

# LA RESISTENCIA A TRACCION INDIRECTA DEL HORMIGON POR DOBLE PUNZONAMIENTO. INFLUENCIA DEL TAMAÑO MAXIMO DEL ARIDO Y DE LA EXCENTRICIDAD

(CONCRETE INDIRECT TENSILE STRENGTH BY DOUBLE PUNCH TEST. INFLUENCE OF THE AGGREGATES MAXIMUM SIZE AND OF THE ECCENTRICITY)

Bernardo Perepérez Ventura,  
Emilio Barbera Ortega,  
Vicente Galván Llopis,  
Angel Curras Cayón,  
Drs. Arquitectos (\*)

Sebastián Balash Parici,  
Dr. Ingeniero Agrónomo (\*)

Juan A. Moscardó Martín,  
Arquitecto (\*)

400-16

## RESUMEN

*Tras recordar el interés o la necesidad de conocer en ocasiones la resistencia a tracción del hormigón y realizar un análisis crítico de los métodos de ensayo al uso, se describe brevemente el método de ensayo de tracción indirecta por "doble punzonamiento" propuesto por W. F. Chen.*

*Se presentan los resultados experimentales obtenidos sobre tres hormigones distintos, dos de densidad ordinaria y un tercero con arcilla expandida como árido grueso. Se ha comprobado que, para hormigones de densidad normal, la resistencia a tracción por "doble punzonamiento" es muy poco sensible a la variación del tamaño máximo del árido, contrariamente a lo que sucede con el ensayo brasileño, y que el error de centrado de los "punch" tiene una influencia mínima sobre los resultados hasta que se alcanzan excentricidades muy altas. Se concluye que el ensayo de tracción indirecta por "doble punzonamiento" es simple, práctico y reproducible, respondiendo a las necesidades de una rutina comercial.*

## SUMMARY

*After reminding the interest, or the need, to know the concrete tensile strength, and having analyzed critically normal test methods, it is briefly described the test method of indirect tension by "double punch test", proposed by W. F. Chen.*

*The experimental results obtained on three different concretes, two among them of a common density and a third with expanded clay as coarse aggregate, are shown. It has been proved that for normal density concretes, the tensile strength by "double punch test" has little sensibility to the variation of the aggregate maximum size, opposite to which it takes place in the splitting test, and the error of the centred of the "punch" has a minimum influence on the results, till very high eccentricities are reached. In conclusion, indirect tension test by double puch test is simple, practical and reproducible, responding to the needs to the needs of a commercial routine.*

## 1. INTRODUCCION

En determinadas situaciones, resulta necesario evaluar la resistencia a tracción del hormigón. Así sucede, por ejemplo, en ciertas secuencias constructivas tales como el descimbrado de estructuras de plantas sucesivas (1) (2), en la comprobación de los efectos derivados de la retracción del hormigón, en la evaluación de la seguridad de las presas bóveda frente al sismo (3), en la comprobación de los estados límites de utilización, etc.

Frente a la necesidad de conocimientos apuntada, se plantean dos alternativas: a) disponer de relaciones fiables entre la resistencia a tracción y otro parámetro habitualmente más conocido, tal como la resistencia a compresión, o b) recurrir mediante ensayos a una determinación directa de la resistencia a tracción.

(\*) Universidad Politécnica de Valencia.

Es bien sabido que son numerosos los factores que afectan de manera diversa a las resistencias a tracción y compresión, por lo que, dado el nivel actual de conocimientos y los tipos de ensayo al uso, no parece que resulte posible determinar de forma precisa la resistencia a tracción a partir de la de compresión, de donde se deduce la necesidad de **desarrollar** y **aplicar** ensayos fiables de tracción y compresión, cuyos resultados representen fielmente las correspondientes resistencias del hormigón de una estructura.

Básicamente, los tipos de ensayo utilizados para determinar la resistencia a tracción del hormigón son tres: tracción directa, flexotracción y tracción indirecta por compresión diametral o ensayo brasileño. Las críticas efectuadas en la literatura a cada uno de estos métodos de ensayo, pueden sintetizarse del siguiente modo:

a) **Tracción directa** ( $f_{ct}$ ).—Variación de los resultados en función de la desecación

superficial de la probeta (3); dificultades de sujeción y centrado de las mismas y ensayos laboriosos, caros, que precisan un elevado nivel de control y que suministran en muchos casos resistencias inferiores a las reales (4).

- b) **Flexotracción** ( $f_{ct}$ ).—Influencia en los resultados del contenido de humedad del hormigón, problemas de manipulación de las probetas, variación de las resistencias según se utilicen uno o dos puntos de carga, sobrevaloración de las resistencias cuando se calculan bajo hipótesis elásticas (4), e influencia de las relaciones área transversal/luz y de las distancias entre los puntos de carga en los resultados obtenidos (5).
- c) **Ensayo brasileño** ( $f_{ctb}$ ).—A propósito de esta modalidad de ensayo, la más frecuente en la actualidad, se ha discutido su reproducibilidad (3); la variación del cociente  $f_{ctb}/f_c$  (donde  $f_c$  representa la resistencia a compresión) en función del tipo y tamaño máximo del árido grueso, del contenido de cemento y de la edad (6), y de la relación agua/cemento (7); la creciente discrepancia entre  $f_{ctb}$  y  $f_{ct}$  a medida que aumenta el tamaño máximo del árido grueso y su concentración volumétrica (8), y la enorme influencia en los resultados de las cuñas sometidas a compresiones triaxiales, mayores a medida que aumenta el tamaño máximo del árido (9). Además es bien conocido que los resultados de los ensayos brasileños pueden sobrevalorar la resistencia a tracción en los hormigones de densidad ordinaria, en tanto que la infravaloran cuando se trata de probetas de mortero o de hormigones ligeros.

