HORMIGÓN EN RÉGIMEN NO LINEAL. INTENTOS PARA MEDIR LA ENERGÍA DE FRACTURA $G_F$

(NON LINEAR FRACTURE OF CONCRETE. METHODS FOR MEASURING THE FRACTURE ENERGY  $G_F$ )

Jaime Planas y Manuel Elices,  
Escuela de Ingenieros de Caminos.  
Universidad Politécnica de Madrid.

450-19

## RESUMEN

*El propósito de este artículo es doble: presentar un modelo de fractura no lineal y analizar la metodología seguida para medir  $G_F$ .*

*El principal inconveniente para aplicar la mecánica de la fractura en régimen elástico y lineal al hormigón, reside en la naturaleza de la zona de fractura. Para superar esta dificultad se ha desarrollado el modelo de la fisura con cohesión, que se presenta y analiza en este trabajo. Este modelo se ha utilizado para deducir la influencia del tamaño en la carga de rotura, habiéndose obtenido resultados similares a los de Bazant.*

*A pesar de los numerosos experimentos sobre fractura de hormigones todavía no está claro cómo medir  $G_F$ . En este artículo se analizan los fundamentos teóricos de estos métodos y se hace un estudio crítico de los resultados obtenidos por los autores siguiendo los métodos propuestos por la RILEM y por Bazant.*

## SUMMARY

*This contribution has two objectives: To introduce a non linear model for concrete fracture and to analyze test methods for measuring  $G_F$ .*

*The apparent reason for the inapplicability in many cases of linear elastic fracture mechanics to cracking in concrete lies in the nature of the process zone. To overcome this difficulty a cohesive crack model is introduced and applied to derive a size effect law, similar to Bazant's.*

*Despite the overwhelming number of fracture experiments, there is still lack of knowledge about the basic parameter  $G_F$ . This paper aims to analyze the theoretical basis of such methods as well as to discuss test results obtained by the authors according to RILEM and Bazant proposals.*

## INTRODUCCION

Se ha dicho que la Mecánica de la Fractura no era aplicable al hormigón, cuando lo que debería afirmarse es que la Mecánica de la Fractura en régimen **elástico y lineal** no es aplicable a elementos estructurales **pequeños** de hormigón. En el segundo artículo de este n.º de Informes (M. Elices, J. Llorca y A. R. Ingraffea, 1985c) se analiza una situación real —una fisura en la presa de Fontana— utilizando las técnicas de la Mecánica de la Fractura en la aproximación más simple —suponiendo un comportamiento elástico y lineal— y los resultados obtenidos son satisfactorios.

Para elementos estructurales de dimensiones normales es preciso recurrir a la Mecánica de la Fractura en régimen **no lineal** porque no puede despreciarse el tamaño de la zona de fractura en comparación con las otras dimensiones. En el primer artículo, también de este n.º de Informes (M. Elices, 1985b), se presenta una panorámica de la situación actual, indicando los logros y las limitaciones de los diversos modelos propuestos. En esta dirección to-

avía queda camino por andar, pero es posible entrever para finales de esta década la utilización de estas técnicas por los proyectistas de estructuras de hormigón.

El propósito de este artículo es doble: presentar un modelo de fractura no lineal y analizar la metodología seguida para medir el parámetro más importante de este modelo.

El modelo que se describe es el de la fisura cohesiva. Se basa en ideas que surgieron en los comienzos de la Mecánica de la Fractura, como alternativa al modelo de Griffith que implicaba la aparición de tensiones infinitas en el fondo de la fisura. En la década de los sesenta se utilizó para materiales metálicos y a finales de los setenta se incorporó al hormigón. Junto con la descripción del modelo se estudia la influencia del tamaño en la tensión de rotura siguiendo un método original desarrollado por los autores.

En la segunda parte se hace un estudio crítico del parámetro básico de este modelo —la energía de fractura  $G_F$ — a la luz de los resultados obtenidos en

nuestro laboratorio. Se analizan dos métodos para la medida de  $G_F$ ; el propuesto por la RILEM 50-FMC y el basado en el **efecto del tamaño**. Los resultados indican que no todos los hormigones se pueden tratar mediante el modelo de la fisura cohesiva y que cuando ello es posible, si se pretende medir  $G_F$  es preciso tomar las precauciones que se detallan en este trabajo.

## FRACTURA EN RÉGIMEN NO LINEAL. MODELO DE ZONA COHESIVA

Existe una evidencia experimental (véase, por ejemplo, las contribuciones en los libros de Wittmann y Sih) que indica que la Mecánica de la Fractura en régimen elástico y lineal no es aplicable a elementos estructurales de hormigón de tamaño normal. En particular, S. Mindess (1984) ha revisado los resultados y métodos utilizados para medir la tenacidad de fractura en el hormigón (parámetro característico de la hipótesis elástica y lineal) y ha concluido que los resultados son inconsistentes. Una de las primeras dificultades que surgen al intentar interpretar un ensayo de fractura en el hormigón es estimar la longitud de la fisura, dato fundamental que interviene en los cálculos de fractura. Las fisuras en el hormigón no acaban de una forma clara, se ramifican o se difuminan en una zona cuyo tamaño parece depender del tipo de instrumento utilizado para observarlas. El estudio de este fenómeno ha inducido a suponer que existe una región de transición entre la fisura bien definida y el hormigón sano. En esta región, que se puede llamar región en la que se generan los procesos de fractura —o, simplemente, región de fractura—, el hormigón está microfisurado pero se supone que aún es capaz de transmitir esfuerzos. Diversos intentos para estimar el tamaño de esta región (véase, por ejemplo, A. R. Ingraffea, 1984) indican que su tamaño es parecido, o superior, al de la zona donde el estado tensional está caracterizado por el factor de intensidad de tensiones y, por consiguiente, este resultado sería suficiente para invalidar la utilización de la aproximación elástica lineal.

Los comentarios anteriores sugieren la búsqueda de modelos más realistas para caracterizar la rotura del hormigón. Ya en 1960 Barenblatt y Dugdale se enfrentaron a una situación parecida al tratar de modelizar el comportamiento de un material elastoplástico fisurado. En el fondo de la fisura, el material plastificado todavía era capaz de transmitir esfuerzos y uno de los modelos más simples que reproducía este comportamiento fue el de la fisura cohesiva (Barenblatt, 1959; Dugdale, 1960; Bilby, Cottrel y Swinden, 1963). En 1976, Hillerborg transplantó el modelo de la fisura cohesiva al hormigón para reproducir el comportamiento de la región de fractura (Hillerborg, Modeer y Petersson, 1976). Unos años más tarde Bazant propuso el modelo de la banda cohesiva, más general y versátil, con el mismo propósito de modelizar la región microfisurada (Bazant y Kim, 1979). Desde entonces

se han propuesto modelos más refinados —por ejemplo Ingraffea y Saouma, 1985, han considerado la transmisión de tensiones cortantes además de tensiones normales—, pero en esencia todos ellos se basan en la idea del modelo cohesivo, cuyas hipótesis y consecuencias más relevantes para nuestro propósito se resumen a continuación.

### Hipótesis 1 (Inicio de la Fractura).

La zona de fractura inicia su formación en el punto en que la tensión principal máxima alcanza la resistencia a tracción  $f_t$  del material.

### Hipótesis 2 (Características de la Zona de Fractura).

H2a. El material en la zona de fractura está parcialmente destruido, pero todavía es capaz de aguantar una cierta tensión. La zona de fractura se modeliza, bien como una fisura que transmite tensiones (en el modelo de la fisura cohesiva de Hillerborg) o bien como una banda microfisurada, de espesor constante (en el modelo de la banda cohesiva de Bazant).

H2b. Para procesos en los que no hay descargas, la tensión transferida es una función unívoca (en general, monótona decreciente) de la apertura de la fisura ficticia o de la deformación media de la banda de fisuración,  $h$ , según el modelo utilizado. Es decir:

$$\sigma = m(w) \quad (\text{modelo de fisura cohesiva})$$

$$\sigma = n(\epsilon; h) \quad (\text{modelo de banda cohesiva})$$

### Hipótesis 3 (Características fuera de la Zona de Fractura).

No es necesario hacer hipótesis restrictivas para el hormigón fuera de la región de fractura. Puede tenerse en cuenta un comportamiento no lineal e irreversible, por ejemplo, considerar la fluencia o la retracción. No obstante, en la práctica, resulta cómodo utilizar la siguiente hipótesis:

H3a. El hormigón fuera de la zona de fractura se comporta en régimen elástico y lineal.

Esta hipótesis implica que no existe disipación de energía en las zonas donde la tensión no ha alcanzado el valor  $f_t$ , ni disipación de energía en las regiones comprimidas, o dicho de otra manera, fuera de la zona de fractura no hay disipación de energía.

Estas hipótesis (H1, H2a, H2b y H3) definen una familia de materiales que presentan, entre otras, las siguientes propiedades:

P-1. Existe una propiedad material, la energía de fractura  $G_F$ , que representa la energía necesaria para crear una unidad de área de fisura **real** (que no transmite tensiones) y que viene dada por:

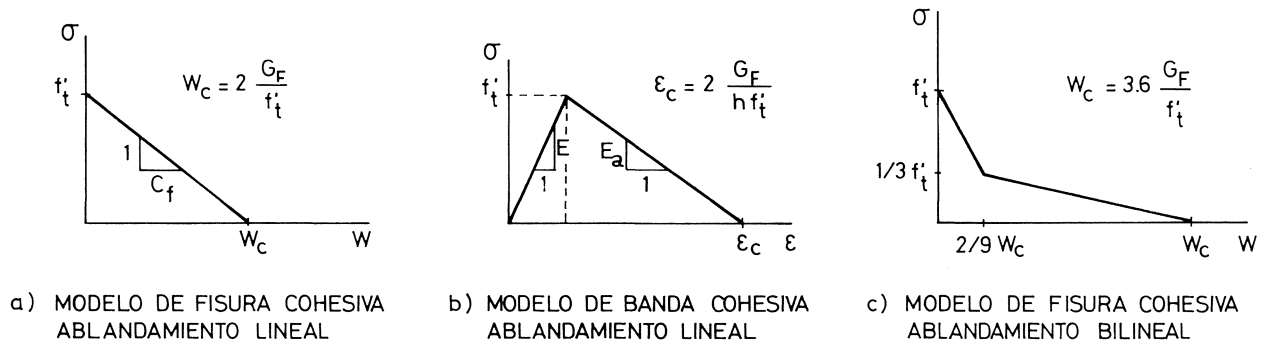


Fig. 1.—Diagramas  $\sigma - \epsilon$  para el modelo de zona cohesiva.

$$(1a) G_F = \int_0^{\infty} m(w) dw$$

(modelo de fisura cohesiva)

$$(1b) G_F = \int_0^{\infty} n(\epsilon) h d\epsilon = h \int_0^{\infty} n(\epsilon) d\epsilon$$

(modelo de banda cohesiva)

En estas ecuaciones se ha extendido la integración hasta  $\infty$  para indicar apertura total de la fisura. En la práctica, la tensión se reducirá a 0 a partir de unos ciertos valores,  $w_c$  ó  $\epsilon_c$ , de la apertura de fisura o deformación de la banda cohesiva, por lo que los límites superiores de integración serán finitos. En el Apéndice 1 puede verse la deducción de estas ecuaciones.

