

PROGRAMA PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES POLIGONALES DE HORMIGÓN ARMADO EN FLEXOCOMPRESIÓN ESVIADA CON UN ORDENADOR PORTÁTIL

(PROGRAM FOR THE DESIGN OF POLYGONAL REINFORCED CONCRETE CROSS-SECTIONS SUBMITTED TO BIAXIAL BENDING ON A PORTABLE COMPUTER)

Francisco Morán Cabré, Dr. Ingeniero de Caminos IETcc/CSIC

403-7

RESUMEN

Se presenta un programa para el dimensionamiento (proyecto) de secciones de soportes de hormigón armado en flexocompresión esviada (N , M_x , M_y). Las secciones pueden ser de forma poligonal cualquiera. El programa calcula la armadura necesaria, dada la distribución de la misma. El cálculo se realiza en el estado límite de agotamiento, de acuerdo con la Instrucción Española y con el Código Modelo del CEB. El programa está preparado para el microordenador personal portátil HP-75. Se incluyen un listado en lenguaje BASIC y ejemplos numéricos.

SUMMARY

A program for the design of cross-sections of reinforced concrete columns submitted to compression and biaxial bending (N , M_x , M_y) is presented. The cross-sections can be of arbitrary polygonal shape. Given the reinforcement arrangement, the program computes the total amount of longitudinal reinforcement. The cross-sections are supposed to be at the ultimate limit state, in accordance with the Spanish Code and with the CEB Model Code. The program has been prepared for the personal portable microcomputer HP-75. The BASIC listing and numerical examples are included.

1. Introducción. Objeto del programa

A continuación se describe un programa para el dimensionamiento de secciones poligonales de hormigón armado sometidas a solicitaciones de flexocompresión esviada M_x , M_y , N , en el estado límite último de agotamiento. Se supone que se trata de secciones de soportes.

El programa, llamado DM2G, está escrito en lenguaje BASIC para el ordenador personal portátil HP-75. Ocupa unos 5K octetos de memoria y puede adaptarse con facilidad a cualquier otro ordenador personal. Forma parte de un conjunto de 14 programas para el dimensionamiento y la comprobación de secciones de hormigón armado de distintas formas sometidas a solicitaciones de flexión simple M , flexocompresión recta M , N , y flexocompresión esviada M_x , M_y , N (*).

(*) En publicaciones recientes se han descrito dos programas más del conjunto: el DMNE, para dimensionamiento de secciones rectangulares en flexocompresión recta (3), y el CM2R, para la comprobación de secciones rectangulares en flexocompresión esviada (4).

Las bases de cálculo son las contenidas en el artículo 36 «Principios generales de cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales» de la EH-82 (1), es decir:

- dominios de deformación definidos por el diagrama de pivotes del apartado 36.2 (Fig. 1);
- diagrama parábola-rectángulo para el hormigón del apartado 26.6 (Fig. 2);
- diagrama bilineal para el acero (dureza natural) del apartado 25.3 (Fig. 3);
- excentricidad mínima según el apartado 36.3.

Estas bases de cálculo son coincidentes con las del Código Modelo CM-78 del CEB (2).

En lo que respecta a cuantías mínimas, se respeta la limitación de la Tabla 38.3 de la EH-82 para soportes armados con acero de las calidades AEH-400, AEH-500 ó AEH-600, esto es, una cuantía geométrica mínima de la armadura longitudinal del cuatro por mil. Esta condición es más exigente que la indicada en el apartado 38.2 de la EH-82.

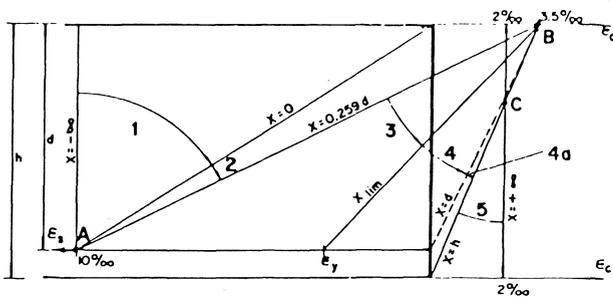


Fig. 1

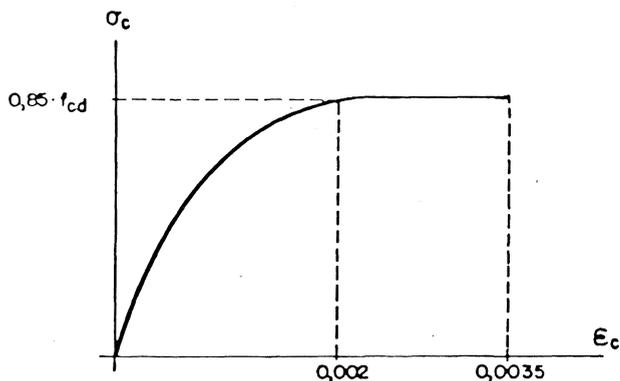


Fig. 2

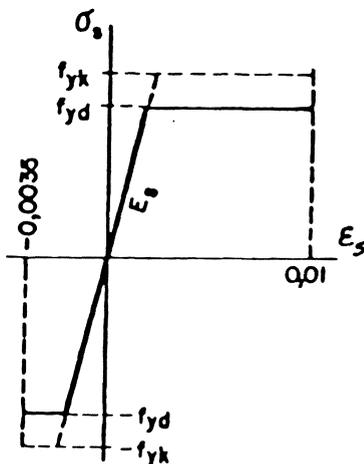


Fig. 3

Tanto las resistencias de los materiales hormigón y acero como las solicitaciones actuantes en la sección, datos del programa, deben ser valores de cálculo, esto es, deben estar afectados por los correspondientes coeficientes de seguridad. En particular, la resistencia de cálculo del hormigón, f_{cd} , debe incluir el coeficiente reductor 0,9 si el hormigonado se hace en posición vertical (apartado 26.5 de la EH-82).

No se consideran en el programa la esbeltez del soporte ni los efectos de segundo orden producidos por la misma. Estos efectos pueden tenerse en cuenta calculando previamente el momento suplementario $M_a = N_d \cdot e_a$,

producido por la excentricidad adicional, e_a , debida a la esbeltez, y sumándolo al momento de primer orden, M_{od} , para obtener el momento de cálculo, M_d : $M_d = M_{od} + M_a$. Ello deberá hacerse para la dirección en la que la esbeltez sea máxima, siempre que el valor de dicha esbeltez supere el del límite de esbeltez de la EH-82 y que el soporte pueda pandear en dicha dirección; en ciertos casos puede ser necesario considerar el pandeo simultáneo en dos direcciones normales (ver apartado 14.5 del Código Modelo del CEB).

El dimensionamiento se obtiene en forma de la cantidad de armadura estrictamente necesaria para resistir la solicitación actuante, eligiéndose como datos una determinada disposición de armado y un recubrimiento determinado. Dicha cantidad de armadura resultante se expresa mediante la capacidad mecánica en toneladas de cada una de las barras de la armadura y su diámetro teórico en milímetros, que luego el proyectista substituirá por un diámetro de la serie normalizada.

2. Estructura y funcionamiento del programa

La estructura y el funcionamiento del programa son comunes a los 14 programas del conjunto aludido en la introducción. En la preparación de dichos programas se ha atendido de forma prioritaria a los siguientes criterios:

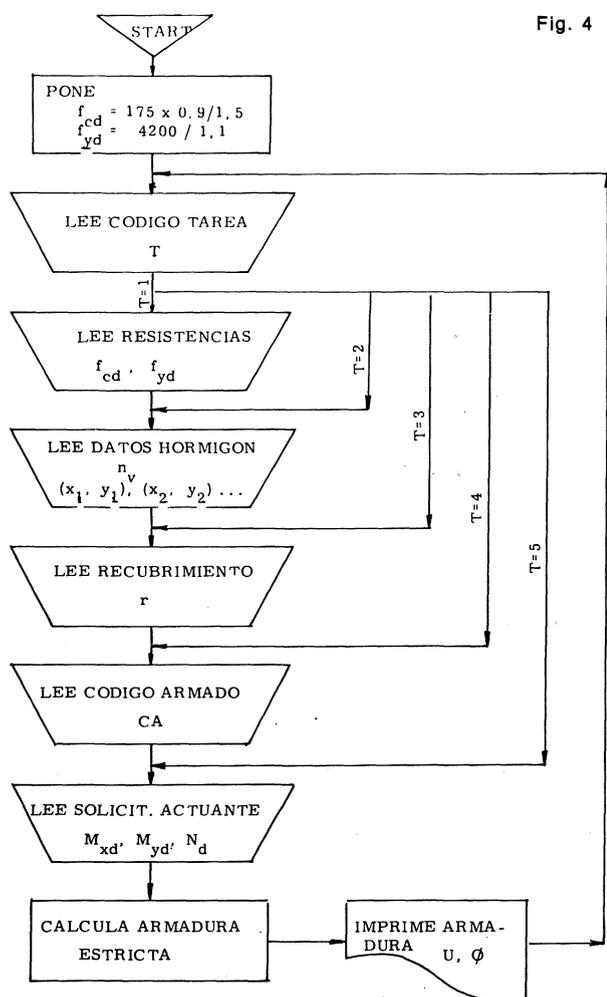
- Tamaño mínimo de los programas, para su utilización en ordenadores personales e incluso en calculadoras programables (*).
- Rapidez de cálculo máxima compatible con la precisión deseada en cada caso.
- Número de datos necesario mínimo para cada problema.
- Posibilidad de efectuar recálculos con el mínimo esfuerzo, bien sea de una misma sección o de distintas secciones en las que cambian sólo algunos datos, como sucede en la práctica al dimensionar los soportes de una estructura de hormigón armado.