Parece, pues, a la vista de lo hasta aquí expuesto, que sigue vigente la necesidad de desarrollar un método de ensayo distinto para la resistencia a tracción del hormigón, y en este sentido Wai F. Chen (10) introdujo un nuevo ensayo de

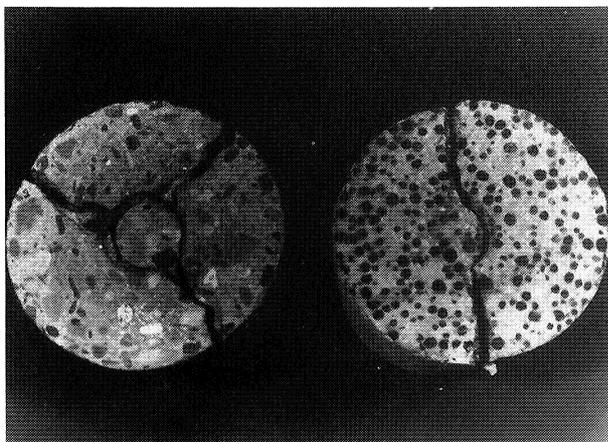


Fig. 1

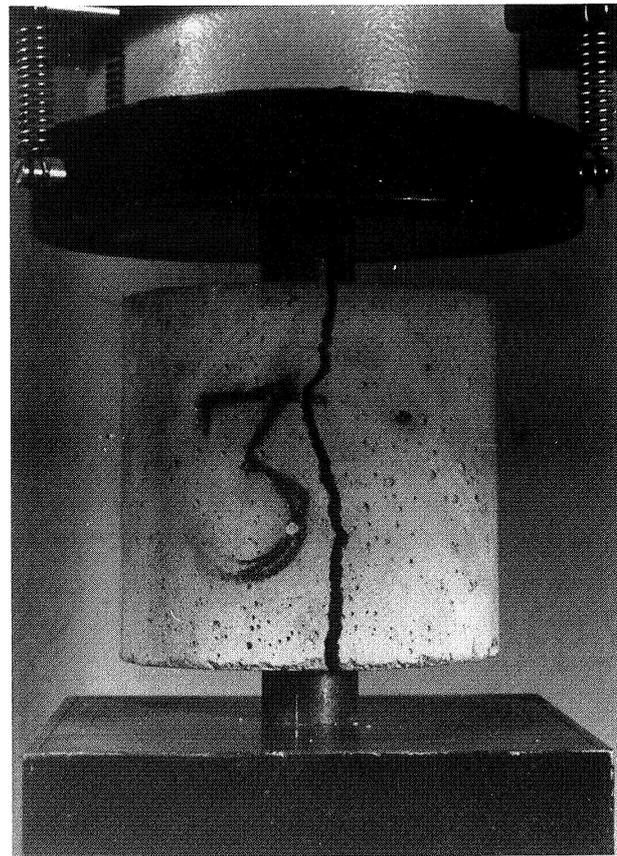


Fig. 2

tracción indirecta, el de «**doble punzonamiento**» ( $f_{ctp}$ ), en el que una probeta de 15 cm de diámetro y 15 cm de altura es comprimida axialmente a través de dos cilindros metálicos de 38,10 mm de diámetro y 25,4 mm de altura, dispuestos concéntricamente respecto de las caras superior e inferior de la probeta y alineados con el eje vertical de la misma (Figs. 1 y 2).

## 2. OBJETIVOS

Cualquier método de ensayo del hormigón debe:

- Suministrar información fiable acerca del parámetro analizado, detectando con claridad cualquier variación que el mismo experimente.
- Ser reproducible (por personas o laboratorios distintos).
- Ser simple y práctico, atendiendo a la rutina comercial.

El ensayo de «**doble punzonamiento**» parece que responde positivamente, en principio, a buena parte de las exigencias expuestas y, respecto de unas u otras de las modalidades de ensayo citadas, posee las ventajas de no presentar problemas ni de sujeción, ni de afectación de los resultados a causa de la desecación superficial, ni de manipulación de las probetas;

TABLA 1  
Características de los hormigones

TIPO DE HORMIGON	CEMENTO Kg/m <sup>3</sup>	ARENA 0/5 Kg/m <sup>3</sup>	GRAVA 5/25 Kg/m <sup>3</sup>	GRAVA 5/16 Kg/m <sup>3</sup>	ARCILLA EXPANDIDA 3/8 Kg/m <sup>3</sup>	AGUA l/m <sup>3</sup>	D (*) m.m.	m (**)	"CONO" cm.	A / C en peso
H - I	325	947		947		188	12'5	4'65	7 ± 1	0'58
H - II	325	681	848	363		182	25'0	5'45	7 ± 1	0'56
H - L	325	944			331	178	8'0	3'65	5 ± 1	0'55
(*) Tamaño máximo del árido total			(**) Módulo granulométrico del árido total.							