Para el caso más simple, cuando se supone un diagrama de ablandamiento rectilíneo (como se indica en las figuras 1a y 1b) resulta:

$$(2a) G_F = \frac{C_f f_t^2}{2} \quad (\text{modelo de fisura cohesiva})$$

$$(2b) G_F = \frac{h f_t^2}{2} \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{E_a} \right) \quad (\text{modelo de banda cohesiva})$$

donde  $C_f$ ,  $E$  y  $E_a$  se indican en las figuras 1a y 1b.

Petersson (1981) encontró, sin embargo, que un diagrama de ablandamiento lineal era excesivamente simplificado para describir el comportamiento de los hormigones e introdujo un diagrama de ablandamiento bilineal con la forma representada en la figura 1c. Dicho diagrama fue utilizado por el mismo Petersson y posteriormente por otros autores (Rots, 1985) para interpretar resultados de ensayos de laboratorio, obteniendo buena concordancia entre las predicciones teóricas y los resultados experimentales (M. Elices, 1985b).

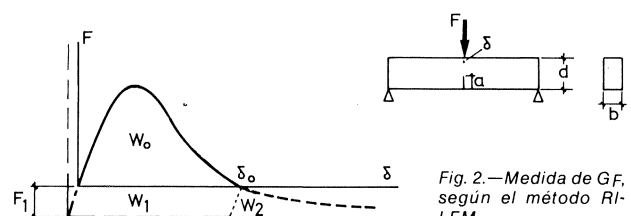
P-2. La energía necesaria para romper completamente una probeta es  $G_F A$ , donde  $A$  es el área de la fisura formada. La hipótesis 3a garantiza que fuera de la zona de fractura no existen procesos capaces de disipar energía (por ejemplo, se ignora la energía disipada en los apoyos).

Si además, el proceso de rotura es casi estático, todo el trabajo exterior realizado,  $W_e$ , será absorbido como energía de fractura  $y$ , por consiguiente:

$$W_e = G_F A \quad (3)$$

Este resultado es la base de la propuesta de la RILEM para determinar experimentalmente la energía de fractura  $G_F$ . El fundamento de este método, los resultados experimentales y el procedimiento operativo para el ensayo están descritos, respectivamente, en las referencias de Hillerborg, 1985a, Comité RILEM 50-FMC y Hillerborg, 1985b. A continuación se resumen algunas ideas contenidas en los citados trabajos.

En el artículo de Hillerborg (1985a) se justifica el método para determinar  $G_F$  que, como se ha indicado, se basa en el modelo de la zona cohesiva. El procedimiento ideal para medir  $G_F$  sería mediante un ensayo directo de tracción, pero este ensayo ofrece muchas dificultades de realización porque es difícil conseguir una rotura estable y poder registrar la parte descendente de la curva carga-desplazamiento. En su lugar se ha propuesto ensayar a flexión una viga entallada, simplemente apoyada y cargada en el centro. Las dimensiones recomendadas y procedimiento operativo se indican en la referencia RILEM 50-FMC. El trabajo  $W_e$ , que aparece en la fórmula (3), se obtiene a partir del área encerrada por la curva carga-desplazamiento, como muestra la figura 2.



Para tener en cuenta el trabajo realizado por el peso propio se han propuesto varias soluciones. La más sencilla es añadir al área encerrada por la curva  $F-\delta$ , las áreas  $W_1$  y  $W_2$  indicadas en la figura 2 que son, prácticamente, iguales. Es decir:

$$W_e = W_0 + W_1 + W_2 \approx W_0 + 2W_1 = W_0 + 2F_1\delta_0 \quad (4)$$

donde  $F_1$  es el valor de la carga situada en el centro de la viga que origina un momento flector en el centro igual al producido por el peso propio y  $\delta_0$  se indica en la figura. El valor de  $G_F$ , según la ecuación (3), viene dado por:

$$G_F = (W_0 + 2F_1\delta_0)/b(d - a) \quad (5)$$

donde  $b$ ,  $d$  y  $a$ , se indican en la figura 2. Otra forma de tener en cuenta el peso propio es compensándolo, mediante pesos adicionales, durante el ensayo. Este procedimiento, descrito en los informes RILEM (Elices, Planas, Corres, 1983, 1984), también ha sido satisfactorio.

Los resultados de la medida de  $G_F$ , realizados conjuntamente por doce laboratorios, se resumen en el artículo de Hillerborg (1985b). En él se citan tres series de ensayos que tuvieron lugar durante los años 1982, 1983 y 1984. La primera serie tuvo por objetivo estudiar la viabilidad del ensayo, estabilidad, tamaño recomendable de las probetas, profundidad de la entalla, características del hormigón, etc. La segunda serie volvió a considerar la estabilidad de los ensayos y la posibilidad de determinar  $E$  y  $f_t$  (el módulo de elasticidad y la resistencia a tracción) simultáneamente a la medida de  $G_F$ . Las conclusiones que se obtuvieron indicaron que los ensayos deberían ser estables con los tamaños recomendados pero que los valores de  $E$  y  $f_t$ , deducidos a partir de los registros carga-desplazamiento, no eran fiables y se recomendó su obtención a partir de otras probetas, siguiendo los procedimientos normalizados. También se detectó una variación de  $G_F$  con el tamaño de las vigas, lo que aconsejó una nueva serie de ensayos. La tercera serie, que fue la más numerosa, no permitió establecer una conclusión clara respecto a la influencia del tamaño en el valor de  $G_F$ . En muchos casos parece que  $G_F$  aumenta con el tamaño, cuando debería ser constante según las hipótesis utilizadas. A efectos prácticos, si  $G_F$  se usa para deducir la carga de rotura del elemento estructural, no parece que las variaciones detectadas tengan mayor influencia que las que se observan en la medida normalizada de la carga de rotura en probetas cilíndricas de hormigón. De todos modos, este fenómeno —la dependencia de  $G_F$  con el tamaño del elemento estructural— merece que se estudie con detenimiento.

## EL EFECTO DEL TAMAÑO

La influencia del tamaño en la fragilidad de un elemento estructural es conocida desde hace tiempo,

pero sólo actualmente —usando las técnicas de la Mecánica de la Fractura— parece que es posible dar una justificación teórica de este fenómeno (ver, por ejemplo, Elices, 1985a). Varios autores han propuesto utilizar la variación de la tensión de rotura con el tamaño de la probeta para estimar el valor de  $G_F$ . Este nuevo procedimiento tiene la ventaja de que no es preciso registrar toda la curva fuerza-desplazamiento y, por consiguiente, las dificultades que implica realizar un ensayo estable pueden soslayarse. El valor de la carga máxima es el parámetro que debe medirse con precisión. En contrapartida, el método basado en el efecto del tamaño obliga a ensayar varias probetas de distintos tamaños y, además, en algunos casos probetas bastante grandes para obtener una estimación fiable de  $G_F$ .

## Modelo de banda cohesiva

Sea un elemento estructural cuya geometría esta definida por  $d$ ,  $a$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  ...  $l_n$ , donde  $d$  es una dimensión característica (el canto de una viga, por ejemplo) y  $a$  la longitud de la fisura. Los elementos estructurales semejantes tendrán los mismos valores de  $a/d$  y de  $m_i = l_i/d$ . La expresión, propuesta por Bazant (1984, 1985a), para la predicción de la carga de rotura en función del tamaño para elementos estructurales geoméricamente semejantes, descansa en las siguientes hipótesis:

**Hipótesis 1.**—Existe una función potencial para la energía de deformación,  $U$ , almacenada en el sólido que puede expresarse de la siguiente forma:

$$U = \frac{1}{2E} f_N^2 b d^2 F(a', v, m_i) \quad (6)$$

donde  $f_N = P/bd$ , siendo  $P$  la carga aplicada y  $d$  y  $b$  el canto y el ancho, cuando se trata de una viga, o dimensiones equivalentes cuando es otra geometría,  $E$  el módulo de elasticidad del hormigón (supone un comportamiento elástico y lineal), y  $F$  una función adimensional, donde  $m_i$  ya se ha definido, y:

$$a' = a/d \quad \text{y} \quad v = n d_a/d$$

siendo  $d_a$  el tamaño máximo del árido y  $n$  un número (alrededor de 3),  $n d_a$  se considera una propiedad del hormigón y representa la anchura de la banda microfisurada.

La utilización del modelo de banda cohesiva implica la existencia de  $G_F$  y como, además, se supone un comportamiento elástico (no tiene en cuenta disipación de energía fuera de la región de fractura), la relación entre  $G_F$  y  $U$  viene dada en estas circunstancias por:

$$G_F = \frac{1}{b} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (7)$$

A partir de esta expresión se deduce que:

$$f_N^2 = \frac{2EG_F}{d F_1} \quad (8)$$

donde  $F_1$  representa la derivada parcial de  $F$  con respecto a  $a'$ .

Para obtener una expresión manejable se hace, además, una segunda hipótesis:

**Hipótesis 2.**—La función:

$$h(a', v, m_i) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial a'} F(a', v, m_i) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n v^n \quad (9)$$

es desarrollable en serie de Taylor alrededor de  $v = 0$ , situación correspondiente a estructuras muy grandes ( $d/d_a \rightarrow \infty$ ).

La tensión de rotura,  $f_N$ , se podrá escribir ahora de la siguiente forma:

$$EG_F/f_N^2 = d h(a', v, m_i) = c_0 d + c_1 n d_a + c_2 (n d_a)^2 d^{-1} + c_3 (n d_a)^3 d^{-2} \dots \quad (10)$$

donde las  $c_i$  son funciones solamente de la geometría.

Bazant sugiere que en muchas circunstancias son suficientes los dos primeros términos del desarrollo. Para estos casos la tensión de rotura viene dada por:

$$f_N = \frac{B}{(1 + d/d_0)^{1/2}} \quad (11)$$

donde  $B^2 = EG_F/c_1 n d_a$  y  $d_0 = c_1 n d_a/c_0$ . Este resultado muestra que para pequeños tamaños ( $d/d_0 \ll 1$ ) la tensión de rotura coincide con el criterio de agotamiento clásico deducido a partir de las teorías de análisis límite. Cuando el tamaño es grande ( $d/d_0 \gg 1$ ), se obtiene una dependencia con  $d^{-1/2}$ , como predice la Mecánica de la Fractura en régimen elástico y lineal.

La determinación de  $G_F$  a partir de (11) se puede hacer teniendo en cuenta que si se representa  $f_N^2$  en función de  $d$  se obtiene una recta. Para una geometría dada y un hormigón determinado,  $c_0$ ,  $d_a$  y  $E$  son conocidos. Los otros dos parámetros  $G_F$  y  $c_1 n$  se obtienen ajustando una recta a un conjunto de valores experimentales [ $f_N(d_i)$ ,  $d_i$ ]. Como ya se ha indicado, este método requiere medir solamente la carga máxima  $P$  para calcular la  $f_N = P/bd$  y no registrar toda la curva carga-desplazamiento, pero tiene el inconveniente de que, por lo menos, hay que ensayar tres tamaños diferentes.

### Modelo de fisura cohesiva

Aunque los modelos de fisura cohesiva y de banda cohesiva son equivalentes en muchos casos, hasta

la fecha no se había formulado una descripción del efecto del tamaño partiendo del modelo de fisura cohesiva. Los resultados que se indican a continuación (Planas y Elices, 1985) se obtuvieron al mismo tiempo que los citados en el párrafo anterior (Bazant, 1985 a,b) pero siguiendo otro procedimiento.