Los criterios a), b) y c) han aconsejado preparar un conjunto de programas en lugar de uno sólo que valga para todos los casos; de esta forma se consigue una mejor adaptación a las características concretas de cada problema.

En cuanto al criterio d), ha conducido a la estructura del programa que se esquematiza en el organigrama de la Figura 4 y cuyo funcionamiento se describe a continuación.

Al comienzo, el programa pide y lee el código de tarea T. Si se introduce $T = 1$, el programa pide y lee, a continuación, los valores de las

(*) En efecto, 4 de los 14 programas del conjunto han sido adaptados para su uso en la calculadora programable de bolsillo HP-15.



resistencias de cálculo del hormigón y del acero f_{cd} y f_{yd} en kp/cm^2 . En caso de que se introduzca $T = 2$ el programa no lee estos datos, manteniendo las resistencias usadas anteriormente. Si se arranca el programa con $T = 2$, se adoptan los siguientes valores, considerados como los más frecuentes en el momento de escribirse el programa:

$$f_{cd} = 175 \times 0,9 / 1,5 = 105 \text{ kp/cm}^2;$$

$$f_{yd} = 4200 / 1,1 = 3818 \text{ kp/cm}^2.$$

Naturalmente, cada proyectista podrá modificar estos valores presupuestos cambiándolos por los que utilice con mayor frecuencia, sin más que corregir las correspondientes instrucciones del listado (ver apartado 6).

A continuación, o siempre que se haya introducido $T = 2$, el programa pide y lee los *datos referentes a la sección de hormigón*, que son los siguientes:

n_v = número de vértices de la poligonal. Debe ser un entero comprendido entre 3 y 10;

x_i, y_i = coordenadas de los n_v vértices, por parejas, empezando por el 1 y llegando

hasta el n_v . Estas coordenadas se darán en cm. Los vértices deben numerarse en el *sentido horario* (ver Fig. 5). El sistema coordenado de referencia OXY será cartesiano rectangular y debe tener su origen O en el centro de gravedad de la sección, punto de paso de la directriz del soporte, al que vendrán referidos los momentos flectores actuantes M_{xd} , M_{yd} (ver más adelante).

A continuación, o siempre que se haya introducido $T = 3$, el programa pide y lee el *recubrimiento* r en centímetros, distancia del centro de gravedad de la armadura al paramento de la sección, que se supone igual en valor absoluto para todos los lados de la sección poligonal. Dicho recubrimiento es igual al recubrimiento libre c , más el diámetro del cerco \emptyset_i , más el semidiámetro de la barra longitudinal \emptyset : $r = c + \emptyset_i + 1/2 \emptyset$.

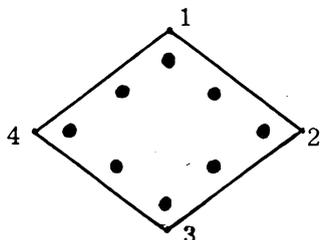
A continuación, o siempre que se haya introducido $T = 4$, el programa pide y lee el *código de armado* CA. Este es un número entero de n_v cifras que indica cuál es la disposición de las armaduras de la sección (ver Fig. 5). La primera cifra del código de armado indica el número de barras, equidistantes e iguales, de la armadura paralela al lado 1-2 de la sección; la segunda cifra el número de barras de la armadura paralela al lado 2-3; y así sucesivamente, la última cifra el número de barras de la armadura paralela al lado n_v-1 . Estas cifras serán números enteros comprendidos entre 2 y 9. De aquí se deduce:

- El número de barras de la armadura paralela a cualquier lado de la sección poligonal es igual o mayor que 2; por tanto, cerca de cada esquina (saliente o entrante) de la sección debe haber una barra. Este criterio coincide con una práctica habitual de armado de secciones de soportes, pues facilita la colocación de cercos.
- Las barras de la armadura paralela a cada lado son iguales y se disponen a distancias iguales. Esta es también una práctica usual.
- El número máximo de barras de cada armadura es 9. No obstante es evidente que si se pone $n = 9$ y el resultado del programa es un diámetro teórico estrictamente necesario \emptyset , el proyectista puede substituir, sin grave error, la combinación $n\emptyset$, por otra de capacidad mecánica equivalente $n'\emptyset'$, siendo n' mayor que 9 (por ejemplo, 10 u 11) y \emptyset' un diámetro de la serie normalizada.
- El número total de barras iguales de la sección será igual a la suma de las cifras del código de armado CA menos el número de vértices n_v .

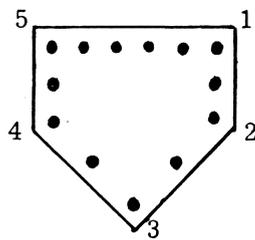
A continuación, o siempre que se haya introducido $T = 5$, el programa pide y lee la *solicitación*

EJEMPLOS DE CODIGOS DE ARMADO

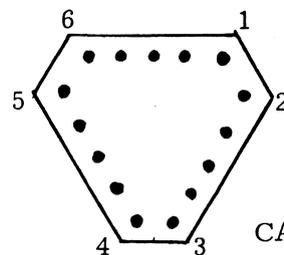
Fig. 5



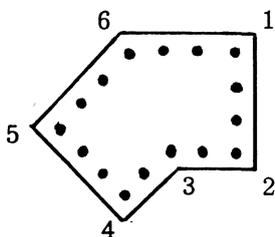
CA = 33333



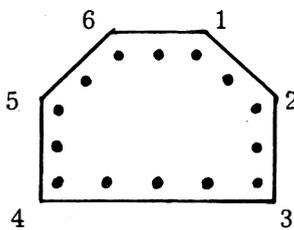
CA = 33336



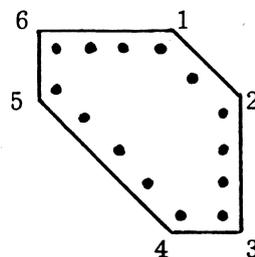
CA = 252525



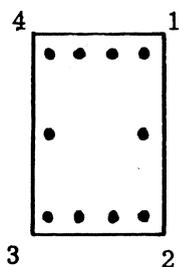
CA = 433444



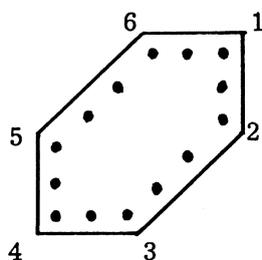
CA = 335333



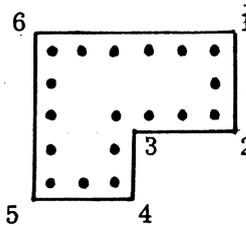
CA = 342524



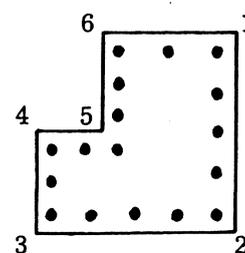
CA = 3434



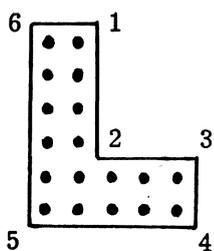
CA = 343343



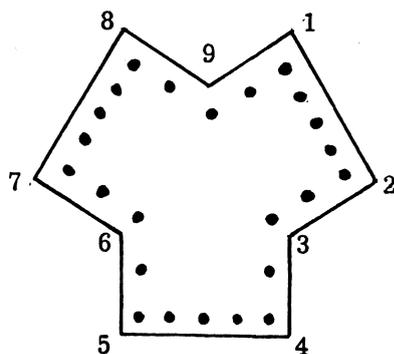
CA = 343356



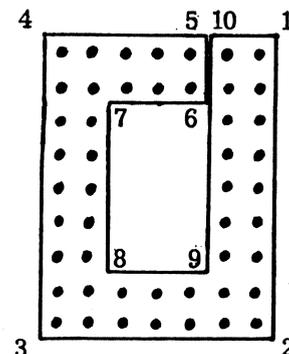
CA = 553343



CA = 542562



CA = 533533533



CA = 9795247582

de cálculo actuante M_{xd} , M_{yd} , N_d , en metros \times tonelada, metros \times tonelada y toneladas, respectivamente. El momento M_{xd} es el momento alrededor del eje x , para el cual el canto es la dimensión de la sección en dirección y y que produce excentricidades en dicha dirección y ; análogamente el momento M_{yd} es el momento alrededor del eje y , para el cual el canto es la dimensión en dirección x y que produce excentricidades en dicha dirección x . Como se ha indicado, estos valores deben estar mayorados, y los momentos deben incluir, en su caso, los efectos de segundo orden, en forma de momentos suplementarios. Los momentos M_{xd} , M_{yd} , pueden llevar signo, entendiéndose que los signos positivos corresponden a excentricidades de la carga situadas en el primer cuadrante. El axil N_d debe ser positivo, como corresponde a un soporte.