TABLA 2  
Plan de ensayos para cada tipo de hormigón

EDAD (días)	COMPRESION (15 x 30) UNE 7242	BRASILEÑO (15 x 30) NLT 319	BRASILEÑO (*) (15 x 15) NLT 319	DOBLE PUNZONAMIENTO (**) (15 x 15) E = 0	DOBLE PUNZONAMIENTO (**) (15 x 15) E variable
3	2	2	2	12	12
7	2	2	2	12	12
28	2	2	2	12	12
Nº total de ensayos = 90					
(*) Semiprobeta superior			(**) Semiprobeta inferior		

de poder utilizar los moldes cilíndricos normalizados para las probetas de los ensayos de compresión y prensas de compresión con escalas de carga bajas, y de satisfacer la teoría del «eslabón más débil», al menos por lo que respecta al hecho de no prefijar, como el ensayo brasileño, el plano de rotura.

No obstante, quedan abiertos diversos interrogantes respecto del ensayo de «doble punzonamiento», entre los que cabe citar la posible influencia sobre las tensiones calculadas de los errores de centrado de los «punch» y la de la variación del tamaño máximo del árido utilizado. Por ello, la presente investigación tuvo como objetivo fundamental el análisis de las resistencias obtenidas por «doble punzonamiento» al variar el tipo de hormigón, el tamaño máximo del árido grueso y la excentricidad de uno de los «punch».

### 3. PLAN EXPERIMENTAL

Se fabricaron tres hormigones distintos, dos de densidad ordinaria y un tercero ligero (árido grueso a base de arcilla expandida), cuyas principales características figuran en la tabla 1.

Se utilizó una hormigonera planetaria

para el amasado del hormigón, fabricando las probetas de acuerdo con UNE 7240 y adoptando en todos los casos un único método de curado (en agua a  $20 \pm 2^\circ \text{C}$ ) hasta el instante del ensayo. El plan de ensayos se ajustó al programa indicado en la tabla 2, obteniéndose las probetas destinadas a los ensayos de «doble punzonamiento» por corte mediante disco de diamante, a partir de probetas cilíndricas normalizadas (15 × 30 cm). Este tipo de probeta se adoptó en base a:

- La mejor reproducibilidad del ensayo con la utilización de las probetas de 15 × 15 frente a las de 15 × 30 cm (11).
- La despreciable influencia sobre los valores de  $f_{ctp}$  del índice de rugosidad superficial (determinado según «Swedish Standard SIS 81 20 05: Concrete Surfaces, Determination of Surface Roughness»), cuando la probeta se obtiene por corte directo frente a otros tipos de tratamiento superficial (12).

Para el centrado de ambos «punch» y para generar las excentricidades deseadas del superior, se utilizó un «templete» metálico diseñado al efecto, con platos superiores desplazables e intercambiables (Figs. 3 y 4).

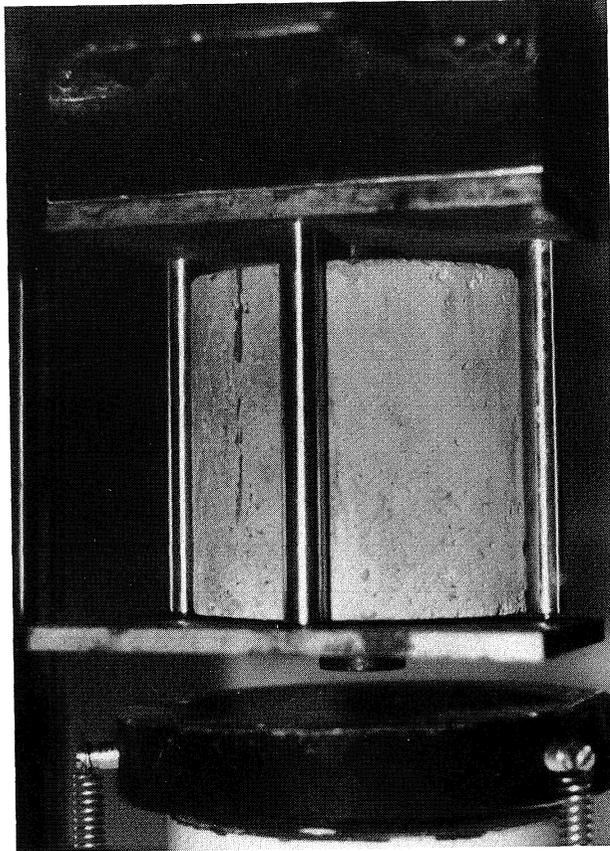


Fig. 3

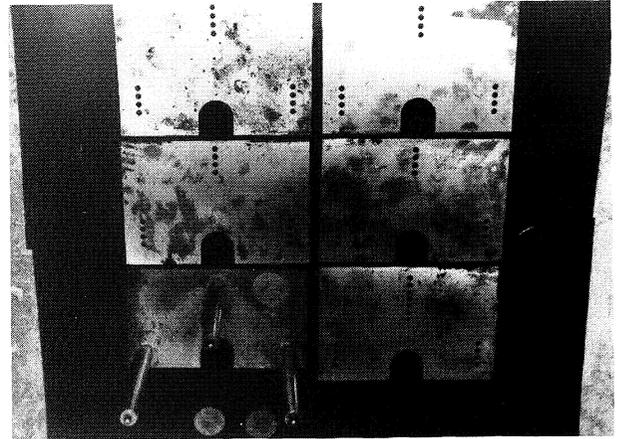


Fig. 4

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSION

Los resultados medios obtenidos son los que figuran en la tabla 3, donde se indica entre paréntesis el coeficiente de variación (en porcentaje) obtenido en cada caso. A la vista de estos resultados, pueden establecerse las consideraciones siguientes:

##### 4.1. Variabilidad de los resultados

Los coeficientes de variación medios (en porcentaje) para cada tipo de ensayo, clasificados por edades o por hormigones, se expresan en la tabla 4, en la que también figura el coeficiente de variación medio para el conjunto de los tres hormigones

TABLA 3  
Resistencias y densidades

TIPO DE HORMIGON	EDAD (días)	COMPRESION		BRASILEÑO		BRASILEÑO (*)		DOBLE PUNZONAMIENTO (f <sub>ctp</sub> ) (**)								
		f <sub>c</sub>	σ <sub>c</sub>	f <sub>ctb</sub>	σ <sub>tb</sub>	f <sub>ctb</sub>	σ <sub>tb</sub>	E=0	E=4'5	E=6'0	E=7'5	E=9'0	E=10'5	E=12'0	E=13'5	σ <sub>tp</sub>
H-I	3	144 (4.00)	2401 (0'22)	15'96 (12'02)	2398 (0.42)	15'57 (8'73)	2385 (0'61)	13'96 (1'41)	—	14'37 (4.31)	12'70 (12'55)	13'34 (0.93)	11'88 (14'26)	11'70 (4'66)	—	2414 (0'48)
	7	179 (1.15)	2398 (0'38)	19'94 (1.19)	2397 (0.33)	21'16 (3'75)	2394 (1'39)	19'06 (0'03)	—	19'64 (3'59)	19'28 (4'47)	19'00 (2'35)	18'21 (0'40)	16'77 (7'04)	—	2408 (0'63)
	28	345 (2.91)	2405 (0'86)	30'97 (4.06)	2418 (0'03)	33'47 (4'65)	2402 (0'41)	31'85 (4'44)	—	31'49 (2'48)	30'59 (3'09)	30'85 (4'93)	29'56 (10'22)	27'99 (6'13)	—	2420 (0'36)
H-II	3	147 (1.49)	2432 (0'15)	18'32 (5'97)	2421 (0'79)	16'60 (7'18)	2416 (0'46)	15'16 (1'38)	15'22 (0'64)	14'57 (0'63)	—	14'47 (2'45)	14'14 (1'47)	13'59 (3'63)	—	2444 (0'28)
	7	227 (4.06)	2426 (0'66)	28'11 (0.87)	2420 (0'44)	26'44 (3'08)	2417 (0'28)	23'56 (5'73)	24'15 (2'55)	22'03 (4'66)	—	21'50 (1'31)	21'00 (4'14)	19'05 (6'96)	—	2442 (0'36)
	28	361 (0.92)	2433 (0'08)	37'35 (2.55)	2480 (3'90)	35'26 (3'83)	2426 (0'41)	31'35 (9'26)	—	32'28 (5'48)	—	31'26 (3'15)	30'01 (7'76)	31'35 (1'13)	27'22 (1'71)	2443 (0'17)
H-L	3	131 (0.72)	1962 (1'23)	13'25 (8'84)	1977 (0'07)	13'52 (8'01)	1969 (0'80)	13'00 (5'57)	12'42 (7'27)	12'12 (0'56)	11'96 (1'88)	12'47 (0'32)	10'81 (5'08)	—	—	1986 (0'30)
	7	191 (3.18)	1977 (0'05)	18'20 (5'21)	1988 (0'83)	20'40 (5'10)	1980 (0'48)	18'07 (0'55)	—	18'97 (0'55)	15'91 (7'98)	17'64 (1'82)	17'76 (8'48)	16'90 (6.06)	—	1995 (0'34)
	28	290 (—)	1991 (0'11)	27'98 (—)	2004 (0'05)	28'54 (4'17)	1988 (0'66)	24'96 (5'24)	—	24'47 (4'11)	23'82 (19'21)	23'28 (0'14)	23'85 (18'66)	19'51 (9'25)	—	2001 (0'48)
(RESISTENCIAS EN Kp/cm <sup>2</sup> )								(*) ENSAYO BRASILEÑO SOBRE SEMIPROBETAS SUPERIORES								
(σ = DENSIDAD SUPERFICIE SATURADA Y SECA EN Kg/m <sup>3</sup> )								(**) ENSAYO "DOBLE PUNZONAMIENTO" SOBRE SEMIPROBETAS INFERIORES								