Sea el mismo elemento estructural considerado anteriormente pero con la fisura descrita mediante el modelo de la fisura cohesiva. La deducción de la carga de rotura en función del tamaño se basa en las dos hipótesis siguientes:

**Hipótesis 1.**—La tensión de rotura,  $f_N$ , viene dada por una expresión del tipo:

$$(f_t/f_N)^2 = q(d', a', m_i) \quad (12)$$

donde  $a' = a/d$  y  $m_i$  tienen el significado descrito en el párrafo anterior y  $d' = d/l_{ch}$ , siendo  $l_{ch} = EG_F/f_t^2$  la longitud característica definida por Hillerborg.

Esta hipótesis podría justificarse a partir del análisis dimensional, siguiendo un camino similar al propuesto por Carpinteri (1985), y el resultado sería válido para unas condiciones muy generales.

**Hipótesis 2.**—Para valores muy grandes de  $d$  la expresión (12) debe coincidir con los resultados de la Mecánica de la Fractura en régimen elástico y lineal.

Una forma de satisfacer esta hipótesis es suponer que la función  $q(d', a, m_i)$  puede escribirse de la siguiente forma:

$$(f_t/f_N)^2 = g(a')d' + k(1/d', a') \quad (13)$$

donde se han omitido las  $m_i$ , para simplificar la notación y porque para estructuras semejantes se mantienen constantes.

$g(a')$  es la función utilizada en la Mecánica de la Fractura en régimen elástico y lineal para la geometría considerada. Por ejemplo, para situaciones en modo I,  $g(a')$  vendrá dada por:

$$g(a') = K_I^2/(f_N^2 d) \quad (14)$$

La función  $k(1/d', a')$  se supondrá que satisface a las siguientes condiciones:

a)  $k(x, a')$  está acotada,

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x k(x, a') = 0$

c)  $k(x, a') = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(a') x^n$

En consecuencia, la tensión de rotura para elementos estructurales semejantes vendrá dada, en general, por:

$$(f_t/f_N)^2 = g(a')d' + \sum_{n=0}^{\infty} c'_n(a') d'^{-n} \quad (15)$$

Comparando este resultado con la ecuación (10) se observa que ambas expresiones —para los modelos de banda cohesiva y fisura cohesiva— tienen la misma estructura.

La aproximación de orden cero para (15) y (10), es:

$$(f_t/f_N)^2 = g(a')d' \quad \text{ó} \quad (f_t/f_N)^2 = c_0 d' \quad (16)$$

y coincide con los resultados que se obtendrían aplicando la Mecánica de Fractura en régimen elástico y lineal, como era de esperar por las hipótesis hechas.

La aproximación de primer orden proporciona las siguientes expresiones:

$$(f_t/f_N)^2 = g(a')d' + c'_0 \quad \text{ó} \quad (f_t/f_N)^2 = c_0 d' + c_0 d'_0 \quad (17)$$

donde  $d'_0$  es  $d_0/l_{ch}$ . Estos resultados son una aproximación más realista que la de orden cero para tamaños grandes de los elementos estructurales. Nótese que (17) coincide con la expresión (11) propuesta por Bazant.

La aproximación de segundo orden viene dada por:

$$(f_t/f_N)^2 = g(a')d' + c'_0 + c'_1/d' \quad (18)$$

$$(f_t/f_N)^2 = c_0 d' + c_0 d'_0 + s_0/d'$$

donde  $s_0 = c_0^2 c_2 d_0^2 / c_1^2$ .

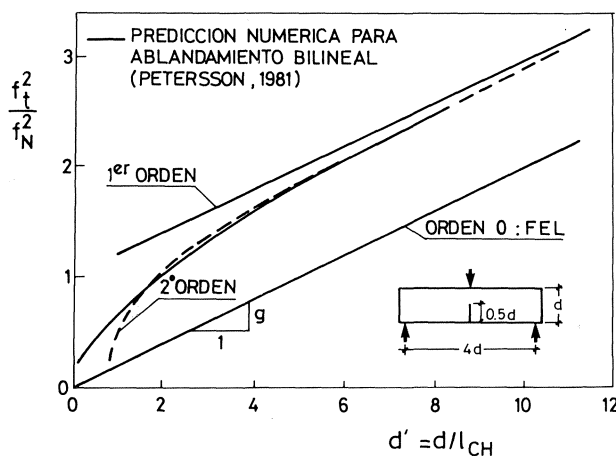


Fig. 3.—Predicción de la carga de rotura con el tamaño. Aproximación de orden 0, 1 y 2.

Es de notar que estas aproximaciones son el producto de truncar la serie que aparece en la ecuación (15) y constituirán buenas aproximaciones solamente para valores suficientemente elevados de  $d'$ . En particular, las aproximaciones de orden finito no son nunca utilizables para valores de  $d'$  que tiendan a cero, puesto que en este caso se desprecian en la serie los infinitos dominantes.

En la figura 3 se ha representado la predicción teórica de la tensión de rotura de vigas entalladas sometidas a flexotracción frente al canto de la viga. El caso representado corresponde a vigas con una relación luz/canto de 4 y una relación profundidad de entalla/canto de 1/2. La curva se ha construido a partir de los resultados obtenidos por Petersson (1981), por métodos numéricos, suponiendo una curva de ablandamiento bilineal como la representada en la figura 1 c (ver Apéndice 2). Debido a la pérdida de precisión en el cálculo, cuando se aumenta el tamaño de la probeta, la predicción teórica se extiende solamente al intervalo de tamaños comprendido entre  $d' = 0,1$  y  $d' = 8$ . En la misma figura se ha representado la aproximación asintótica de orden cero y estimaciones de las aproximaciones de primer y segundo orden. Es de notar que no es posible determinar exactamente la posición de una asíntota a partir de datos numéricos o experimentales en un intervalo finito y que, en consecuencia, la representación efectuada debe interpretarse solamente como una ilustración del aspecto relativo de la curva teórica y de las distintas aproximaciones asintóticas.

El método propuesto por Bazant para la determinación de  $G_F$ , basado en el efecto del tamaño y comentado al final del párrafo dedicado al modelo de banda cohesiva, merece reconsiderarse a la vista de estos resultados, ya que equivale a una aproximación casi-tangencial.

El procedimiento se ha esquematizado en la figura 4, en la que se ha supuesto que se han realizado

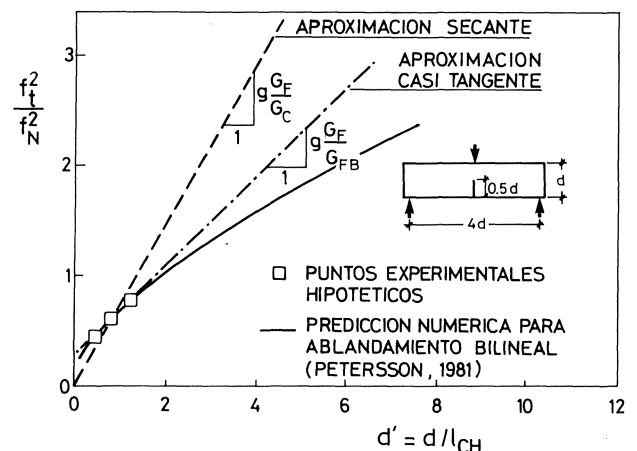


Fig. 4.—Predicción de la carga de rotura con el tamaño. Aproximaciones casi tangencial (Bazant) y secante (orden 0).

tres ensayos con probetas semejantes, pero de distintos tamaños. Si se ajusta una recta a los resultados experimentales y se identifica la recta con la expresión (11) para deducir el valor de  $G_F$ , el procedimiento equivale a identificar la recta experimental con la aproximación de primer orden. En general, este procedimiento sólo será válido si las probetas son de gran tamaño, cuando la recta tiende a confundirse con la asíntota. Para el ejemplo considerado, y para conseguir una estimación de  $G_F$  con un error inferior al 10 % haría falta ensayar vigas cuyos cantos fueran mayores de  $5l_{ch}$  (unos 125-150 cm para hormigones normales). Para probetas pequeñas, como las indicadas en la figura 4, donde  $d$  es del orden de  $l_{ch}$  el error cometido en la estimación de  $G_F$  sería superior al 50 %.

Por último, si se pretende deducir  $G_F$  a partir de un solo tamaño y se supone, ingenuamente, que es aplicable la Mecánica de la Fractura en régimen elástico y lineal, el procedimiento equivaldría a sustituir la curva experimental por la recta que une el origen con el punto del experimento. Este método, representado también en la figura 4 (que podría llamarse método de la secante), coincide con la aproximación de orden cero (16) y solamente dará resultados aceptables cuando el tamaño del elemento estructural sea muy grande por las razones comentadas anteriormente.

## TRABAJO EXPERIMENTAL

### Aspectos generales de la investigación experimental

La experimentación realizada se ha desarrollado en dos fases: en la primera fase se ensayaron vigas de hormigón entalladas de tres tamaños distintos siguiendo la metodología RILEM, con el objetivo prioritario de analizar la influencia del tamaño de las probetas en los valores de  $G_F$  determinados por este procedimiento. Los ensayos de esta serie se denominarán en lo sucesivo FE1 (por flexión con entalla, fase 1).

Puesto que los resultados de esta primera fase presentaron (como se analizará más adelante) una excelente concordancia con las predicciones teóricas de los modelos de zona cohesiva, se desarrolló una segunda fase experimental más amplia utilizando un hormigón ligeramente distinto al de la primera fase.

En la segunda fase se realizaron tres series de ensayos:

- Serie FE2 (por flexión con entalla, fase 2), constituida por ensayos de vigas entalladas de hormigón de tres tamaños en flexión estable.
- Serie TE2 (por tracción con entalla, fase 2), en la que se ensayaron en tracción probetas con entalla bilateral simétrica de tres tamaños.

- Serie TD2 (por tracción directa, fase 2), constituida por ensayos de tracción estable de probetas de un único tamaño.

Además de estas series se realizó un conjunto de ensayos de calibración del sistema experimental encaminados a determinar la histéresis del sistema de medida y la disipación de energía producida en las zonas de carga. Estos ensayos se consideraban fundamentales porque una de las principales objeciones al método RILEM para la determinación de  $G_F$  es que en la energía total disipada, que es lo que se determina en el ensayo, pueden estar incluidas, además de la energía de fractura —que es lo que se pretende determinar—, energías aparentes (histéresis del sistema de medida) y energías disipadas por aplastamiento en la zona de apoyos. Con los ensayos de calibración se determinan independientemente las disipaciones espúreas de energía, lo que permite determinar el consumo energético en el proceso de fractura por simple substracción.

## Materiales, probetas y métodos experimentales

### Hormigones

Los dos hormigones utilizados en la investigación son de características muy similares, siendo su única diferencia nominal el tamaño máximo del árido,  $d_a$ . La dosificación se realizó de acuerdo con las recomendaciones de la RILEM (1974). La tabla 1 define las características principales de las distintas amasadas, en la que puede apreciarse la similitud de los parámetros resistentes, y una marcada diferencia en el módulo de elasticidad. Las características mecánicas de la serie 1 se determinaron a los 28 días y las de la serie 2 a los 42 días.

### Probetas

La geometría de las probetas y sus dimensiones se han resumido en la figura 5, donde se indican también la edad de ensayo, el número de probetas ensayadas y las amasadas de procedencia.