Con todos estos datos, el programa está ya en condiciones de calcular las armaduras estrictamente necesarias para resistir la sollicitación actuante. Para ello se utiliza un proceso iterativo que se describe en el apartado siguiente, y que se controla mediante los valores de los parámetros característicos que van apareciendo en pantalla. Al cabo de un intervalo de tiempo variable, del orden de 40 a 60 segundos para casos de flexocompresión recta y de 2 a 3 minutos para casos de flexocompresión esviada, aparecen en pantalla los valores de la capacidad mecánica U y del diámetro teórico \emptyset de cada barra, en toneladas y en milímetros respectivamente. Una vez facilitados estos resultados, el programa vuelve atrás automáticamente y pide un nuevo código de tarea T .

En caso de existir varias hipótesis de cálculo o, más precisamente, varias sollicitaciones actuantes sobre la misma sección, bastará con dar $T = 5$ e introducir a continuación la siguiente sollicitación, obteniéndose la nueva capacidad mecánica U y diámetro teórico necesario \emptyset para cada barra, y así sucesivamente. La sección deberá armarse para la mayor de las capacidades y diámetros obtenidos, que corresponderán a la hipótesis más desfavorable.

Si la capacidad o el diámetro resultantes aconsejan cambiar la disposición de armado elegida, ello podrá hacerse sin más que introducir $T = 4$, tecleando a continuación el código de armado CA de la nueva disposición elegida, y a continuación la sollicitación o sollicitaciones actuantes M_{xd} , M_{yd} , N_d .

En caso de que el diámetro normalizado resultante aconseje modificar el recubrimiento r , bastará para ello dar $T = 3$, introduciendo a continuación el nuevo recubrimiento r , y luego el código de armado CA y la sollicitación o sollicitaciones actuantes M_{xd} , M_{yd} , N_d .

Si se desea pasar a otro elemento con distinta sección, bastará dar $T = 2$, introduciendo sucesivamente los datos de la sección de hormigón (número de vértices n_v y coordenadas x_i , y_i de los mismos); el recubrimiento r ; el código de armado CA ; y la sollicitación o sollicitaciones actuantes M_{xd} , M_{yd} , N_d .

Por último, si se desea cambiar la resistencia de cálculo del hormigón o del acero se dará $T = 1$, introduciendo a continuación sucesivamente las resistencias f_{cd} , f_{yd} ; los datos de la sección de hormigón n_v , x_i , y_i ; el recubrimiento r ; el código de armado CA ; y la sollicitación o sollicitaciones actuantes M_{xd} , M_{yd} , N_d .

El programa prosigue estos ciclos de forma indefinida. Si se desea interrumpirlo basta con pulsar la tecla **ATTN** cuando el programa está en espera de datos (por ejemplo, cuando pide un nuevo código de tarea T).

Si se ha cometido un error, o bien para hacer continuar el programa interrumpido mediante la tecla **ATTN**, basta con pulsar las teclas **C O N T 9 RTN**, con lo cual el programa vuelve a pedir un nuevo código de tarea T , y prosigue su ejecución.

Como es obvio, al arrancar el programa hay que dar un código de tarea $T = 1$ ó $T = 2$, pues si no el ordenador no dispondrá de todos los datos necesarios para el cálculo.

3. Método de resolución

Se utiliza el método indicado en el apartado 2.4 de la referencia (5), con algunas modificaciones, tal y como se expone a continuación.

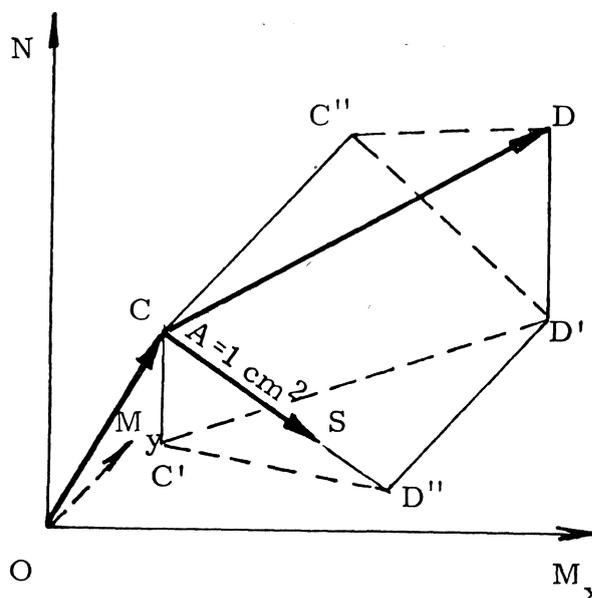


Fig. 6

Si la sollicitación exterior actuante se representa por el vector OD, de componentes M_{xd} , M_{yd} , N_d (ver Fig. 6), para cada posición del eje neutro existe una y sólo una posición del plano de deformaciones que agota la sección. En esa situación pueden obtenerse los esfuerzos resistidos por el hormigón, que se representan por el vector OC, de componentes M_{xc} , M_{yc} , N_c , y los esfuerzos resistidos por la armadura de referencia, supuesto que cada una de sus barras tuviera una sección unitaria, $A = 1 \text{ cm}^2$, que se representan por el vector CS, de componentes M_{xs} , M_{ys} , N_s .

Si el vector CS pasara justamente por el punto D (caso de la sollicitación actuante D''), entonces el área estrictamente necesaria para cada barra de la armadura valdría:

$$A \text{ (cm}^2\text{)} = \frac{CD''}{CS} = \frac{M_{xd} - M_{xc}}{M_{xs}} = \frac{M_{yd} - M_{yc}}{M_{ys}}$$

Para una posición cualquiera del eje neutro esto no sucederá, siendo preciso buscar la posición tal que el vector CS pase por el punto D.

Para caracterizar los errores que se producen o, lo que es lo mismo, la distancia a que se encuentra la situación buscada respecto a una situación cualquiera, se proyecta el triángulo SCD paralelamente a la dirección N en el D''C'D' (Fig. 6) y paralelamente a la dirección M_y en el D'C''D. Se definen como error de axil y error de momento los siguientes:

$$\begin{aligned} \varepsilon_N &= \frac{D'D}{N_d} = \frac{(N)_D - (N)_{D'}}{(N)_D} = \\ &= \frac{N_d - \left[\frac{N_s}{M_{xs}} (M_{xd} - M_{xc}) + N_c \right]}{N_d}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_M &= \frac{D''D'}{M_{xd}} = \frac{(M_y)_D - (M_y)_{D'}}{(M_x)_D} = \\ &= \frac{M_{yd} - \left[\frac{M_{ys}}{M_{xs}} (M_{xd} - M_{xc}) + M_{yc} \right]}{M_{xd}}. \end{aligned}$$

Es decir, el error de axil es la diferencia entre el axil en D y el axil en D', dividido por el axil en D (error relativo), y análogamente el error de momento.

Las fórmulas dadas corresponden al caso de que M_{xd} sea mayor que M_{yd} en valor absoluto. En caso contrario, es decir, para situaciones de pequeño M_{xd} , entre las que puede estar la flexión recta con $M_{xd} = 0$, las definiciones y fórmulas anteriores se sustituyen por las que resultan de cambiar en ellas M_x y M_y entre sí:

$$\varepsilon_N = \frac{N_d - \left[\frac{N_s}{M_{ys}} (M_{yd} - M_{yc}) + N_c \right]}{N_d};$$

$$\varepsilon_M = \frac{M_{xd} - \left[\frac{M_{xs}}{M_{ys}} (M_{yd} - M_{yc}) + M_{xc} \right]}{M_{yd}}.$$

Para fijar la posición del eje neutro se utilizan los parámetros ξ y β , ver Fig. 7. El segundo es el ángulo que forma el eje neutro con el eje OY.

El parámetro ξ es igual, en los dominios de deformaciones 2, 3 y 4 del diagrama de pivotes (Fig. 1), o sea, para flexión compuesta, a la profundidad relativa del eje neutro con respecto al canto oblicuo total: $\xi = x/h$.

En el dominio 1 (tracción compuesta) se hace variar el parámetro ξ entre -1 y 0 linealmente con la deformación en la fibra más comprimida —en este caso menos traccionada— ε_c . Así se evita el manejo de valores de ξ que podrían llegar a $-\infty$ si se sigue tomando como ξ la profundidad relativa del eje neutro. De igual forma, en el dominio 5 (compresión compuesta) se hace variar el parámetro ξ entre 1 y 2 linealmente con ε_c . Así se evita el manejo de valores de ξ hasta ∞ .