TABLA 4  
Coeficientes de variación medios

TIPO DE HORMIGÓN	EDAD (días)	COMPRESION (15 x 30)	BRASILEÑO (15 x 30)	BRASILEÑO (15 x 15)	DOBLE PUNZONAMIENTO							
					E=0 m.m.	E=4'5 m.m.	E=6'0 m.m.	E=7'5 m.m.	E=9'0 m.m.	E=10'5 m.m.	E=12'0 m.m.	E=13'5 m.m.
I+II+L	3	2.07	8.94	7.31	2.79	3.95	1.83	7.21	1.74	6.94	4.15	—
	7	2.80	2.42	3.98	2.11	2.55	2.93	6.22	1.83	4.34	6.69	—
	28	1.92	2.20	4.22	6.32	—	4.02	11.15	2.74	12.21	5.50	1.71
I	3+7+28	2.69	5.76	3.00	1.96	—	3.46	6.70	2.74	8.29	5.94	—
II		2.16	3.13	4.69	5.46	1.59	3.59	—	2.31	4.46	3.91	1.71
L		1.95	7.02	5.10	3.79	7.27	1.74	9.69	0.76	10.74	7.65	—
I+II+L	3+7+28	2.27	5.30	4.26	3.74	3.48	2.93	8.20	1.93	7.83	5.61	1.71

y edades de ensayo, según el tipo de resistencia determinada. Se observa:

- Que en ningún caso han resultado orientativas ni las edades de ensayo ni el tipo de hormigón.
- Que para el conjunto de todos los hormigones y edades, en los ensayos de «**dobles punzonamiento**» con excentricidad  $E = 0$ , el coeficiente de variación medio es del 3,74 %, inferior a los obtenidos para los ensayos brasileños sobre probetas  $15 \times 30$  (5,30 %) o sobre probetas  $15 \times 15$  (4,26 %) y resulta perfectamente admisible dentro de los márgenes de dispersión habituales en ensayos de tracción.
- Que para el conjunto de todos los hormigones y edades, el coeficiente de variación medio no parece verse afectado hasta haber alcanzado excentricidades de 7,5 mm.

#### 4.2. Regresión entre resistencias

Se han estudiado las relaciones entre cada dos tipos de resistencias mediante la técnica de regresión mínimo-cuadrática, asumiendo un modelo de relación exponencial.

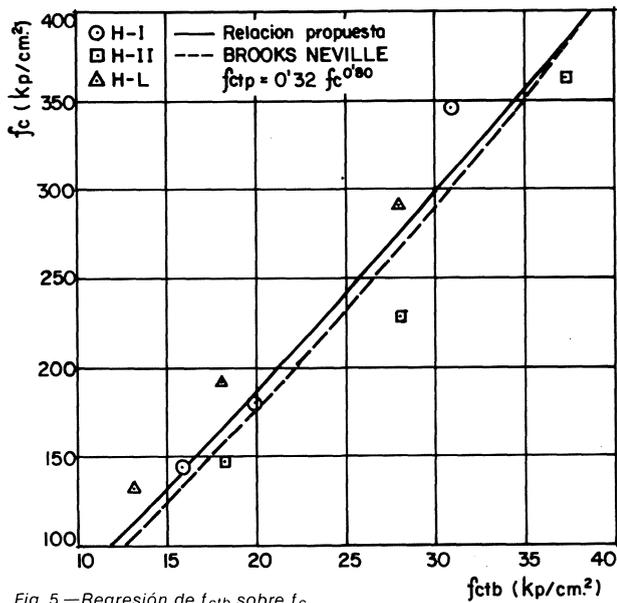
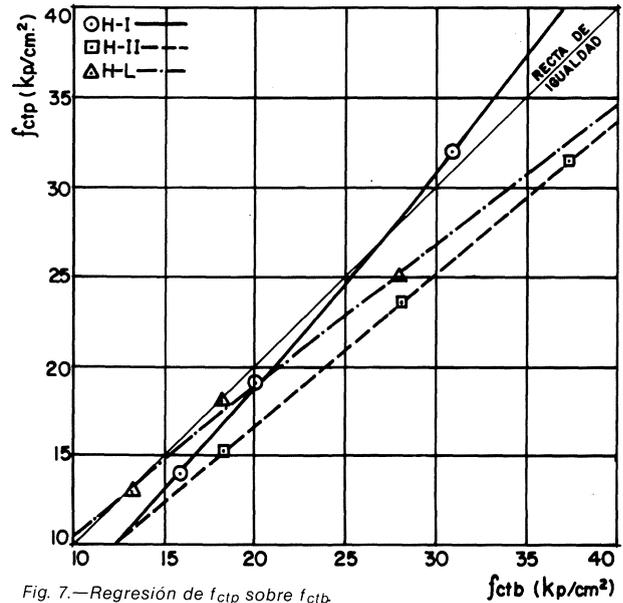
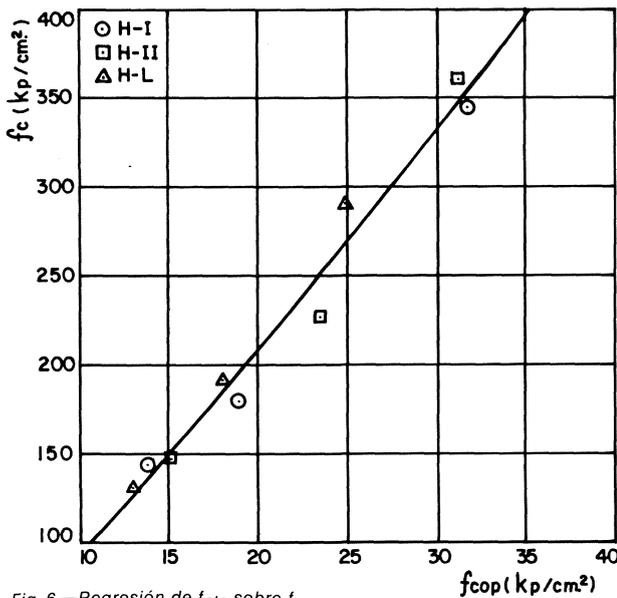
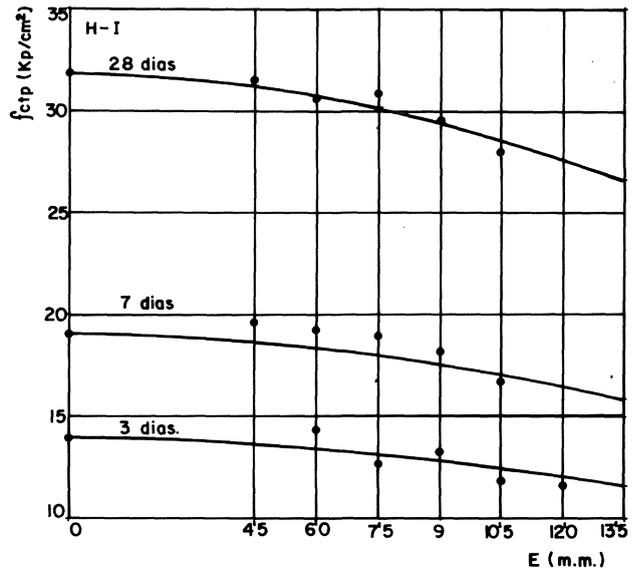
Para cada una de las relaciones se han tomado también, como variables explicativas, el tipo y densidad de los hormigones, con el fin de detectar sus influencias.