Las probetas fueron moldeadas en moldes de madera plastificada, almacenadas durante 24 horas al 100 % H.R. y sumergidas luego en agua a  $19 \pm 3$  °C hasta el momento del ensayo. Las entallas se moldearon por inserción de una placa de baquelita de dimensiones adecuadas en el hormigón fresco.

Inmediatamente después de sacar la probeta del agua, y para evitar pérdidas de humedad durante el manejo, ésta era envuelta en un plástico que cubría toda su superficie excepto las futuras áreas de carga. Dichas áreas eran entonces lijadas por vía húmeda y limpiadas para conseguir un buen contacto con las placas de reparto de carga.

Tabla 1  
CARACTERÍSTICAS DE LOS HORMIGONES

Hormigón	da (mm)	A/C	amasada	asiento (cm)	f <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>ts</sub> (MPa)	E <sub>c</sub> (GPa)
1	20	0,58	1	—	37,3	3,10	24,3
			2	3	32,8	2,75	21,5
			3	2	37,8	3,08	23,4
			4	2	36,8	3,23	26,6
2	16	0,58	1	6	39,3	3,24	35,1
			2	6	37,3	3,23	33,1
			3	6	39,3	3,31	34,3
			4	6	36,8	3,21	31,8

f<sub>c</sub> : Resistencia a compresión según UNE 7242.

f<sub>ts</sub> : Resistencia a tracción según método brasileño.

E<sub>c</sub> : Módulo de deformación según ASTM/C-469.

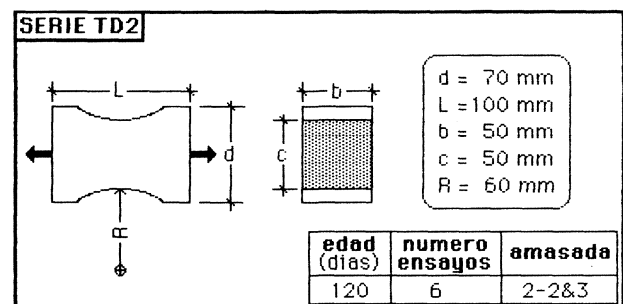
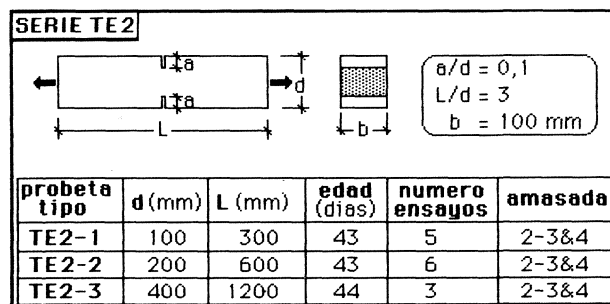
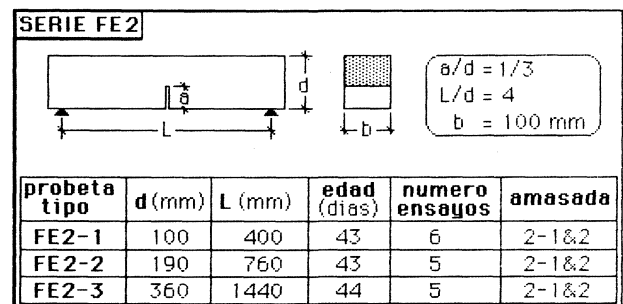
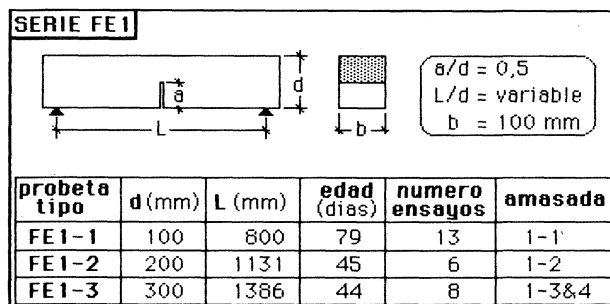


Fig. 5.—Geometría y dimensiones de las probetas.

### Ensayos de flexión (series FE1 y FE2)

Los ensayos estables de flexotracción se realizaron en una máquina servohidráulica Instron 1275, operada en control de desplazamiento, pero el dispositivo experimental era ligeramente distinto para las probetas FE1-1 y para el resto de las probetas FE.

En los ensayos de probetas FE1-1 (probetas normalizadas según las recomendaciones RILEM), la carga se midió con una célula de 5 kN con una resolución de 0,1 N y una precisión del 0,25 %. El desplazamiento del cilindro central de carga respecto de los apoyos se medía como la media de las lecturas de dos transductores situados uno en cada cara lateral de la probeta. La precisión de los transductores era superior a 0,005 mm. No se realizó compensación de peso.

En las otras probetas FE, la carga se midió con una célula de 100 kN con una resolución de 2,5 N y una precisión del 0,25 %. La flecha se midió con un extensómetro situado en el centro, debajo de la probeta, al que se transmitía el movimiento del rodillo de carga mediante una varilla en forma de U, como muestra esquemáticamente la figura 6a. La precisión del extensómetro era superior a 0,01 mm. En estos ensayos se realizó compensación de peso mediante pesas. Para conocer el peso no compensado, se introdujo un sistema de pesado conectado a la célula de carga, de forma que la lectura de la célula, después de la rotura total de la probeta, era precisamente la mitad del peso no compensado.

En todos los ensayos se insertaron placas de acero endurecido de 10 mm de espesor entre los rodillos y la probeta para disminuir el aplastamiento y el rozamiento de rodadura.



En todos los ensayos se ajustaron las velocidades de desplazamiento de forma que la carga máxima se alcanzara entre 60 y 90 segundos después de iniciada la carga.

#### Ensayos de tracción sobre probeta entallada (serie TE2)

Los ensayos se realizaron en la máquina de ensayos 1275, gobernada en control de desplazamiento. La carga se midió con una célula de 1.000 kN con una resolución de 50 N y una precisión del 0,25 %. Las probetas se pegaban a unos robustos cabezales de carga con un adhesivo epoxídico (FETADIT 103), y la carga era aplicada mediante dos rótulas para minimizar las flexiones (Fig. 6b).

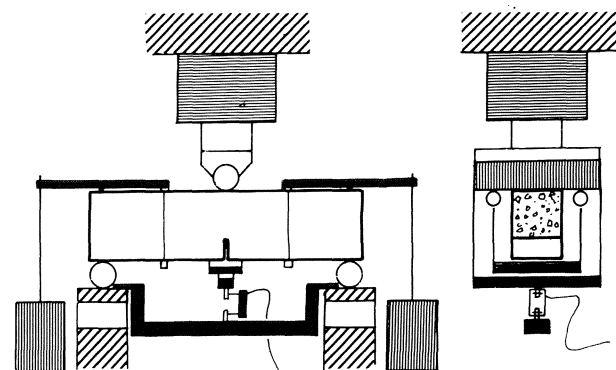


Fig. 6a.—Montaje del ensayo de flexión.

#### Ensayos estables de tracción directa (serie TD2)

En esta serie se utilizó la máquina de ensayos 1275, gobernada en control de deformaciones, equipada con la célula de carga de 1.000 kN, previamente mencionada. Para aumentar la rigidez del sistema se suprimieron las rótulas y las uniones entre los distintos elementos de la cadena de carga fueron dotadas con levas de bloqueo apretadas bajo una carga de 50 kN para eliminar las holguras. Las probetas se pegaban a los cabezales de tracción bajo una carga constante de 1 kN (durante cuyo período de curado la máquina estaba gobernada en control de carga). Se utilizaron dos extensómetros de 75 mm de base de medida montados uno en cada cara de la probeta, uno de los cuales suministraba la señal de realimentación para el servocontrol. El montaje se indica esquemáticamente en la figura 6c. La precisión de los extensómetros era de 0,5 micras y su resolución de 0,05 micras, para el intervalo de trabajo de 0,5 mm.

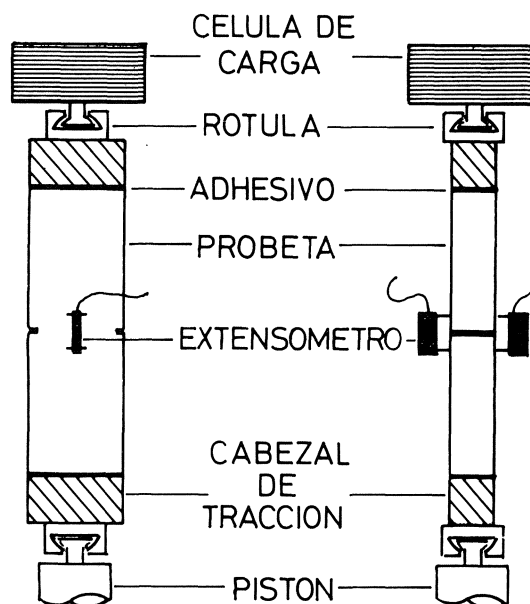


Fig. 6b.—Montaje del ensayo de tracción con probeta entallada.

#### Ensayos de calibración

Puesto que en los ensayos de flexotracción los desplazamientos se medían respecto de los apoyos, se realizaron dos series de ensayos complementarios para calibrar el dispositivo experimental.

En la primera serie, tres vigas de acero de luces 400, 760 y 1.440 mm fueron cargadas hasta las cargas máximas alcanzadas en los correspondientes ensayos FE y seguidamente descargadas, para medir, caso de existir, la histéresis del sistema de medida. El espesor de las vigas era idéntico al de las probetas de hormigón, y sus cantos tales que la máxima tensión era de 50 MPa (alrededor del 20 % del límite elástico). Se realizaron tres ensayos para cada viga de acero.

En la segunda serie se ensayaron vigas de hormigón sin entallar de 190 mm de canto y 400 mm de luz. Las vigas se cargaban hasta un nivel preestablecido

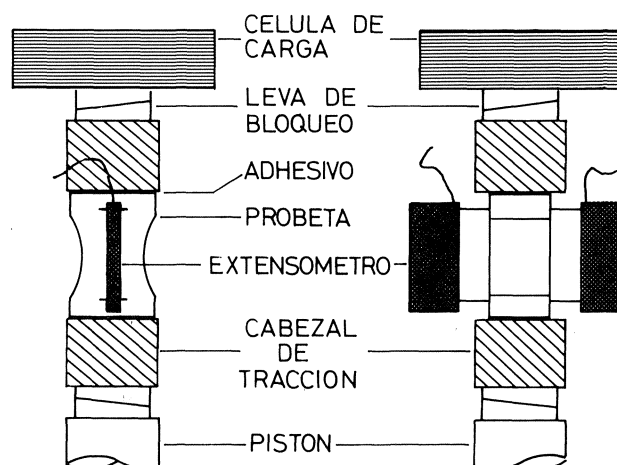


Fig. 6c.—Montaje del ensayo de tracción directa.

y luego se descargaban para medir la energía disipada en las zonas de apoyo. Se estudiaron tres cargas máximas de 3, 6 y 12 kN, correspondientes, aproximadamente, a las cargas máximas obtenidas en los ensayos FE2-1, FE2-2 y FE2-3, respectivamente. Para simular la marcha de los ensayos FE, las velocidades de desplazamiento se ajustaron de forma que la carga máxima se alcanzaba en 60 a 90 segundos, y la descarga duraba 4 minutos. Se ensayaron tres vigas para cada carga máxima.