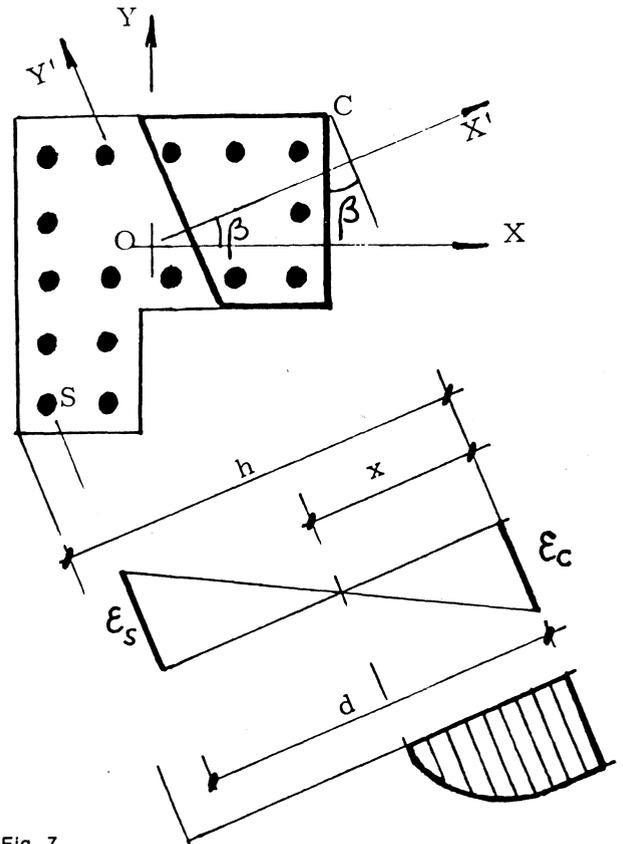


Fig. 7

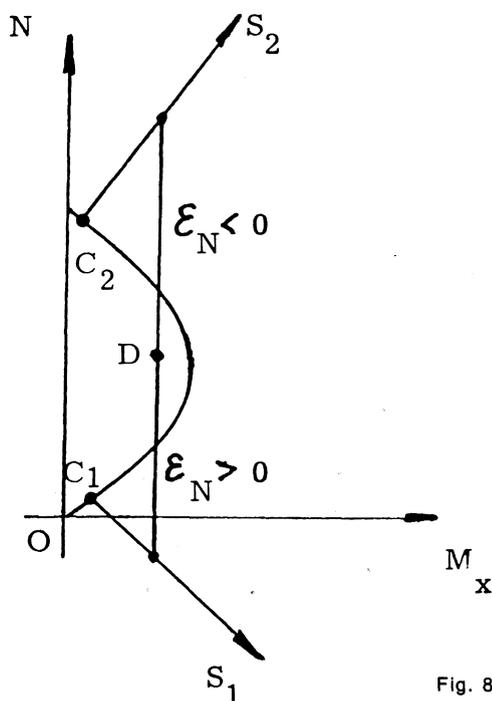


Fig. 8

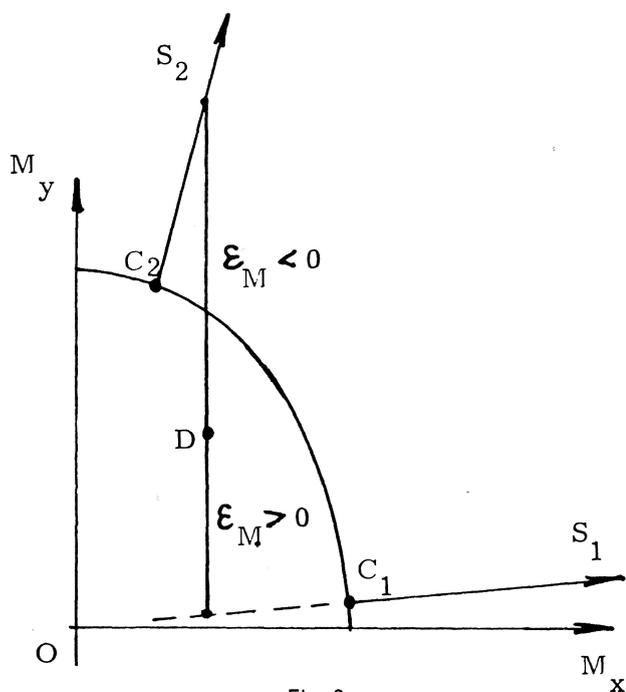


Fig. 9

Es evidente que para situaciones próximas a la tracción simple C_1 será $\epsilon_N > 0$ (ver Fig. 8), mientras que para situaciones próximas a la compresión simple C_2 será $\epsilon_N < 0$; y siendo ϵ_N una función continua de la profundidad relativa del eje neutro ξ , habrá una situación para la que $\epsilon_N = 0$. Lo mismo sucede con ϵ_M , que es una función continua del ángulo β del eje neutro (ver Fig. 9).

Elegidos los valores de los parámetros ξ y β queda fijada la posición del eje neutro y resulta

posible el cálculo de los esfuerzos resistidos por el hormigón sólo M_{xc} , M_{yc} , N_c , y de los esfuerzos resistidos por la armadura de referencia de sección unitaria M_{xs} , M_{ys} , N_s , lo que se consigue aplicando la subrutina 450, que se describe en el apartado siguiente. Esta subrutina calcula dichos esfuerzos, así como los errores de axil y de momento ϵ_N , ϵ_M , que serán en general mayores que las cotas de error prefijadas convencionalmente para los mismos:

$$\begin{aligned} |\epsilon_N| &\geq 0,0001; \\ |\epsilon_M| &\geq 0,0001. \end{aligned}$$

Será necesario, por lo tanto, proseguir los tanteos. Estos se realizan de la forma siguiente:

- a) Se toman como valores iniciales de los parámetros los siguientes:

$$\xi = 0,7;$$

$$\beta = \theta = \arctg \left(\frac{e_y}{e_x} \cdot \frac{h_x}{h_y} \right);$$

siendo:

$e_x = M_{yd}/N_d =$ excentricidad de la sollicitación actuante en dirección x ;

$e_y = M_{xd}/N_d =$ idem. en dirección y ; estas excentricidades deben cumplir las condiciones expresadas en el apartado 36.3 de la EH-82 acerca de excentricidades mínimas;

$h_x =$ dimensión de la sección en dirección x , igual a la mayor diferencia entre las abscisas de sus vértices;

$h_y =$ idem. en dirección y .

Conviene tener en cuenta, por otra parte, que en el valor de θ es preciso deducir el cuadrante exacto, es decir, que

$-90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$, en función de los signos de e_x y e_y .

- b) Manteniendo fijo el valor de β se ensaya para:

$$\xi_1 = \xi;$$

$$\xi_2 = \xi + 0,1.$$

A partir de los errores de axil obtenidos ϵ_{N1} y ϵ_{N2} se calcula un nuevo valor para ξ por el método de la cuerda:

$$\xi = \xi_2 - \Delta\xi \text{ con } \Delta\xi = \frac{\xi_1 - \xi_2}{\epsilon_{N1} - \epsilon_{N2}} \cdot \epsilon_{N2},$$

con las limitaciones:

$$|\Delta\xi| \leq 0,1; \quad -1 \leq \xi \leq 2$$

Este proceso se prosigue hasta ajustar la componente axil, es decir, hasta conseguir que sea:

$$|\varepsilon_{N2}| < 0,0001.$$

c) Se comprueba si en ese momento se verifica también el ajuste de momentos:

$$|\varepsilon_{M2}| < 0,0001,$$

en cuyo caso se da el proceso por terminado.

d) En caso contrario, manteniendo el valor de ξ se ensaya para:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta; \\ \beta_2 &= \beta + 1^\circ \end{aligned}$$

A partir de los errores de momentos obtenidos ε_{M1} y ε_{M2} se calcula un nuevo valor para β por el método de la cuerda:

$$\beta = \beta_2 - \Delta\beta \text{ con } \Delta\beta = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\varepsilon_{M1} - \varepsilon_{M2}} \cdot \varepsilon_{M2},$$

con las limitaciones:

$$|\Delta\beta| \leq 36^\circ; \quad -90^\circ \leq \beta \leq 270^\circ$$

Este proceso se prosigue hasta ajustar la componente de momento, es decir, hasta conseguir que sea:

$$|\varepsilon_{M2}| < 0,0001.$$

e) Se comprueba si en ese instante se verifica también el ajuste de axil:

$$|\varepsilon_{N2}| < 0,0001,$$

en cuyo caso se da el proceso por terminado. En caso contrario se vuelve al paso b).

En la Fig. 10 se esquematiza la trayectoria seguida hasta la convergencia final del proceso. El método de correcciones independientes y sucesivas de ξ y β ajustando, respectivamente el axil y el momento suele ser bastante eficaz, según la experiencia del autor, dado que la curva $\varepsilon_N = 0$ no presenta pendientes excesivas, mientras que la curva $\varepsilon_M = 0$ sí que las tiene, tal como se ve en el esquema. La utilización del método de la cuerda para cada ajuste independiente puede dar lugar a problemas si no se eligen adecuadamente las funciones error a anular. Las aquí seleccionadas tienen un comportamiento favorable, siempre según la experiencia del autor, por lo que el método de la cuerda, muy rápido, resulta preferible a otros métodos más seguros pero mucho más lentos, como el método de bipartición.