Las relaciones establecidas son las que figuran en la tabla 5 y en las figuras 5, 6 y 7, siendo R el coeficiente de correlación múltiple e IC (exp) el intervalo de confianza de cada exponente para un nivel de significación del 5 %. Se ha observado que:

- No hay significación estadística de la densidad del hormigón (en condiciones de superficie saturada y seca) en las relaciones estudiadas.
- No hay significación estadística del tipo de hormigón en las regresiones de  $f_{ctp}$  y  $f_{ctb}$  sobre  $f_c$  si bien, como se aprecia en la tabla 5, para los resultados de la presente investigación, el IC (exp) es más estrecho en la relación  $f_{ctp} - f_c$ .
- En la regresión de  $f_{ctb}$  sobre  $f_c$  el exponente 0,8 propuesto por Brooks-Neville (13) y Gardner y Poon (1) resulta más adecuado que el de 2/3 que figura en el Model Code (14) o el de valor 1/2 que también se utiliza con cierta frecuencia, hecho ya comprobado en trabajos anteriores (12, 15).

TABLA 5  
Relaciones entre resistencias

TIPO DE HORMIGÓN	RESISTENCIAS RELACIONADAS	FUNCIONES PROPUESTAS	R	IC (exp)
I+II+L	$f_{ctb}$ sobre $f_c$	$f_{ctb} = 0'2214 \cdot f_c^{0'8616}$	0'9558	[0'6246 ; 1'0968]
I+II+L	$f_{ctp}$ sobre $f_c$	$f_{ctp} = 0'1999 \cdot f_c^{0'8633}$	0'9867	[0'7361 ; 0'9905]
I	$f_{ctp}$ sobre $f_{ctb}$	$f_{ctp} = 0'4653 \cdot f_{ctb}^{1'233}$	0'9989	[0'489 ; 1'977]
II		$f_{ctp} = 0'7763 \cdot f_{ctb}^{1'022}$	1'0000	[0'948 ; 1'096]
L		$f_{ctp} = 1'4184 \cdot f_{ctb}^{0'8651}$	0'9958	[-0'15 ; 1'88]

Fig. 5.—Regresión de  $f_{ctb}$  sobre  $f_c$ .Fig. 7.—Regresión de  $f_{ctp}$  sobre  $f_{ctb}$ .Fig. 6.—Regresión de  $f_{ctb}$  sobre  $f_c$ .Fig. 8.—Hormigón H-I. Regresión de  $f_{ctp}$  sobre  $E$ .