### Toma de datos

Durante el ensayo, las salidas de la célula de carga y de los extensómetros se registraban de forma continua. Simultáneamente, un sistema de adquisición automática de datos tomaba lecturas y las almacenaba en una matriz de  $800 \times 2$ , cuando se usaba sólo un extensómetro, o de  $700 \times 3$ , cuando se usaban dos extensómetros.

En el caso de ensayos estables y de los ensayos de calibración, la energía disipada se calculaba por integración numérica usando la Regla de Simpson.

## Resultados

### Ensayos de calibración

Los ensayos de calibración sobre vigas de acero mostraron que la histéresis del sistema de medida era inapreciable, tal como muestra la figura 7a.

Los ensayos de calibración sobre vigas sin entalla dieron, por el contrario, resultados perfectamente medibles para la energía disipada en los apoyos. En la figura 7b se ha representado la energía disipada en un ciclo de carga-descarga frente a la carga máxima junto con la curva de interpolación usada para corregir los valores de la energía total disipada en los ensayos FE.

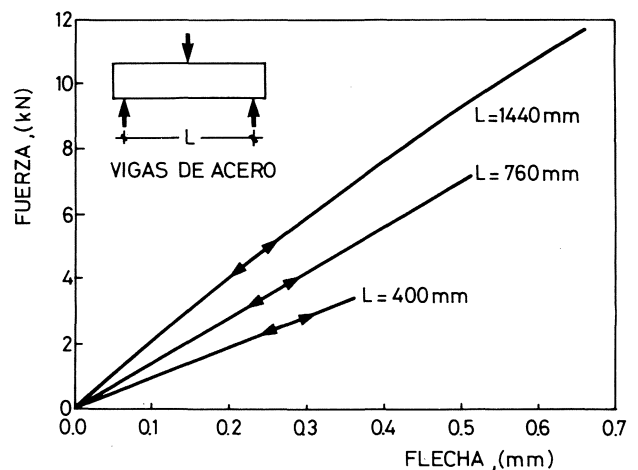


Fig. 7a.—Calibración de la histéresis.

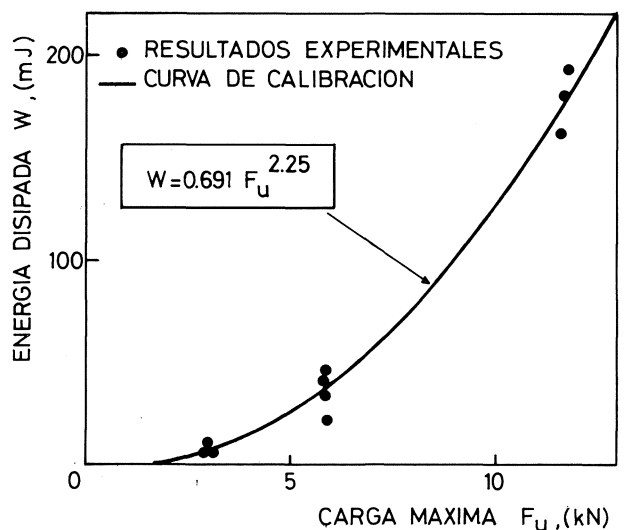


Fig. 7b.—Calibración de la energía disipada en los ensayos.

**Tabla 2**  
**RESULTADOS PARA LAS PROBETAS FE1**

Probeta	n.º ens.	$F_u$ (kN)	$f_N$ (MPa)	$G_{FR}^*$ (N/m)	$G_{FR}$ (N/m)	$G_{FB}$ (N/m)
FE1-1	13	0,82	4,73(0,21)	123	123(22)	
FE1-2	6	2,12	3,73(0,34)	125	125(30)	53(9)
FE1-3	8	4,00	3,60(0,21)	127	126(28)	

**Tabla 3**  
**RESULTADOS PARA LAS PROBETAS FE2**

Probeta	n.º ens.	$F_u$ (kN)	$f_N$ (MPa)	$G_{FR}^*$ (N/m)	$G_{FR}$ (N/m)	$G_{FB}$ (N/m)
FE2-1	6	3,44	4,45(0,18)	106	104(8)	
FE2-2	5	6,36	4,29(0,18)	122	118(11)	97(28)
FE2-3	5	10,99	3,60(0,21)	157	151(20)	

**Tabla 4**  
**RESULTADOS PARA LAS PROBETAS TE2**

Probeta	n.º de ensayo	F <sub>u</sub> (kN)	f <sub>N</sub> (MPa)	G <sub>FB</sub> (N/m)
TE2-1	5	23,0	2,87(0,14)	99(39)
TE2-2	6	45,0	2,81(0,08)	
TE2-3	3	84,5	2,64( — )	

#### Ensayos estables a flexión

Los resultados más importantes de los ensayos de probetas FE1 se han resumido en la tabla 2, en la que los valores entre paréntesis indican desviaciones estándar, y f<sub>N</sub> se ha definido ahora como:

$$f_N = 1,5 F_u L / b(d - a)^2 \quad (19)$$

donde F<sub>u</sub> indica la carga de rotura y los parámetros geométricos son los definidos en la figura 5. El símbolo G<sub>FR</sub> indica energía de fractura G<sub>F</sub> determinada siguiendo la metodología RILEM, y el símbolo G<sub>FB</sub> el valor determinado por el método de Bazant. G<sub>FR</sub> representa el valor de la energía de fractura G<sub>F</sub> sin efectuar la corrección por energía disipada en los apoyos.

La tabla 3 resume los resultados experimentales para las probetas tipo FE2.

Como resultado diferencial se ha observado que la forma de rotura de las probetas difiere sustancialmente para los hormigones 1 y 2. Puede, en efecto, apreciarse en las fotos 1a y 1b, que una gran parte de la superficie de rotura del hormigón 1 corresponde a decohesión árido grueso-mortero, en tanto que en el hormigón 2 domina la rotura de árido grueso frente a la decohesión.

#### Ensayos de tracción sobre probeta entallada

Los resultados de estos ensayos se han resumido en la tabla 4, en la cual, de nuevo, los valores entre paréntesis son las desviaciones estándar y f<sub>N</sub> es la tensión neta de rotura:

$$f_N = F_u / b(d - 2a) \quad (20)$$

donde F<sub>u</sub> es la carga de rotura y los parámetros geométricos los definidos en la figura 5.

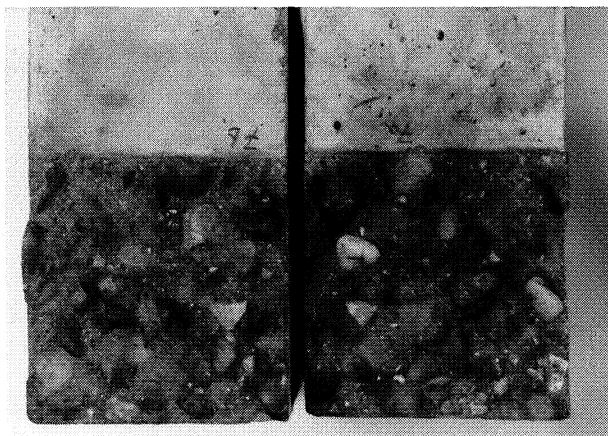


Foto 1a.—Superficie de rotura del hormigón 1.

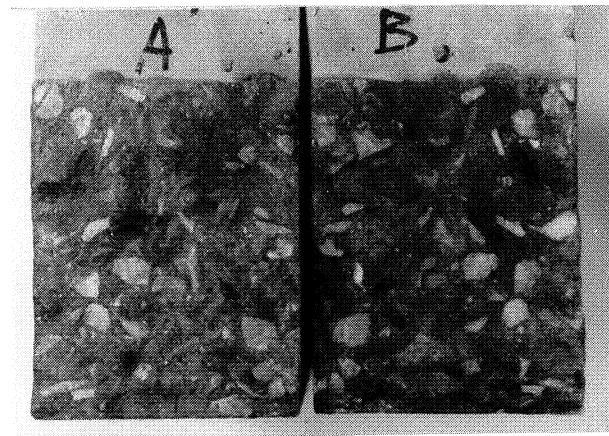


Foto 1b.—Superficie de rotura del hormigón 2.

**Tabla 5**  
**RESULTADOS PARA LAS PROBETAS TD2**

Probeta	F <sub>u</sub> (kN)	f <sub>N</sub> (MPa)	G <sub>F</sub> (N/m)
1	9,85	3,94	103
7	9,52	3,81	114
8	8,70	3,48	74
10	8,22	3,29	—
11	9,90	3,96	137
12	9,30	3,72	171
Valores medios	9,25	3,70(0,27)	119(36)

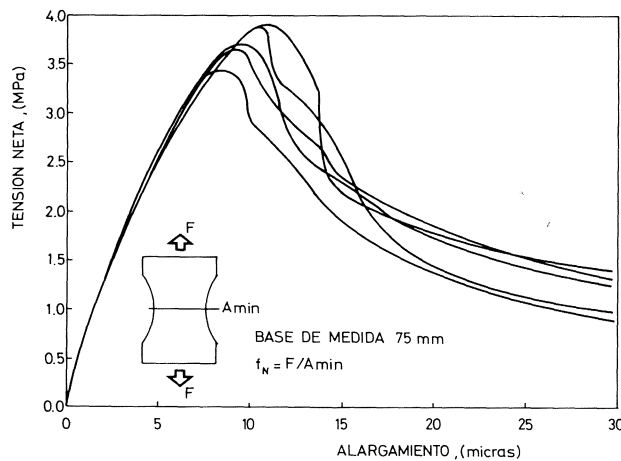


Fig. 8.—Curvas tensión-alargamiento en el ensayo de tracción directa.

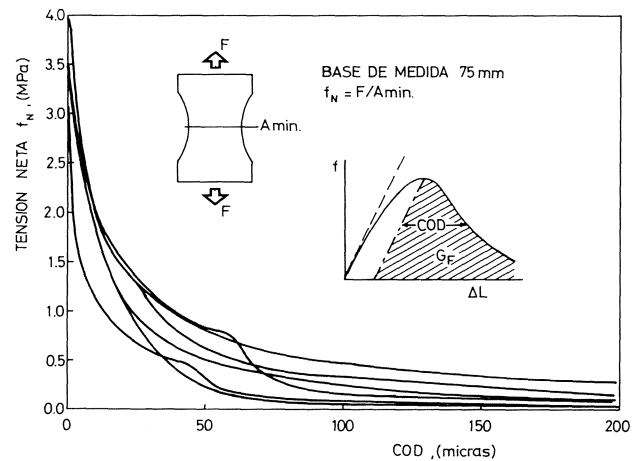
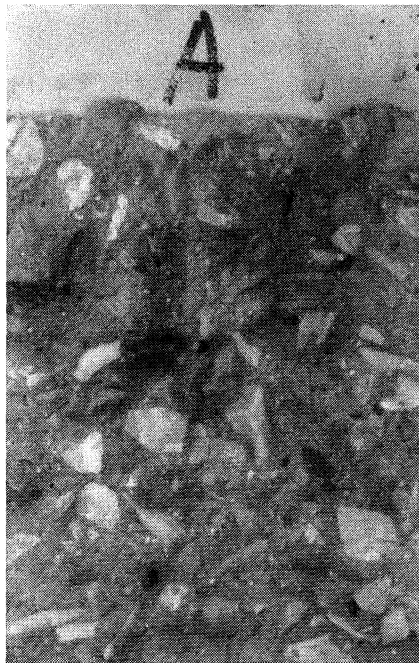
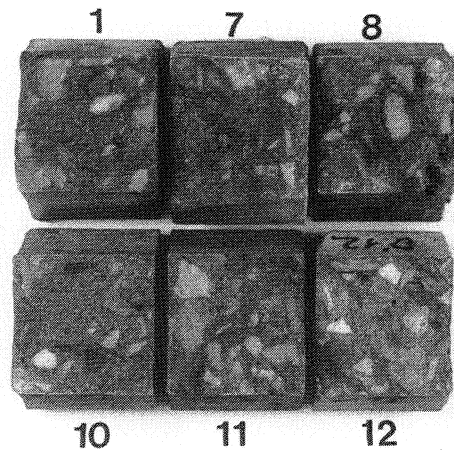


Fig. 9.—Curvas tensión-apertura de fisura en el ensayo de tracción directa.