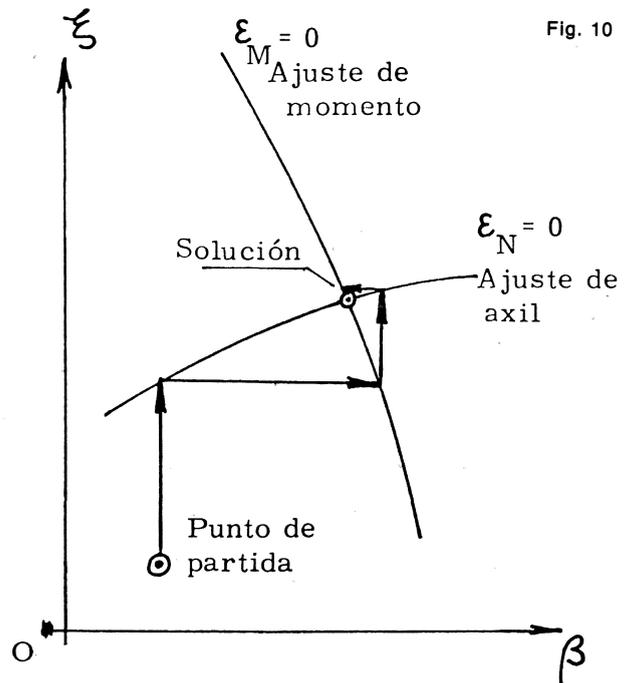


Fig. 10

4. Formulación

Como se ha dicho en el apartado anterior, la base del programa la constituye la subrutina 450, que, a partir de los parámetros ξ y β que fijan la posición del eje neutro, calcula los esfuerzos resistidos por el hormigón M_{xc} , M_{yc} , N_c y los esfuerzos resistidos por la armadura de referencia unitaria, M_{xs} , M_{ys} , N_s . También calcula los errores de axil y de momento definidos en el apartado anterior, ε_N y ε_M .

Antes de devolver el control al programa principal, la subrutina 450 muestra en pantalla los valores de los parámetros de entrada ξ , β y de los errores resultantes ε_N , ε_M , para que el usuario pueda controlar la marcha del proceso. La subrutina 450 consta de los pasos siguientes:

a) Obtención de las *coordenadas* x'_i , y'_i de los vértices de la sección y x''_i de las armaduras de esquina, referidas a unos ejes $OX'Y'$ del mismo origen que los generales OXY , pero *girados un ángulo* β , de forma que el eje OX' sea normal al eje neutro y se dirija hacia las compresiones crecientes (ver Fig. 7).

Se utilizan para ello las fórmulas de cambio de ejes:

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot c + y \cdot s; \\ y' &= -x \cdot s + y \cdot c; \end{aligned}$$

siendo:

$$\begin{aligned} x, y &= \text{coordenadas en ejes generales } OXY; \\ s &= \text{sen } \beta; \\ c &= \text{cos } \beta. \end{aligned}$$

- b) Obtención del *canto total oblicuo* y del *canto útil oblicuo* (Fig. 7):

$$h = x'_{\max} - x'_{\min};$$

$$d = x'_{\max} - x''_{\min};$$

siendo:

$x'_{\max} = x'_c$ = mayor de las coordenadas giradas x'_i , correspondiente a la esquina C (compresión máxima);

x'_{\min} = menor de las coordenadas giradas x'_i , correspondiente a la esquina de compresión mínima;

$x''_{\min} = x'_s$ = menor de las coordenadas giradas x''_i , correspondiente a la armadura S (compresión mínima).

- c) Cálculo del *canto útil relativo* δ :

$$\delta = d/h.$$

- d) Cálculo de las *deformaciones* ϵ_c y ϵ_s en la esquina más comprimida C y en la armadura menos comprimida S (Fig. 7). Teniendo en cuenta la definición del parámetro ξ en los distintos dominios del diagrama de pivotes, indicada en el apartado 3, resultan las siguientes expresiones para las deformaciones en la fibra más comprimida del hormigón ϵ_c y en la armadura menos comprimida ϵ_s , expresadas en diezmilésimas, en función de dicho parámetro ξ :

Dominio 1 (tracción compuesta) $-1 \leq \xi < 0$:

$$\epsilon_c = 100 \cdot \xi; \quad \epsilon_s = -100;$$

Dominio 2 (flexión compuesta) $0 \leq \xi < 0,259 \cdot \delta$:

$$\epsilon_c = \frac{100 \cdot \xi}{\delta - \xi}; \quad \epsilon_s = -100;$$

Dominios 3-4 (flexión compuesta) $0,259 \cdot \delta \leq \xi < 1$:

$$\epsilon_c = 35; \quad \epsilon_s = 35 \frac{\xi - \delta}{\xi};$$

Dominio 5 (compresión compuesta) $1 \leq \xi < 2$:

$$\epsilon_c = 50 - 15 \cdot \xi; \quad \epsilon_s = \epsilon_r + (\xi - 1)(20 - \epsilon_r),$$

siendo $\epsilon_r = 35 \cdot (1 - \delta)$ la deformación en la armadura para $\xi = 1$.

- e) Obtención de los *esfuerzos resistidos por el hormigón* M_{xc} , M_{yc} , N_c . Estos esfuerzos se obtienen aplicando *fórmulas analíticas exactas* tal como se indica a continuación.

La sección poligonal puede considerarse compuesta, a los efectos del cálculo de estos esfuerzos, por una sucesión de trapecios (Fig. 11), que se obtienen considerando cada lado $i - j$, las rectas que proyectan los vértices i y j sobre el eje X' , y dicho eje

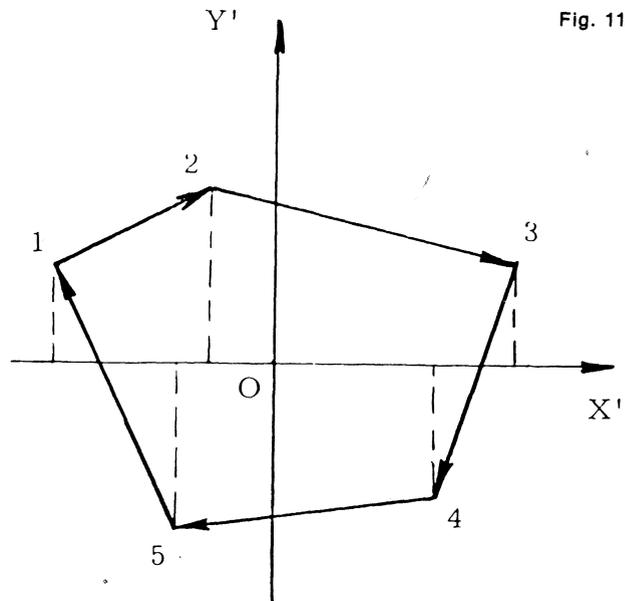


Fig. 11

X' . Basta pues recorrer el contorno de la sección en el sentido horario, acumulando los esfuerzos M'_{xc} , M'_{yc} , N_c obtenidos para cada trapecio, para obtener los esfuerzos resistidos por el hormigón, referidos a los ejes girados $OX'Y'$.

Cada trapecio $i - j$ (Fig. 11) se considera a su vez descompuesto, en el caso más general, en tres trapecios parciales. En el primer trapecio parcial la deformación es de tracción, $\epsilon \leq 0$, por lo que las tensiones del hormigón y los esfuerzos resultantes son nulos. En el segundo trapecio parcial se cumple $0 < \epsilon \leq \epsilon_0 = 0,0020$; se trata de la zona parabólica del diagrama parábola-rectángulo. En el tercer trapecio parcial se cumple $\epsilon_0 < \epsilon$; se trata de la zona rectangular del diagrama parábola-rectángulo. El cálculo de los esfuerzos resultantes en estos trapecios parciales se consigue mediante llamadas a la subrutina auxiliar 1080, que se describe en el apartado 5.

Una vez obtenidos los esfuerzos M'_{xc} , M'_{yc} , N_c referidos a los ejes girados $OX'Y'$, se obtienen las excentricidades de la resultante, referidas a dichos ejes:

$$e'_x = M'_{yc}/N_c; \quad e'_y = M'_{xc}/N_c.$$

Las excentricidades referidas a los ejes generales OXY serán:

$$e_x = e'_x \cdot s + e'_y \cdot c;$$

$$e_y = e'_x \cdot c - e'_y \cdot s,$$

y los esfuerzos referidos a los ejes generales OXY:

$$M_{xc} = N_c \cdot e_y;$$

$$M_{yc} = N_c \cdot e_x;$$

$$N_c = N_c.$$

- f) Cálculo de los esfuerzos resistidos por la armadura de referencia unitaria, M_{xs} , M_{ys} , N_s . Estos esfuerzos vienen dados por las sumatorias:

$$N_s = \sum_{i=1}^n \sigma_i ;$$

$$M_{xs} = \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot y_i ;$$

$$M_{ys} = \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot x_i ;$$

siendo:

n = número total de barras, igual a la suma de las cifras del código de armado CA menos el número de vértices n_v ;

$\sigma_i (\varepsilon_i)$ = tensión de la barra i , función de su deformación;

$\varepsilon_i (x''_i)$ = deformación de la barra i , función de su abscisa respecto a los ejes girados, x''_i ;

x_i, y_i = coordenadas de la barra i en ejes generales OXY.