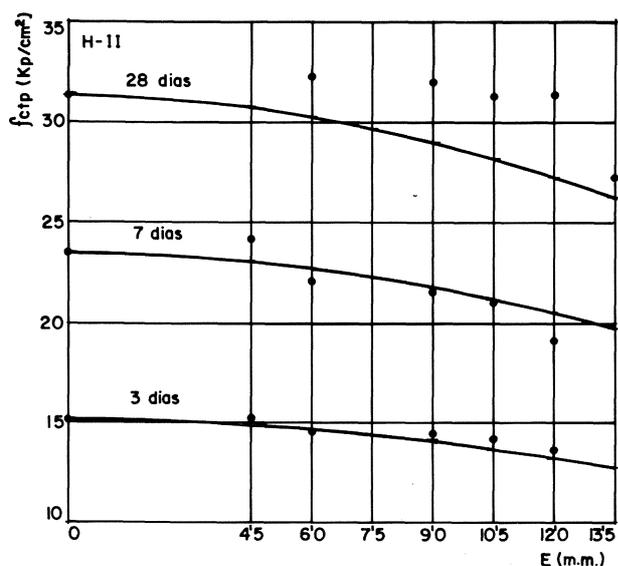
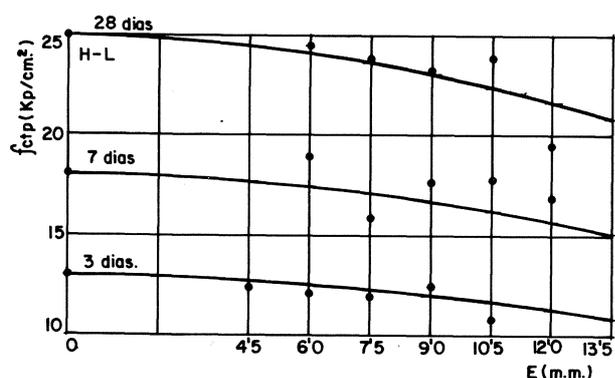
El exponente  $2/3$ , aún perteneciendo al IC (exp) calculado, queda muy descentrado, en tanto que el exponente  $1/2$  se sitúa fuera del mismo.

- d) Desde un punto de vista estadístico, sí resulta significativa la influencia del tipo de hormigón cuando se correlacionan  $f_{ctp}$  y  $f_{ctb}$ , pareciendo atribuible tal hecho, tanto a la influencia del tipo de hormigón como a la del tamaño máximo del árido.
- e) Al relacionar  $f_{ctp}$  y  $f_{ctb}$ , los puntos correspondientes a los hormigones H-I y H-L se sitúan en un entorno próximo de la Recta de Igualdad, al igual que observaron Chen

y Yuan (11). Por el contrario, los puntos correspondientes al H-II se sitúan claramente por debajo. La explicación se halla con toda probabilidad en el hecho de que el tamaño máximo del árido del H-II fue de 25 mm, con la consiguiente elevación relativa de  $f_{ctb}$ , en tanto que en la investigación citada (11) fue de  $3/8''$  (9,52 mm).

#### 4.3. Influencia de la excentricidad del «punch» superior

Para el conjunto de resultados individuales obtenidos mediante el ensayo de «doble punzonamiento», se evaluaron las influencias

Fig. 9.—Hormigón H-II. Regresión de  $f_{ctp}$  sobre  $E$ .Fig. 10.—Hormigón H-L. Regresión de  $f_{ctp}$  sobre  $E$ .

sobre las  $f_{ctp}$  del tipo de hormigón, edad y excentricidades ensayadas. El análisis de regresión mínimo-cuadrática ha puesto de manifiesto un efecto estadísticamente significativo de todas esas variables explicativas, en una relación exponencial.

Dado que nuestro interés se centraba en el efecto exclusivo de la excentricidad del «punch» superior sobre  $f_{ctp}$  se vio que, para una situación determinada (definida por el tipo y edad del hormigón), la relación que liga  $f_{ctp}$  con la excentricidad viene dada por:

$$(f_{ctp})_E = (f_{ctp})_0 (e)^{-0,0009828.E^2}$$

donde  $(f_{ctp})_E$  y  $(f_{ctp})_0$  son las resistencias  $f_{ctp}$  (kp/cm<sup>2</sup>) para una excentricidad genérica  $E$  (mm) y otra nula, respectivamente, en unas condiciones dadas en cuanto a tipo, edad y curado del hormigón (Figs. 8, 9 y 10).

La manipulación matemática de esta expresión (ver anejo), llevó a la siguiente relación aproximada entre error relativo medio ( $\epsilon$ , en %) de  $f_{ctp}$  y la

excentricidad  $E$ :

$$\epsilon = -0,09828.E^2$$

de la que se deduce que dicho error no llega al 5 % para excentricidades de 4,5 y 6,0 mm. También coinciden con esta apreciación los datos experimentales concretos, si se exceptúa el H-L para una  $E = 6,0$  mm y a la edad de tres días. Puede afirmarse, pues, que el ensayo de «**doble punzonamiento**» resulta **muy poco sensible** a la excentricidad del «punch» puesto que tan sólo excentricidades altas (en el sentido que son apreciables a simple vista) pueden conducir a diferencias de resistencias superiores a las obtenidas entre las diversas repeticiones de una situación concreta.