Fotos 2a y 2b.—La proporción árido grueso/mortero es menor en las probetas pequeñas que en las grandes.



### Ensayos estables de tracción

Como se esperaba, fue muy difícil llevar a cabo con éxito estos ensayos, y de doce ensayos efectuados sólo se obtuvieron seis válidos. En los seis restantes la rotura se produjo fuera de la base de medida, dando por resultado ensayos inestables. En la figura 8 se ha representado la parte inicial de las curvas tensión-alargamiento y en la figura 9 las curvas tensión-apertura de fisura obtenidas en los ensayos.

En la tabla 5 se han recogido los resultados individuales de la tensión neta de rotura  $f_N$  (carga máxima partida por sección mínima de la probeta), y de la energía de fractura  $G_F$ . En estos ensayos, la ener-

gía de fractura se ha determinado de acuerdo con el esquema de la figura 9, para eliminar la parte volumétrica de la energía absorbida. Es de notar que las dispersiones en tensiones son del orden de las obtenidas habitualmente (10 % de la resistencia media aproximadamente), pero la dispersión en energía de fractura es grande.

La superficie de fractura sigue mostrando predominancia de rotura de árido grueso frente a decohesión árido-mortero. Conviene resaltar, sin embargo, que en la sección de rotura la proporción de árido grueso/mortero es menor que en las probetas de gran tamaño, como puede apreciarse en las fotos 2a y 2b. Este será un aspecto importante a la hora de discutir los resultados.

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

### Ensayos estables de flexión

Para la primera serie (FE1, tabla 2), los resultados de la energía de fractura obtenidos por el procedimiento RILEM no presentan diferencias significativas para el intervalo de tamaños estudiado, dando un valor medio de 124 N/m.

Este hecho implica que el hormigón 1 puede satisfacer la condición de constancia de  $G_F$  y que puede esperarse que un modelo de zona cohesiva describa adecuadamente el comportamiento del material en fractura.

Puesto que en los ensayos tipo RILEM la energía de fractura y la tensión de rotura se determinan independientemente, es posible realizar una comprobación de la capacidad predictiva del Modelo de la Fisura Ficticia. En la figura 10 se han representado los resultados experimentales en forma adimensional junto con la predicción teórica del MFF para la hipótesis de rama de ablandamiento bilineal (construida a partir de los resultados de Petersson, 1981; tal como se describe en el Apéndice 2). Para cada conjunto de probetas se ha utilizado la resistencia a tracción indirecta de la amasada correspondiente para adimensionalizar los resultados.

Como puede observarse, teoría y experimentación concuerdan muy bien, y la concordancia podría mejorarse refinando la forma de la rama de ablandamiento, aunque tal cosa parece superflua para la mayoría de aplicaciones prácticas.

El valor de  $G_F$ , obtenido por el método de Bazant, difiere del valor directamente medido en más de un 50 %. Puesto que es difícil imaginar errores experimentales en cualquiera de las dos determinaciones que justifiquen tanta diferencia, hay que concluir que en este caso los dos métodos no son equivalentes. El valor de  $G_{FB}$  se obtiene a partir de la pendiente de la recta ajustada a los tres resultados experimentales, como ya se indicó al comentar

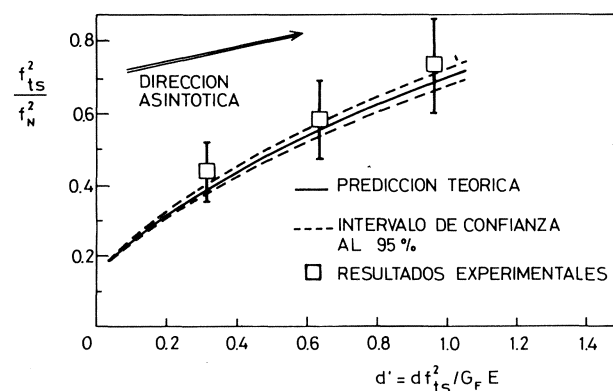


Fig. 10.—Predicciones teóricas y resultados experimentales para la serie FE1.

la expresión (11). De la observación de la figura 10 es aparente que la pendiente de la recta ajustada es mayor que la dirección asintótica prevista y, en consecuencia, es de esperar que  $G_{FB}$  sea menor que  $G_{FR}$ .

Para la segunda serie (FE2, tabla 3) los valores de la energía de fractura muestran una clara tendencia a aumentar con el tamaño de la probeta. Puesto que los resultados se han corregido para tener en cuenta las disipaciones de energía en las zonas de aplicación de carga, y no es lógico esperar disipaciones por aplastamiento en las fibras comprimidas, debe concluirse que éste es un comportamiento intrínseco del hormigón 2.

Esto significa que alguna de las hipótesis básicas de los modelos de fisura cohesiva no se cumple para este material, y, por tanto, que no es posible hacer extrapolaciones seguras mediante la aplicación de dichos modelos en su forma actual. Este hecho se pone de manifiesto en la figura 11 por la diferente tendencia de las curvas teóricas y los resultados experimentales. En dicha figura se han representado los resultados experimentales adimensionalizados y las curvas teóricas para tres valores de  $G_F$  que barren el intervalo de valores obtenidos por el procedimiento experimental RILEM. Evidentemente, ninguna de las curvas teóricas se ajusta medianamente bien a los resultados experimentales.

La diferencia de comportamiento podría explicarse, sin recurrir a invalidar completamente el modelo, si se relaja la hipótesis 3a y se admite que el material que se encuentra próximo a la fisura cohesiva y alcanza niveles próximos a la resistencia a tracción, tiene un comportamiento no lineal y contribuye a la disipación de energía con un término proporcional, no al área, sino al volumen afectado por los altos niveles de tensiones.

Desgraciadamente no existe en este momento un método de análisis que permita tener en cuenta disipaciones volúmicas además de superficiales, aunque se está trabajando activamente para desarrollarlo.

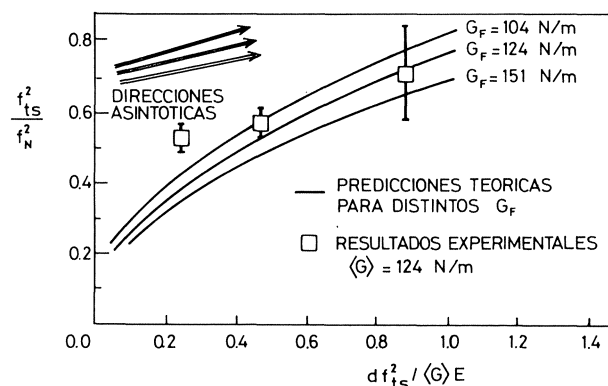


Fig. 11.—Predicciones teóricas y resultados experimentales para la serie FE2.

### Ensayos de tracción sobre probeta entallada

Con el hormigón del tipo 2 se fabricaron probetas con una geometría distinta a las vigas entalladas con objeto de medir  $G_F$  por dos caminos distintos. Este estudio dio lugar a la serie TE2 —ensayos de tracción con probetas entalladas— cuyos resultados se comentan a continuación.

Para medir la energía de fractura directamente, y poderla comparar con  $G_{FR}$ , es preciso disponer de un registro fuerza-desplazamiento correspondiente a un ensayo estable. Desgraciadamente todos los ensayos realizados fueron inestables y, aunque se consiguió medir la carga máxima, no se pudo registrar la rama de ablandamiento.

La obtención de las cargas máximas permitió una comparación de los valores de  $G_F$  basada en el método de Bazant. El valor de  $G_{FB}$  para las probetas entalladas (99 N/m, tabla 4) coincide, prácticamente, con el valor de  $G_{FB}$  para las vigas entalladas (97 N/m, tabla 3). No obstante, a juicio de los autores, esta coincidencia puede ser casual debido a los siguientes motivos: en primer lugar existen dudas sobre la aplicabilidad del modelo de la zona cohesiva, por las razones antes apuntadas, y en segundo lugar porque los ensayos TE2-3 tienen mucha dispersión y, aunque la recta que ajusta los valores medios da buenos resultados, también sería posible utilizar otras rectas —con una probabilidad parecida— para las cuales los valores de  $G_{FB}$  serían muy distintos. Posiblemente un análisis más detallado de la serie TE2 proporcionaría información adicional.

### Ensayos estables de tracción

Los resultados de esta serie de ensayos presentan anomalías sumamente interesantes desde el punto de vista de la fundamentación de los modelos de fisura cohesiva a nivel experimental. El primer tipo de anomalía está asociado al pequeño tamaño de las probetas y el segundo a la distribución de la fisuración y ambas están relacionadas con las dificultades prácticas y teóricas de la realización de ensayos estables de tracción.

Una de las características de los ensayos de tracción simple es la dificultad de conseguir que sean estables. Ello requiere, además de una elevada rigidez del sistema de carga, que el tamaño de la probeta sea pequeño. Por ello, en todos los ensayos de los que tenemos noticia, o bien se han utilizado morteros o microhormigones, o, como en nuestro caso, se han reducido las dimensiones de la probeta a un tamaño mínimo que suele fijarse en tres veces el tamaño máximo del árido utilizado. Además, para conseguir que la rotura se produzca dentro de la base de medida, en los casos en que quiere determinarse la energía de fractura, se utilizan probetas no prismáticas con un cierto nivel de concentra-

ción de tensiones. Nosotros hemos intentado reducir a un mínimo la concentración de tensiones, y sólo en un 50 % de los ensayos este tipo de probeta ha roto en la zona prevista.

Cuando se examinan los resultados expuestos en el apartado anterior se observa que en los ensayos de tracción directa: a) la resistencia a tracción media es un 15 % superior a la determinada en ensayo brasileño; b) la observación de la superficie de fractura muestra una fracción de mortero superior a la de probetas de mayor tamaño. Cada una de ellas podría tener, considerada aisladamente, diferentes explicaciones. La primera, por ejemplo, puede explicarse por un efecto estadístico de tamaño (ver, por ejemplo, Elices, 1985a), por el factor 0,85, que según la norma española afecta al valor teórico (elasto-frágil) de la tensión de rotura en el ensayo brasileño y que en otros países se toma como 1 (lo que compensaría exactamente la diferencia del 15 %), o, también, por un enriquecimiento de las probetas en mortero en detrimento del árido grueso debido a segregación natural en el moldeado de pequeñas probetas. Consideradas las dos simultáneamente, y sin perjuicio de que existan otros factores coadyuvantes, parece que la forma más simple de explicarlas es admitir que la estructura de las probetas pequeñas difiere de las de mayor tamaño porque están enriquecidas en mortero, que en el hormigón analizado es aparentemente más resistente que el árido.