La deformación de la barra i se calcula mediante:

$$\varepsilon_i = A_\varepsilon \cdot x''_i + B_\varepsilon ,$$

siendo:

$$A_\varepsilon = (\varepsilon_c - \varepsilon_s) / (x''_c - x''_s) ;$$

$$B_\varepsilon = \varepsilon_c - A_\varepsilon \cdot x''_c .$$

La tensión de la barra i viene dada por:

$$\sigma_i = \varepsilon_i \cdot E_s ,$$

con las limitaciones:

$$\sigma_i \geq f_{yd} ; \quad \sigma_i \leq -f_{yd} .$$

Para evaluar estas sumatorias se hace un doble ciclo FOR, considerando cada armadura (paralela a cada lado $i-j$ de la sección) y dentro de ella cada barra (si la cifra correspondiente del código de armado CA es mayor de 2). En el ciclo interno se calculan las coordenadas x_i, y_i, x''_i de cada barra a partir de la de la barra anterior; luego se calcula ε_i , después σ_i y por último los términos de las sumatorias.

5. Subrutinas auxiliares

- a) SUBROUTINA 1080: Cálculo de los esfuerzos del hormigón en un trapecio parcial 1-2 (Figura 12).

En uno cualquiera de estos trapecios parciales 1-2, teniendo en cuenta que el eje neutro es paralelo al eje Y' , de forma que para $x' = \text{cte}$ es $\varepsilon = \text{cte}$, y concretamente:

$$\varepsilon = A \cdot x' + B_\varepsilon ,$$

con las definiciones de A_ε y B_ε dadas en el apartado 4-f, los esfuerzos buscados vendrán dados por:

$$N_c = \int_{x'_1}^{x'_2} \sigma_x \cdot y'_r \cdot dx ;$$

$$M_{xc} = \int_{x'_1}^{x'_2} \sigma_x \cdot 1/2 y'^2_r \cdot dx ;$$

$$M_{yc} = \int_{x'_1}^{x'_2} \sigma_x \cdot y'_r \cdot x' \cdot dx ;$$

siendo:

y'_r = ordenada de la recta 1-2 correspondiente a la abscisa x' (Fig. 12);

σ_x = tensión del hormigón en la fibra $x = x'$.

La ordenada de la recta vale:

$$y'_r = A_y \cdot x' + B_y ,$$

siendo:

$$A_y = (y'_2 - y'_1) / (x'_2 - x'_1) ;$$

$$B_y = y'_1 - A_y \cdot x'_1 .$$

Las expresiones para la tensión del hormigón σ_x son las siguientes:

— Trapecio en parábola:

$$\sigma_x = A \cdot \varepsilon^2 + B \cdot \varepsilon ,$$

siendo:

$$A = -f_c / \varepsilon_0^2 ;$$

$$B = 2 f_c / \varepsilon_0 ;$$

$$f_c = 0,85 \cdot f_{cd} ;$$

$$\varepsilon_0 = 0,0020 .$$

Si se elimina ε se obtiene:

$$\sigma_x = A_\sigma x'^2 + B_\sigma x' + C_\sigma ,$$

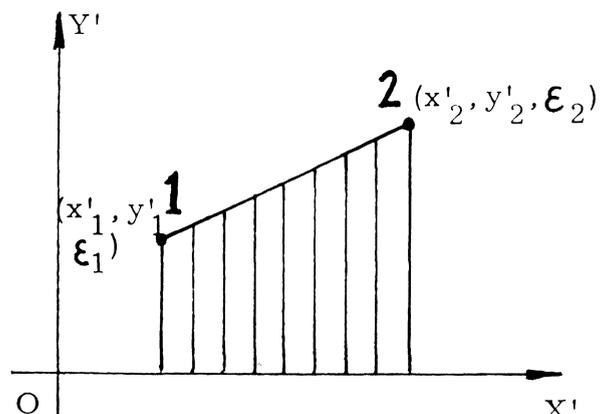


Fig. 12

siendo:

$$A_{\sigma} = A \cdot A_{\varepsilon}^2;$$

$$B_{\sigma} = 2 A \cdot A_{\varepsilon} \cdot B_{\varepsilon} + B \cdot A_{\varepsilon};$$

$$C_{\sigma} = A \cdot B_{\varepsilon}^2 + B \cdot B_{\varepsilon}.$$

— Trapecio en rectángulo:

$$\sigma_x = C_{\sigma} = f_c.$$

Sustituyendo estas expresiones de y' y de σ_x en las integrales que dan los esfuerzos y efectuando las correspondientes integraciones, se obtienen las fórmulas siguientes para dichos esfuerzos:

— Trapecio en parábola:

$$N_c = \sum_{i=1}^4 F_i \cdot \Delta_i ;$$

$$M_{xc} = 1/2 \sum_{i=1}^5 G_i \cdot \Delta_i ;$$

$$M_{yc} = \sum_{i=1}^4 F_i \cdot \Delta_{i+1} .$$

— Trapecio en rectángulo:

$$N_c = \sum_{i=1}^2 F_i \cdot \Delta_i ;$$

$$M_{xc} = 1/2 \sum_{i=1}^3 G_i \cdot \Delta_i ;$$

$$M_{yc} = \sum_{i=1}^2 F_i \cdot \Delta_{i+1} .$$

En las expresiones anteriores es:

$$\Delta_j = (x_j^2 - x_i^2) / j \text{ para } j = 1, 2, \dots, 5 ;$$

$$F_4 = A_{\sigma} \cdot A_y ;$$

$$F_3 = B_{\sigma} \cdot A_y + A_{\sigma} \cdot B_y ;$$

$$F_2 = C_{\sigma} \cdot A_y + B_{\sigma} \cdot B_y ;$$

$$F_1 = C_{\sigma} \cdot B_y ;$$

$$G_5 = A_{\sigma} \cdot A_y^2 ;$$

$$G_4 = B_{\sigma} \cdot A_y^2 + 2 A_{\sigma} \cdot A_y \cdot B_y ;$$

$$G_3 = C_{\sigma} \cdot A_y^2 + 2 B_{\sigma} \cdot A_y \cdot B_y + A_{\sigma} \cdot B_y^2 ;$$

$$G_2 = 2 C_{\sigma} \cdot A_y \cdot B_y + B_{\sigma} \cdot B_y^2 ;$$

$$G_1 = C_{\sigma} \cdot B_y^2 .$$

La subrutina auxiliar 1080 tiene un parámetro de entrada N5. Cuando se la llama con N5 = 1, se emplean las fórmulas correspondientes a trapecio en parábola;

y cuando se la llama con N5 = 0, se emplean las correspondientes a trapecio en rectángulo.

- b) SUBROUTINA 1310: Esta subrutina se emplea en el cálculo de las coordenadas de las armaduras de esquina, a partir de las coordenadas de los vértices de la sección y del valor del recubrimiento r , al principio del programa. Como se trata de un cálculo trivial no parece necesario detallarlo.

6. Listado en BASIC

Al final del artículo se incluye un listado del programa DM2G y de las subrutinas en el lenguaje BASIC del ordenador personal portátil a pilas HP-75. Este listado ha sido producido por la impresora portátil a pilas HP-82162A, que imprime líneas con un máximo de 24 caracteres; cuando una instrucción no cabe en una línea, la corta en los caracteres núm. 24, 48, etc., y la imprime en varias líneas consecutivas.

Sobre este listado conviene hacer algunas aclaraciones, señalando las principales peculiaridades del BASIC del HP-75 en relación con el BASIC de otros ordenadores personales:

- En las instrucciones de asignación no es necesario utilizar la palabra LET. Así, por ejemplo, la línea número 8 dice:
F1 = 1750 * .9/1.5, mientras que en otros ordenadores se debería decir:
LET F1 = 1750 * .9/1.5.
- Una misma línea puede contener varias instrucciones separadas por el símbolo @
Por ejemplo, la línea 41 tiene dos instrucciones de asignación: F1 = 8.5 * F1 y F2 = F2/1000.
- Una instrucción de asignación puede ser múltiple, asignando un cierto valor a varias variables separadas por comas. Así, por ejemplo, la línea 91 tiene la instrucción X6, X8 = 1000, equivalente a las instrucciones X6 = 1000 y X8 = 1000.
- El HP-75 trabaja con variables de 12 cifras decimales. Por ello resulta posible leer un código de armado CA de 10 cifras y posteriormente separar dichas cifras y asignarlas a las variables enteras N(1) a N(10).
- La función PI (línea 422) es una función sin argumentos que proporciona el valor de la constante $\pi = 3,1415927$.
- La función SGN (línea 260) tiene como resultado +1 ó -1, según que el signo del argumento que figura entre paréntesis sea positivo o negativo, respectivamente.

7. Ejemplos

A) Se trata de dimensionar la sección de un soporte corto, de forma hexagonal (Fig. 13), y sometida a las solicitaciones siguientes:

- $M_{xd} = 10,44 \text{ mt}$; $M_{yd} = 0$; $N_d = 208,83 \text{ t}$
- $M_{xd} = 20,24 \text{ mt}$; $M_{yd} = 6,74$; $N_d = 106,67 \text{ t}$
- $M_{xd} = 20,68 \text{ mt}$; $M_{yd} = 6,89$; $N_d = 54,51 \text{ t}$

Las resistencias de proyecto y coeficientes de seguridad son:

$$f_{ck} = 200 \text{ kp/cm}^2 \quad ; \quad \gamma_c = 1,5$$

$$f_{yk} = 4.200 \text{ kp/cm}^2 \quad ; \quad \gamma_s = 1,1$$

Los datos y resultados (con su tiempo de cálculo) se dan en la Tabla 1.