## 5. CONCLUSIONES

A la vista de los resultados obtenidos, y a falta de una experimentación más amplia que incluya la ejecución de ensayos de tracción directa, pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- 1.<sup>a</sup> En la relación de  $f_{ctp}$  sobre  $f_{ctb}$  sí ha resultado significativa la influencia del tipo de hormigón. Dentro de los hormigones de densidad ordinaria (H-I y H-II), para cada valor de  $f_{ctp}$  los correspondientes valores de  $f_{ctb}$  son tanto más discrepantes cuanto más elevada es la resistencia.
- 2.<sup>a</sup> La relación  $f_{ctp} - f_c$  parece más fiable [IC (exp) menos amplio] que la relación  $f_{ctb} - f_c$ .
- 3.<sup>a</sup> El error relativo experimental se mantiene por debajo del 5 % con excentricidades del «punch» superior de 4,5 mm.
- 4.<sup>a</sup> El ensayo de tracción indirecta por «**doble punzonamiento**» es simple y práctico, y responde a las exigencias de una rutina comercial.
- 5.<sup>a</sup> Parece verosímil que la relación entre la resistencia a tracción directa y la resistencia a tracción indirecta por «**doble punzonamiento**» sea más fiable que las que pueden establecerse entre aquella y la del ensayo brasileño, hecho que, no obstante, deberá ser establecido experimentalmente en lo sucesivo.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen muy sinceramente la colaboración del Colegio Oficial de Arquitectos de Valencia, y las orientaciones y asesoramiento del doctor Ingeniero don José Calavera Ruiz, Catedrático de Edificación y Prefabricación en la ETS de Ingenieros de Caminos de Madrid y Director General de INTEMAC.

## BIBLIOGRAFIA

1. GARDNER, N. J., y POON, S. M.: «Time and temperature effects on tensile, bond and compressive Strengths». *ACI/Journal*, July, 1976.
2. CALAVERA, J.: «Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación». *Intemac*, Madrid, 1981.
3. RAPHAEL, J. M.: «Tensile strength of concrete». *ACI Journal*, March-April, 1984.
4. MALHOTRA, V. M., y ZOLDNERS, N. G.: «Comparison of ring-tensile strength of concrete with compressive, flexural and splitting-tensile strengths». *Journal of Materials*, June-July, 1966.
5. JOHNSTON, C. D.: «Steel fiber reinforced and plain concrete: Factors influencing flexural strength measurement». *ACI/Journal*, March-April, 1982.
6. GRIEB, W. E., y WERNER, G.: «Comparison of splitting tensile strength of concrete with flexural and compressive strengths». *Proceedings ASTM*, vol. 62, 1962.
7. JOHNSTON, C. D.: «Strength and deformation of concrete in uniaxial tension and compression». *Magazine of Concrete Research*, vol. 20: n.º 70, March, 1970.
8. JOHNSTON, C. D., y SIDWELL, E. H.: «Testing of Concrete Strength in Tension and Compression». *Magazine of Concrete Research*, vol. 20: n.º 65, December, 1968.
9. HANNANT, D. J.; BUCKLEY, K. J., y CROFT, J.: «The effect of aggregate size on the use of the cylinder splitting test as a measure of tensile strength». *Materiaux et Constructions. Rilem*, Vol. 6: n.º 31, 1973.
10. CHEN, W. F.: «Double-punch test for tensile strength of concrete». *ACI Journal*, December, 1970.
11. CHEN, W. F., y YUAN, R. L.: «Tensile Strength of concrete: Double-punch test». *Journal of Structural Division. ASCE*, August, 1980.
12. PEREPEREZ, B.; BARBERA, E.; ALZAMORA, F., y GARCIA, L.: «Experiencias del Laboratorio de Construcción de la ETS de Arquitectura de Valencia (España), en el ensayo de doble punzonamiento». IV Conferencia Científica de Ingeniería y Arquitectura. La Habana (Cuba), diciembre, 1984.
13. BROOKS, J. J., y NEVILLE, A. M.: «A comparison of creep, elasticity and strength of concrete in tension and in compression». *Magazine of Concrete Research*, vol. 29: n.º 100, September, 1977.
14. CEB-FIP: «Model Code for concrete structures». 1978.
15. PEREPEREZ, B.: «La resistencia a compresión, la resistencia a tracción y el módulo de deformación de hormigones fabricados con cemento PA-350». Tesis doctoral para la ETS de Arquitectura de Valencia. Septiembre, 1981.

## ANEJO

CALCULO DEL ERROR RELATIVO MEDIO ( $\epsilon$ ) DE LA RESISTENCIA  $f_{ctp}$  EN FUNCION DE LA EXCENTRICIDAD

$$(f_{ctp})_E = (f_{ctp})_o \cdot (e)^{-0,0009828.E^2}$$

Aplicando logaritmos neperianos, resulta:

$$\ln (f_{ctp})_E = \ln (f_{ctp})_o - 0,0009828.E^2$$

de donde:

$$\ln \frac{(f_{ctp})_E}{(f_{ctp})_o} = -0,0009828.E^2$$

Ahora bien:

$$\ln \frac{(f_{ctp})_E}{(f_{ctp})_o} =$$

$$= \ln \left[ \frac{(f_{ctp})_o + (f_{ctp})_E - (f_{ctp})_o}{(f_{ctp})_o} \right] = \ln (1 + X)$$

siendo:

$$X = \frac{(f_{ctp})_E - (f_{ctp})_o}{(f_{ctp})_o} = \text{error relativo de la resistencia}$$

Desarrollando en serie de Mc. Laurin:

$$\ln (1 + X) = X - \frac{X^2}{2} + \frac{X^3}{3} - \dots$$

y despreciando los términos con exponente superior a la unidad, queda:

$$\ln (1 + X) \approx X$$

Luego el error relativo medio ( $\epsilon$ ) de la resistencia  $f_{ctp}$  medido en porcentaje sobre  $(f_{ctp})_o$  vendrá dado por la expresión aproximada:

$$\epsilon \approx -0,09828.E^2.$$

☆ ☆ ☆