Cabe, pues, concluir que el tamaño de las probetas es excesivamente pequeño para ser obtenidas por moldeado y ser al mismo tiempo representativas del hormigón en elementos grandes. Nótese que no es un problema de dispersión, que es lo que se espera en elementos pequeños, sino de representatividad (puesto que el coeficiente de variación de la resistencia es tan sólo del 7 %). En otras palabras: las probetas pequeñas parecen corresponder a una distinta dosificación de hormigón.

Cuando no se pueda aumentar el tamaño de las probetas, la forma más sencilla de resolver este problema es la de obtenerlas por tallado de probetas mayores, teniendo buen cuidado de no introducir microfisuración durante el proceso de corte.

Pese a que la representatividad pueda, y deba, ponerse en duda es de esperar que, al menos, la tendencia en el comportamiento tensodeformacional sea similar en probetas pequeñas y grandes, al menos si el estado es suficientemente próximo a una tracción uniforme. De hecho, el valor medio de la energía de fractura obtenida en estos ensayos es muy similar al valor obtenido en las probetas de flexión. (Aunque el coeficiente de variación sea cuatro veces superior, y muy próximo al 40 %, lo que parece hacer casi inservibles los resultados). Sin embargo, un examen más profundo de los resultados y de la evolución de los ensayos muestra que la dispersión no sólo es explicable, sino que revela hechos sumamente interesantes.

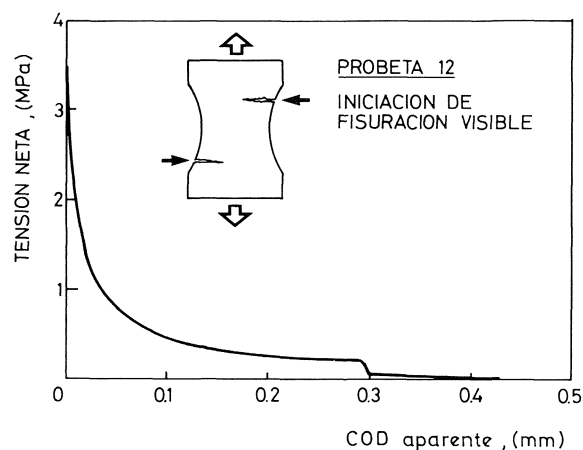


Fig. 12.—Curva tensión-apertura de fisura (COD) en un ensayo de tracción directa. Propagación de dos fisuras.

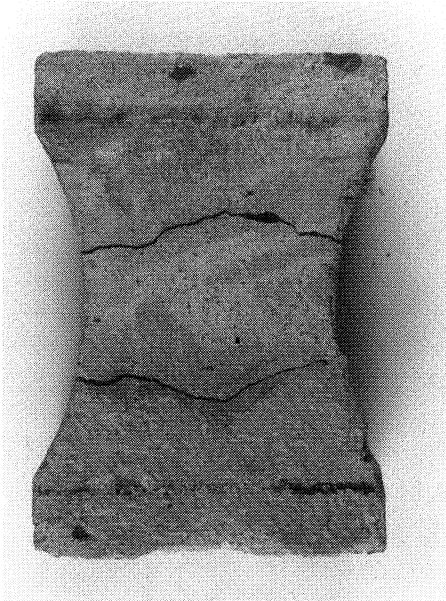


Foto 3.—Fisuración múltiple en un ensayo de tracción directa.

Tal como se indicó en el apartado dedicado a la fisura cohesiva, la energía de fractura es un parámetro asociado a la creación de una **única** fisura macroscópica. Es una hipótesis normalmente aceptada que en un ensayo de tracción simple, al alcanzarse la resistencia a tracción, toda la deformación se localiza en una única fisura en tanto que el resto de la probeta se descarga elásticamente, en cuyo caso la energía absorbida es justamente el producto de  $G_F$  por la sección final de rotura. Mostraremos a continuación que esta hipótesis no se cumple en nuestro caso, y que esto justifica las enormes desviaciones observadas.

Aunque el hecho ha sido observado claramente en dos de las seis probetas, describiremos el proceso para la probeta 12 en la que resulta mucho más espectacular. La figura 12 muestra la curva tensión-

apertura de fisura (COD) de dicha probeta y puede apreciarse que la rama de descarga presenta una brusca caída de carga para una apertura de unos 0,3 mm. El seguimiento ocular de este ensayo reveló que se estaban propagando **dos** fisuras aproximadamente simétricas, tal como indica el esquema de la figura. El escalón de la curva de carga coincidió con una rápida propagación de la fisura inferior a toda la sección de la probeta. La foto 3 muestra el aspecto de la probeta después de la rotura total, pudiéndose apreciar la sección de rotura y una fisura visible en su mayor parte a simple vista y claramente visible en todo el perímetro con una lupa de 10 aumentos.

Es claro, pues, que la energía total absorbida corresponde a la de una fisura completa más una gran parte de la correspondiente a una segunda fisura, lo que explica el valor anormalmente alto de la energía de fractura «nominal» que presenta esta probeta.

En conclusión, algunos de los ensayos de tracción directa han presentado macrofisuración doble. Como no es posible separar, con la técnica experimental dada, la energía absorbida en cada fisura, sólo cabe afirmar que el valor medio obtenido es una cota superior del valor medio real. La desviación estándar obtenida es la resultante de la correspondiente a la propia de  $G_F$  y de la correspondiente al nivel de macrofisuración secundaria, lo que justifica los valores exageradamente altos que se han obtenido.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al ingeniero Pablo Maturana por la ayuda recibida durante la preparación de este trabajo. También desean expresar su agradecimiento al Comité Conjunto Hispano Norteamericano para la Cooperación Científica y Técnica por la financiación de este estudio.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BARENBLATT, G. I. (1962): «The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture». *Advances in Appl. Mech.*, Vol. 7, pp. 55-129.
- BAZANT, Z. P., y KIM, J. K. (1979): «Plastic-fracturing theory for concrete». *J. Eng. Mechanics ASCE*, Vol. 105, pp. 407-428.
- BAZANT, Z. P. (1984): «Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal». *J. Eng. Mechanics ASCE*, Vol. 110, 4: 518-535.
- BAZANT, Z. P. (1985a): «Fracture mechanics of concrete and strain-softening». US-Japan Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Japan Concrete Institute, Tokyo, Mayo.
- BAZANT, Z. P. (1985b): «Comment on Hillerborg's comparison of size effect law with fictitious crack model». En el volumen dedicado a Dei Poli, Editado por L. Cedolin, Milán.
- BILBY, B. A.; COTTRELL, A. H., y SWINDEN, K. H. (1963): «The spread of plastic yield from a notch». *Proc. Roy. Soc. A* 272: 304-310.
- BROWN, W. F., y SRAWLEY, J. E. (1967): «Plane strain crack toughness testing of high strength metallic materials». ASTM-STP 410.



- CARPINTERI, A. (1985): «Scale effects in fracture of plain and reinforced concrete structures». En *Fracture Mechanics of Concrete* (G. C. Sih y A. DiTommaso, Eds.), Martinus Nijhoff Publishers.
- DUGDALE, D. S. (1960): «Yielding of steel sheets containing slits». *J. Mech. Phys. Sol.*, Vol. 8, pp. 100-108.
- ELICES, M.; PLANAS, J., y CORRES, H. (1983): «Experimental fracture energy of concrete. Three-point bend tests on notched beams». RILEM TC 50-FMC Report, Lund.
- ELICES, M.; CORRES, H., y PLANAS, J. (1984): «Experimental results of fracture energy of concrete for different specimen sizes». RILEM TC 50-FMC Report, Evanston.
- ELICES, M. (1985a): «La influencia del tamaño en la fragilidad de un elemento estructural». *Tecnología 2000*, Vol. 1, pp. 36-46.
- ELICES, M. (1985b): «Fractura del hormigón: Método de cálculo numérico». *Informes de la Construcción*, núm. 372.
- ELICES, M.; LLORCA, J., e INGRAFFEA, A. R. (1985c): «Fractura del hormigón en régimen elástico y lineal. Un ejemplo: La presa de Fontana». *Informes de la Construcción*, núm. 372.
- ELICES, M. (1985d): «Mecánica de la Fractura». Escuela de Ingenieros de Caminos, UPM.
- HILLERBORG, A.; MODEER, y PETERSSON (1976): «Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Elements». *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, pp. 773-782.
- HILLERBORG, A. (1985a): «The theoretical basis of a method to determine the fracture energy  $G_F$  of concrete». *Materials and Structures*, Vol. 18, 106, pp. 291-296.
- HILLERBORG, A. (1985b): «Results of three comparative tests series for determining the fracture energy  $G_F$  of concrete». *Materials and Structures*, Vol. 18, 107, pp. 407-413.
- INGRAFFEA, A., y GERSTLE, W. H. (1984): «Non-linear fracture models for discrete crack propagation». Proceedings NATO Workshop, Northwestern Univ. (S. P. Shah, Ed.).
- INGRAFFEA, A., y SAOUMA (1985): «Numerical modeling of discrete crack propagation in reinforced and plain concrete». En *Fracture Mechanics of Concrete* (G. C. Sih y A. DiTommaso, Eds.), Martinus Nijhoff Publishers.
- MINDES, S. (1984): «Fracture toughness testing of cement and concrete». En *Fracture Mechanics of Concrete* (A. Carpinteri, A. Ingrassia, Eds.), Martinus Nijhoff.
- PETERSSON, P. E. (1981): «Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials». Report TVBM-1006, Lund Institute of Technology.
- PLANAS, J., y ELICES, M. (1985): «Towards a measure of  $G_F$ : An analysis of experimental results». *Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete*. Lausanne, Vol. 1, pp. 269-278.
- RILEM (1974): «Materials and Structures». Vol. 7, 39: 207-224.
- RILEM Comité 50-FMC (1985): «Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams». *Materials and Structures*, Vol. 18, 106: 285-290.
- ROTS, J. G.; NAUTA, P.; KUSTERS, G., y BLAAUWENDRAAD, J. (1985): «Smearred crack approach and fracture localization in concrete». *Heron*, Vol. 30, pp. 1-48.
- SIH, G. C., y DITOMMASO, A. (1985): «Fracture mechanics of concrete». Martinus Nijhoff Publishers.
- WITTMANN, F. H. (1983): «Fracture mechanics of concrete». Elsevier.