La hipótesis más desfavorable es la **c**, para la que el diámetro normalizado $\emptyset 20$ resulta ligeramente insuficiente. A continuación se procede a tantear dicha hipótesis con el recubrimiento corregido, $r = 3,6 \text{ cm}$. Los resultados se indican en la Tabla 2.

Por lo tanto, la armadura $6 \emptyset 20$ resulta suficiente. Los valores que aparecen en la pantalla en la hipótesis **b** (para el primer recubrimiento, $r = 4 \text{ cm}$) se recogen en la Tabla 3.

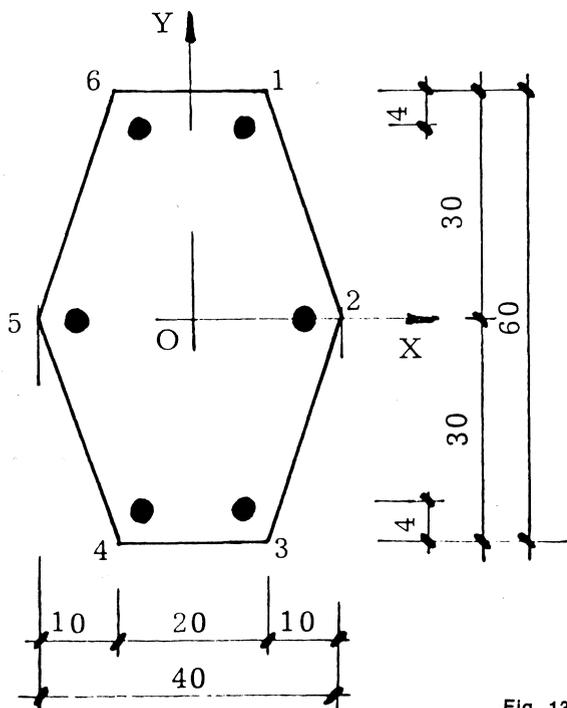


Fig. 13

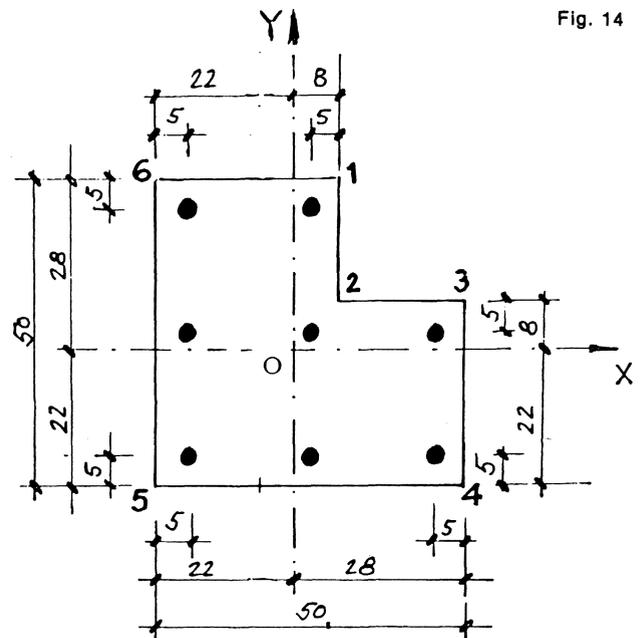


Fig. 14

B) Se trata de dimensionar una sección en L (ver Fig. 14), correspondiente a un soporte corto, sometido a las solicitaciones siguientes:

- $M_{xd} = 8,85 \text{ mt}$; $M_{yd} = 8,85 \text{ mt}$;
 $N_d = 110,59 \text{ t}$
- $M_{xd} = -8,85 \text{ mt}$; $M_{yd} = -8,85 \text{ mt}$;
 $N_d = 110,59 \text{ t}$
- $M_{xd} = 8,85 \text{ mt}$; $M_{yd} = -8,85 \text{ mt}$;
 $N_d = 110,59 \text{ t}$
- $M_{xd} = -8,85 \text{ mt}$; $M_{yd} = 8,85 \text{ mt}$;
 $N_d = 110,59 \text{ t}$

Las resistencias de cálculo de los materiales son las siguientes:

$$f_{cd} = 99 \text{ kp/cm}^2 \quad ; \quad f_{yd} = 4.000 \text{ kp/cm}^2$$

Los datos y resultados se dan en la Tabla 4.

Los resultados correspondientes a las hipótesis **c** y **d**, señalados con un asterisco, vienen condicionados por la limitación de cuantía mínima (ver apartado 1).

Tabla 1

Tarea	f_{cd}	f_{yd}	n_v	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	r	CA
1	120	3818	6	10	30	20	0	10	-30	-10	-30	-20	0	-10	30	4	222222

Tarea	M_{xd}	M_{yd}	N_d	U	\emptyset	t(seg)
	10.44	0	208.83	11.98	19.99	41
5	20.24	6.74	106.67	12.04	20.04	85
5	20.68	6.89	54.51	12.05	20.05	92

Tabla 2

Tarea	r	CA	M_{xd}	M_{yd}	N_d	U	\emptyset	t(seg)
3	3.6	222222	20.68	6.89	54.51	11.84	19.87	92

Tabla 3

ξ	β	ϵ_N	ϵ_M
.7000	63.458	-.2635	-.1697
.7100	63.458	-.3032	-.1697
.6336	63.458	-.0196	-.1702
.6283	63.458	-.0014	-.1703
.6279	63.458	-.0000	-.1703
.6279	64.458	.0022	-.1769
.6279	37.535	-.0803	.0369
.6279	42.391	-.0652	-.0068
.6279	41.666	-.0673	-.0006
.6279	41.594	-.0675	-.0000
.6379	41.594	-.1052	-.0001
.6100	41.594	-.0015	.0001
.6096	41.594	-.0000	.0001
.6096	42.594	.0024	-.0084
.6096	41.609	.0000	-.0000

8. Referencias bibliográficas

1. COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON: «Instrucción EH-82 para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado». Servicio de publicaciones del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Madrid, 1982.
2. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON (CEB): «Code Modèle CEB-FIP pour les Structures en Béton». Boletín n.º 125 F del CEB. París, 1978.
3. F. MORAN: «Programa para el dimensionamiento de secciones rectangulares de hormigón armado en flexocompresión recta con un ordenador portátil». Hormigón y Acero núm. 153, 4.º trimestre 1984.
4. F. MORAN: «Programa para la comprobación de secciones rectangulares de hormigón armado en flexocompresión esviada con un ordenador portátil». Informes de la Construcción n.º 359-360, 1984.
5. F. MORAN: «Cálculo de secciones de hormigón armado, sometidas a solicitaciones normales, en el estado límite último». Monografía núm. 304 del Instituto Eduardo Torroja. Madrid, 1972.
6. P. J. MONTOYA, A. G. MESEGUER, F. MORAL: «Hormigón Armado». 11.ª Edición. Editorial Gustavo Gili. Barcelona, 1983.

Tabla 4

Tarea	f_{cd}	f_{yd}	n_v	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	r	CA
1	99	4000	6	8	28	8	8	28	8	28	-22	-22	-22	-22	8	5	222332

Tarea	M_{xd}	M_{yd}	N_d	U	\emptyset	t(seg)
	8.85	8.85	110.59	5.78	13.56	45
5	-8.85	-8.85	110.59	8.79	16.73	24
5	8.85	-8.85	110.59	4.20	11.56	90
5	-8.85	8.85	110.59	4.20	11.56	144

LISTADO DEL PROGRAMA DM2G

```

1 REM DM2G:Dimens.F1.Esv
.Gral.
2 INTEGER H(10),N1,N2,N3
,N4,N5,N6,N7,N8
4 DIM X(11),Y(11),X1(11)
,Y1(11)
5 DIM X3(11),Y3(11),X4(1
1),G(5)
7 F1=1750*.9/1.5 @ F2=4.
2/1.1
8 F1=F1*.85
9 INPUT 'Tarea=';K
30 ON K GOTO 40,50,102,1
04,160
40 INPUT 'fcd,fyd(kp/cm2
)=';F1,F2
41 F1=8.5*F1 @ F2=F2/100
0
50 INPUT 'nv='; N1 @ B0=
-90 @ B2=270
60 FOR I=1 TO N1
70 INPUT 'X,Y(cm)='; X(I
),Y(I) @ X(I)=X(I)/100 @
Y(I)=Y(I)/100
80 NEXT I
90 N3=N1+1 @ X(N3)=X(1)
@ Y(N3)=Y(1)
91 X6,X8=1000 @ X7,X9=-1
000 @ S2=0
92 FOR I=1 TO N1
93 S2=S2+(Y(I+1)+Y(I))*X
(I+1)-X(I))/2
94 IF X(I)<X6 THEN X6=X(
I)
95 IF X(I)>X7 THEN X7=X(
I)
96 IF Y(I)<X8 THEN X8=Y(
I)
97 IF Y(I)>X9 THEN X9=Y(
I)
98 NEXT I
99 D7=X7-X6 @ E7=D7/20 @
IF E7<.02 THEN E7=.02

```

```

100 D8=X9-X8 @ E8=D8/20
@ IF E8<.02 THEN E8=.02
102 INPUT 'Recubr. r(cm)
='; R3 @ R3=R3/100
104 INPUT 'Cod.Ara.CA=';
C2 @ N8=0
106 FOR I=1 TO N1
108 P=10^(N1-I) @ N(I)=I
NT(C2/P)
110 C2=C2-N(I)*P @ N8=N8
+N(I)
112 IF I=1 THEN M1=N1 @
M2=1 @ GOTO 116
114 M1=I-1 @ M2=I
116 GOSUB 1310
118 A1=A @ B1=B @ C1=C
120 M1=I @ M2=I+1
122 GOSUB 1310
124 D=A*B1-A1*B
126 X1(I)=(C*B1-C1*B)/D
128 Y1(I)=(A*C1-A1*C)/D
130 NEXT I
132 X1(N3)=X1(1) @ Y1(N3
)=Y1(1)
135 N8=N8-N1
140 A1=-F1/400 @ B1=F1/1
0
150 F3=180/PI @ B=(B2-B0
)/10
155 U3=40*F2*S2/N8
160 INPUT 'Mxd,Myd,Nd(mt
,t)=';K2,K3,K1
165 E1=K3/K1 @ E2=K2/K1
170 F=90 @ IF E2<0 THEN
F=-F
172 IF ABS(E1)>=E7 OR AB
S(E2)>=E8 THEN 180
174 IF D7<D8 THEN E1=E7*
SGN(E1) @ K3=E1*K1 @ K2,
E2=0 @ GOTO 180
176 E2=E8*SGN(E2) @ K2=E
2*K1 @ K3,E1=0
180 IF E1=0 THEN 190

```

```

185 F=F3*ATN(E2/E1*D7/D8
) @ IF E1<0 THEN F=F+180
190 T=F @ L=.7 @ GOSUB 4
50
200 L1=L @ E5=E3 @ L=L1+
.01
210 GOSUB 450
220 IF ABS(E3)>=.0001 TH
EN 250
230 IF ABS(E4)<.0001 THE
N 420
240 GOTO 310
250 D1=(L1-L)/(E5-E3)*E3
260 IF ABS(D1)>.1 THEN D
1=.1*SGN(D1)
270 L1=L @ E5=E3 @ L=L-D
1
280 IF L>2 THEN L=2
290 IF L<-1 THEN L=-1
300 GOTO 210
310 T1=T @ E6=E4 @ T=T1+
1
320 GOSUB 450
330 IF ABS(E4)>=.0001 TH
EN 360
340 IF ABS(E3)<.0001 THE
N 420
350 GOTO 200
360 D2=(T1-T)/(E6-E4)*E4
370 IF ABS(D2)>B THEN D2
=B*SGN(D2)
380 T1=T @ E6=E4 @ T=T-D
2
390 IF T>B2 THEN T=B2
400 IF T<B0 THEN T=B0
410 GOTO 320
420 U4=0*F2 @ IF U4<U3 T
HEN U4=U3
422 DISP USING '2(4d.2d)
'; U4,SQR(400*U4/F2/PI)
@ WAIT 6
430 GOTO 9
440 END

```

LISTADO DE SUBROUTINAS

SUBROUTINA 450

```

450 X6,X8=1000 @ X7=-100
@
460 S=SIN(T/F3) @ C=COS(
T/F3)
465 IF ABS(C)<.0001 THEN
C=0 @ S=SGN(S)
470 FOR I=1 TO N3
480 X3(I)=X(I)*C+Y(I)*S
490 Y3(I)=-X(I)*S+Y(I)*C
500 IF X3(I)<X6 THEN X6=
X3(I)
510 IF X3(I)>X7 THEN X7=
X3(I)
520 NEXT I
530 FOR I=1 TO N1
540 X4(I)=X1(I)*C+Y1(I)*
S
560 IF X4(I)<X8 THEN X8=
X4(I)
580 NEXT I
585 X4(N3)=X4(1)
590 D=(X7-X8)/(X7-X6)
600 IF L>0 THEN 620
610 P1=100*L @ P2=-100 @
GOTO 680
620 IF L>.259*D THEN 640
630 P1=100*L/(D-L) @ P2=
-100 @ GOTO 680
640 IF L>1 THEN 660
650 P1=35 @ P2=35*(L-D)/
L @ GOTO 680
660 P1=50-15*L @ P2=35*(
1-D)
670 P2=P2+(L-1)*(20-P2)
680 U,U1,U2,Q,Q1,Q2=0
690 A4=(P1-P2)/(X7-X8) @
B4=P1-A4*X7
700 F4=-B4/A4 @ F5=(20-B
4)/A4
710 FOR I=1 TO N1
720 F6=X3(I) @ F7=X3(I+
1) @ N4=1 @ F8=Y3(I)
730 IF F6=F7 THEN 850
740 IF F6<F7 THEN 760
750 F6=X3(I+1) @ F7=X3(I
) @ N4=-1 @ F8=Y3(I+1)
760 IF F7<F4 THEN 850
770 A6=N4*(Y3(I+1)-Y3(I
))/(F7-F6) @ B6=F8-A6*F6
780 IF F6<F4 THEN F6=F4
790 IF F7>F5 THEN 810
800 Z1=F6 @ Z2=F7 @ N5=1
@ GOSUB 1080 @ GOTO 850

```

```

810 IF F6>F5 THEN 840
820 Z1=F6 @ Z2=F5 @ N5=1
@ GOSUB 1080
830 Z1=F5 @ Z2=F7 @ N5=0
@ GOSUB 1080 @ GOTO 850
840 Z1=F6 @ Z2=F7 @ N5=0
@ GOSUB 1080
850 NEXT I
860 P3=U2/U @ P4=U1/U
870 U1=U*(P3*S+P4*C) @ U
2=U*(P3*C-P4*S)
880 FOR I=1 TO N1
890 P5=X1(I) @ P6=Y1(I)
@ P7=X4(I) @ N6=N(I)-1
900 D3,D4,D5=0
910 IF N6=1 THEN 940
920 D3=(X1(I+1)-P5)/N6
930 D4=(Y1(I+1)-P6)/N6 @
D5=(X4(I+1)-P7)/N6
940 FOR J=1 TO N6
950 E=A4*P7+B4 @ S1=.21*
E
960 IF S1<-F2 THEN S1=-F
2
970 IF S1>F2 THEN S1=F2
980 Q=Q+S1 @ Q1=Q1+S1*P6
@ Q2=Q2+S1*P5
990 P5=P5+D3 @ P6=P6+D4
@ P7=P7+D5
1000 NEXT J
1010 NEXT I
1020 IF ABS(Q)>.001 THEN
O=(K1-U)/Q @ GOTO 1030
1022 IF ABS(Q1)>.001 THE
N O=(K2-U1)/Q1 @ GOTO 10
30
1024 O=(K3-U2)/Q2
1030 Q3=K1-U @ Q4=K2-U1
@ Q5=K3-U2
1035 IF ABS(K3)<ABS(K2)
THEN E3=(Q3-Q4*Q/Q1)/K1
@ E4=(Q4*Q2/Q1-Q5)/K2 @
GOTO 1050
1040 E3=(Q3-Q5*Q/Q2)/K1
@ E4=(Q4-Q5*Q1/Q2)/K3
1050 IF ABS(ABS(E4)-PI)<
.001 THEN E4=0
1060 DISP USING 'd.4d,5d
.3d,2(3d.4d)'; L,T,E3,E
4
1070 RETURN

```

SUBROUTINA 1310

```

1080 Z3=Z1 @ Z4=Z2
1090 FOR J=1 TO 5
1100 G(J)=(Z4-Z3)/J
1110 Z3=Z3*Z1 @ Z4=Z4*Z2
1120 NEXT J
1130 IF N5<0 THEN 1150
1140 A5,B5=0 @ C5=F1 @ G
OTO 1180
1150 A5=A1*A4*A4
1160 B5=2*A1*A4*B4+B1*A4
1170 C5=A1*B4*B4+B1*B4
1180 H4=A5*A6
1190 H3=B5*A6+A5*B6
1200 H2=C5*A6+B5*B6
1210 H1=C5*B6
1220 H9=H4*A6
1230 H8=H3*A6+A5*A6*B6
1240 H7=H2*A6+B5*A6*B6+A
5*B6*B6
1250 H6=H1*A6+C5*A6*B6+B
5*B6*B6
1260 H5=C5*B6*B6
1270 U=U+N4*(H4*G(4)+H3*
G(3)+H2*G(2)+H1*G(1))
1280 U1=U1+N4*(H9*G(5)+H
8*G(4)+H7*G(3)+H6*G(2)+H
5*G(1))/2
1290 U2=U2+N4*(H4*G(5)+H
3*G(4)+H2*G(3)+H1*G(2))
1300 RETURN

```

SUBROUTINA 1080

```

1310 U1=X(N1) @ V1=Y(N1)
1320 U2=X(N2) @ V2=Y(N2)
1330 A=V2-V1 @ B=U1-U2
1340 C=A*U1+B*V1+R3*SQR(
A*A+B*B)
1350 RETURN

```