## APENDICE 1

### OBTENCION DEL CONSUMO ENERGETICO POR UNIDAD DE AREA

#### 1.1. Modelo de la Fisura Cohesiva

Considérese un cuerpo a través del cual va a propagarse una fisura en modo I, y sea  $\delta A$  un elemento de área situado en el camino de la fisura (Fig. 1a). En un instante cualquiera en el proceso de rotura (Fig. 1b) la apertura de fisura en el centroide de  $\delta A$  será  $w$  y la fuerza  $\delta F$  que actúa en los bordes del elemento de fisura será  $\sigma \delta A$ , donde  $\sigma$  es la tensión transmitida por la fisura ficticia. El trabajo exterior  $d(\delta W)$  realizado sobre  $\delta A$  por las fuerzas de cohesión para aumentar  $w$  en  $dw$ , es, evidentemente:

$$d(\delta W) = \delta F dw \quad (A1-1)$$

y, por tanto, el trabajo sobre  $\delta A$  en el proceso de apertura total en que  $w$  crece monótonamente desde 0 hasta  $\infty$  será:

$$\delta W_{\infty} = \int_0^{\infty} \delta F dw = \delta A \int_0^{\infty} \sigma dw \quad (A1-2)$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación por  $\delta A$ , resulta para el trabajo por unidad de área en un proceso de fractura total:

$$\delta W_{\infty} / \delta A = \int_0^{\infty} \sigma dw \quad (A1-3)$$

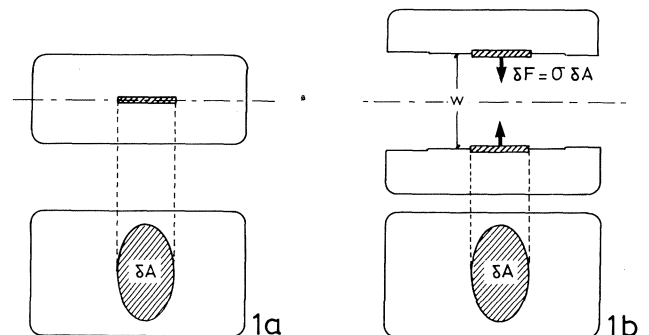


Fig. 1

Pero, de acuerdo con la hipótesis 2, la tensión transmitida es una función unívoca de  $w$  dada por  $\sigma = m(w)$ , y, en consecuencia, el segundo miembro de la ecuación (A1-3) tiene un valor fijo para un material dado, que denominamos energía de fractura  $G_F$ . Resulta así que el trabajo por unidad de área es constante y viene dada por:

$$G_F = \delta W_{\infty} / \delta A = \int_0^{\infty} m(w) dw \quad \text{QED} \quad (A1-4)$$

#### 1.2. Modelo de Banda Cohesiva

En un cuerpo a través del cual va a propagarse — en modo I — una banda de fisuración de anchura constante  $h$ , considérese un elemento material de la banda cohesiva constituido por un prisma de base



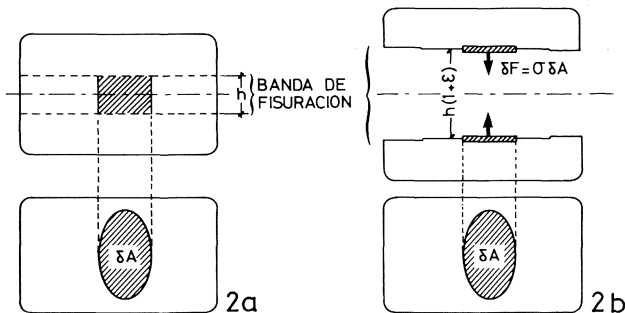


Fig. 2

$\delta A$  y altura  $h$  (Fig. 2a). En un instante cualquiera en el proceso de rotura (Fig. 2b), la altura del elemento habrá pasado a ser:

$$h + \Delta h = h(1 + \epsilon) \quad (\text{A1-5})$$

donde  $\epsilon$  es la deformación unitaria media de la banda cohesiva.

La fuerza  $\delta F$  ejercida por las bases del elemento sobre la región no fisurada del sólido será:

$$\delta F = \sigma \delta A \quad (\text{A1-6})$$

El trabajo exterior a la banda de fisuración  $d(\delta W)$  realizado sobre el elemento para aumentar  $\epsilon$  en  $d\epsilon$  o  $h$  en  $h d\epsilon$ , es, evidentemente:

$$d(\delta W) = \delta F h d\epsilon \quad (\text{A1-7})$$

y, por tanto, el trabajo sobre el elemento en el proceso de apertura total en que  $\epsilon$  crece monótonamente desde 0 hasta  $\infty$  será:

$$\delta W_{\infty} = \int_0^{\infty} \delta F h d\epsilon = h \delta A \int_0^{\infty} \sigma dw \quad (\text{A1-8})$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación por  $\delta A$ , resulta para el trabajo por unidad de área en un proceso de fractura total:

$$\delta W_{\infty} / \delta A = h \int_0^{\infty} \sigma d\epsilon \quad (\text{A1-9})$$

Pero, de acuerdo con la hipótesis 2, la tensión transmitida es una función unívoca de  $\epsilon$  dada por  $\sigma = n(\epsilon)$  y, en consecuencia, el segundo miembro de la ecuación A1-9 tiene un valor fijo para un material dado, que denominaremos energía de fractura  $G_F$ . Resulta así que el trabajo por unidad de área es constante y viene dado por:

$$G_F = \delta W_{\infty} / \delta A = h \int_0^{\infty} n(\epsilon) d\epsilon \quad \text{QED} \quad (\text{A1-10})$$

## APENDICE 2

### DETERMINACION DE LAS CURVAS TENSION DE ROTURA-TAMAÑO A PARTIR DE LOS RESULTADOS DE PETERSSON, 1981

Se parte de los ábacos del trabajo de Petersson en que, a través de un cálculo numérico, se relaciona la energía de fractura crítica de la Teoría de Fractura Elástica Lineal — $G_c$ — con el tamaño de la probeta, para un material cuya fractura está regida por el modelo de la fisura cohesiva. En la figura 3 se ha reproducido parcialmente el ábaco correspondiente a un diagrama de ablandamiento bilineal, indicándose las relaciones correspondientes a  $a/d$  igual a 0,33 y 0,5, que son los valores utilizados en nuestro trabajo. Es importante notar que Petersson toma para  $G_c$  el valor correspondiente a tensión plana, relacionado con el factor de intensidad de tensiones crítico por:

$$K_c^2 = E G_c \quad (\text{A2-1})$$

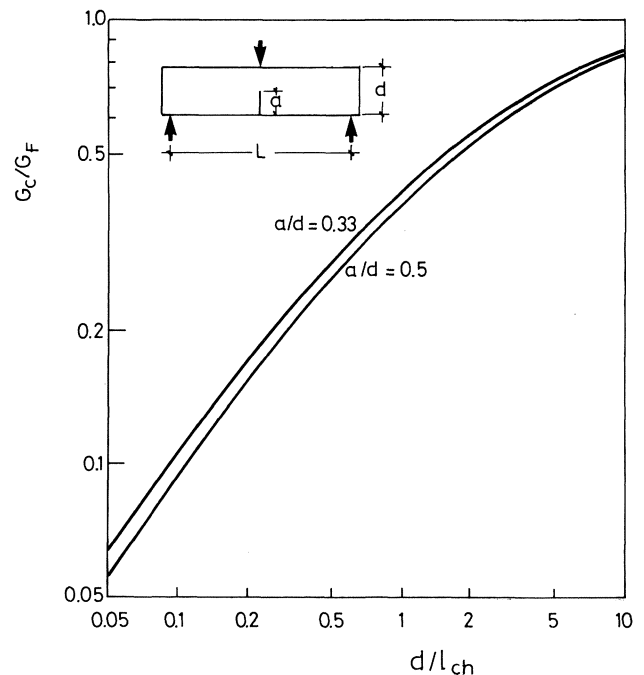


Fig. 3

Por definición,  $G_c$  se calcula a partir de la carga de rotura a través de la ecuación:

$$E G_c = f_N^2 \text{ de } g(a/d, L/d) \quad (\text{A2-2})$$

donde, si se toma la tensión de rotura definida por la ecuación (19) que repetimos a continuación:

$$f_N = 1,5 F_u L / b(d - a)^2 \quad (\text{A2-3})$$

la función  $g$  toma la forma:

$$g = \pi(a/d) [1 - (a/d)]^4 \quad Y(a/d, L/d)^2 \quad (\text{A2-4})$$

donde la función Y ha sido obtenida por métodos numéricos por Brown y Srawley (véase, por ejemplo, Elices, 1985d), para los casos  $L/d = 4$ ,  $L/d = 8$  y  $L/d = \infty$  (flexión pura). Los casos intermedios pueden obtenerse por interpolación. En la tabla se indican los valores de interés para la aplicación a la experimentación realizada. Nótese que el valor de g depende poco de la luz relativa de la viga.

Volviendo a la ecuación (A2-2), es posible, sin ma-

yores dificultades, transformarla en la siguiente ecuación:

$$(f_t/f_N)^2 = g \cdot (d/l_{ch}) / (G_c/G_F) \quad (A2-5)$$

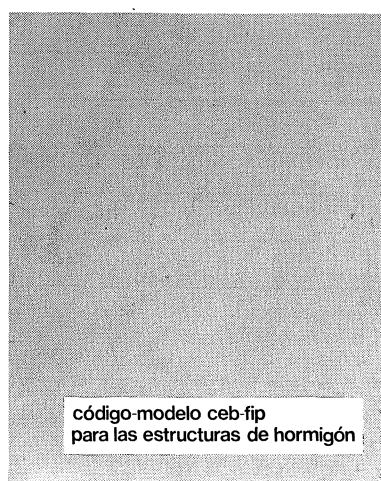
En esta ecuación el primer miembro es precisamente la abscisa de la representación adimensional utilizada en las figuras 3, 4, 10 y 11. Una vez definida la geometría —g dado—, su valor queda completamente determinado para cada valor de  $d/l_{ch}$  tomando el valor correspondiente de  $G_c/G_F$  del ábaco de Petersson y utilizando la ecuación (A2-5).

Tabla  
VALORES DE g

	L/d = 4		L/d = 8		L/d = ∞	
a/d =	0,33	0,5	0,33	0,5	0,33	0,5
g =	0,241	0,195	0,265	0,213	0,278	0,219

☆☆☆

## publicación del i.e.t.c.c.



código-modelo ceb-fip  
para las estructuras de hormigón

El Instituto Eduardo Torroja, miembro activo tanto del Comité Eurointernacional del Hormigón (CEB), como de la Federación Internacional del Pretensado (FIP), ha tomado a su cargo la traducción y edición de esta importante normativa.

Aunque presentado con el título de «Código Modelo CEB/FIP 1978» este documento incorpora los dos primeros volúmenes de este «Sistema Unificado Internacional de Reglamentación Técnica de Ingeniería Civil». El primer volumen de este «Sistema Unificado» es el denominado «Reglas comunes Unificadas para los diferentes tipos de obras y materiales», donde se exponen los criterios y formatos de seguridad a que han de ajustarse los diferentes Códigos (estructuras de hormigón, estructuras metálicas, estructuras mixtas, estructuras de albañilería y estructuras de madera), que han de configurar la totalidad del antedicho sistema.

El segundo volumen es propiamente el Código Modelo para las Estructuras de Hormigón. Fruto de la colaboración de dos asociaciones del prestigio del CEB y la FIP, desde mediados de los 60, incorpora los avances científicos y tecnológicos producidos en los últimos años sin detrimento alguno de la claridad y operatividad que deben presidir un código que pretende ser, ante todo, un auxiliar práctico para los técnicos de la construcción.

El Código sigue en su estructura las reglas más o menos clásicas: una primera parte dedicada a los datos generales para el cálculo (propiedades de los materiales, datos relativos al pretensado, tolerancias); en segundo lugar se presentan las reglas de proyecto estructural (acciones, solicitaciones, estados límites últimos y de utilización, reglas de detalle para el armado); y, por último, ejecución, mantenimiento y control de calidad.

También incluye reglas para estructuras con elementos prefabricados y estructuras de hormigón con áridos ligeros. Los Anejos del Código se refieren a: terminología, proyecto mediante la experimentación, resistencia al fuego, tecnología del hormigón, comportamiento en el tiempo del hormigón y fatiga.

Un volumen encuadernado en cartón, de 21 × 30 cm, compuesto de 340 páginas, Madrid, mayo 1982.

Precios: España 2.500 ptas. Extranjero 36 \$ USA.