

# SISTEMAS PLANOS: APROXIMACION AL MODELO DE ANALISIS DE PIEZAS RECTAS DE HORMIGON EN ESTADO ULTIMO\*

Antonio-José Mas-Guindal Lafarga

Doctor Arquitecto  
Profesor Adjunto de Estructuras de la ETSAM

Director de Tesis:

Ricardo Aroca Hernández-Ros

Doctor Arquitecto  
Catedrático de la Asignatura de Proyecto de Estructuras  
de la ETSAM

450-15

**H**ASTA hoy, la formulación de los procesos de análisis y posterior comprobación de sección viene manteniendo serias inconsistencias de base, contempladas por norma, en las que queda diluida la relación entre modelo de análisis y realidad. Estas inconsistencias pueden resumirse en:

- Tratamiento de la continuidad, como pieza de sección constante, donde el cálculo de momentos admite esa continuidad, cuando realmente se está operando con piezas de sección variable, especialmente manifiesta en piezas de sección en T.
- Incongruencia en la aplicación del cálculo elástico en la fase de análisis y el plástico, empleado en la de comprobación de secciones, sin nexo de unión entre ambos procesos.
- Inconsistencia de los métodos utilizados, en lo referente a resolver la adaptación de la gráfica de momentos flectores a la ley respuesta de la pieza y, en consecuencia, a su capacidad resistente o posible margen de elevación de la capacidad de carga de la misma.

\* Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.  
Fecha de lectura: 29 julio 1981.  
Calificación: Sobresaliente «Cum Laude».  
Fecha de presentación para su publicación: 3 abril 1982.

- Falta de coherencia de los diagramas-modelo en uso. Los métodos clásicos de relajación (Cross) y matriciales basan sus resultados en modelos de rigidez elástica lineal; por otra parte, los de comprobación de sección se basan en distribuciones parabólicas, rectangulares, mixtas, etc. con plastificación de convenio, advirtiéndose una conocida disyuntiva en ambos niveles de un proceso que debe entenderse como unitario, no sólo en su definición, sino también en su formulación.
- No consideración de la rigidez a torsión de las vigas y flexión de los soportes, producida por el empotramiento del forjado.
- Desprecio del trabajo secundario a flexión compuesta, realizado por el sistema en su función de transferencia de acciones horizontales (viento y sismo) y contribución a la propia estabilidad del edificio como arriostramiento general.
- No consideración de la influencia que tiene en la pieza tanto la **cantidad global de armadura** como su **disposición** en el proceso de deformación.
- No consideración de las deformaciones iniciales y diferidas (fluencia y retracción) así como de las derivadas de la forma de aplicar la carga y del propio proceso constructivo.
- Tratamiento específico de la fisuración al no ser iguales las áreas útiles a momentos positivos y negativos ( $M^+$  y  $M^-$ ).

Esta tesis se centra en realizar un **proceso de comprobación sin incongruencia**, operando sobre varios de los enunciados anteriores, evidenciando el hecho de que los comportamientos de servicio y último pueden alejarse, quedando diferenciados ambos procesos, por lo que no es posible inferir uno a partir del otro. Sobre todo en forjados (objeto de nuestra investigación) en donde sus condiciones de enlace complejas o de difícil formulación hacen que no sea posible una formulación similar a la de otras piezas de la estructura.

Así se sientan las bases para el análisis elastoplástico de la estructura y la definición de un

nuevo concepto de seguridad en orden a un mayor aprovechamiento de los materiales.

## Descripción del proceso

El método de comprobación desarrollado se apoya en la aplicación de las condiciones de contorno de la pieza como base para describir el estado de deformación integral de la misma, a su vez conseguido por el conjunto de equilibrios locales de sección, salvando las indeterminaciones (por grados de libertad) que el sistema tiene ya, a nivel sección con decorosa exactitud. Así se realiza un proceso de comprobación para una viga de sección T, armada con una cierta cuantía y disposición, en la consideración de dos hipótesis distintas. De un lado, el proceso de análisis discreto a nivel sección y de otro, a nivel pieza.

En la primera de las fases es necesario hacer una estimación de la carga con la cual el programa opera. Comoquiera que las variaciones del brazo de palanca son muy pequeñas, puede utilizarse una carga última a partir del momento isostático obtenido de las capacidades mecánicas  $U + U'$  (trabajando al límite elástico) por el 90 % del canto total, y de la misma forma la misma carga dividida por 1,6 como una de las posibles cargas de servicio.

A continuación, para la pieza así cargada, el momento isostático no basta para conocer la sollicitación y es necesario hacer una estimación de la línea de cierre, que el programa estimará de forma algorítmica.

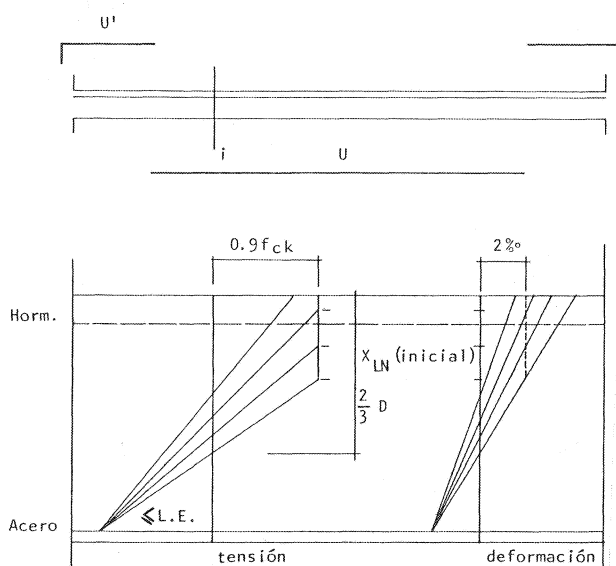


Fig. 1.—Proceso de búsqueda de equilibrio de sección.

Con la ley así determinada se llega al equilibrio a base de tanteos realizados por el programa sobre la posición de la línea neutra, en la que las resultantes de hormigón y acero deberán ser iguales (2 % de error). (Figura 1).

Se entiende que el hormigón se encuentra en estado «no lineal» al alcanzar deformaciones del 2 %. Así, se recorre la pieza dejando todas las secciones equilibradas hasta llegar al apoyo.

La segunda fase opera sobre la pieza, a partir de los valores registrados de las deformaciones del acero y hormigón en la fase anterior correspondiente al equilibrio de sección. Un proceso de integración numérica de las curvaturas locales, entre la sección central y el apoyo, conduce al valor del giro relativo entre ambas secciones.

En el estado de servicio elegido, el giro relativo nulo se logra con proporciones momento-positivo-negativo 2,5 a 3 veces, superiores a las definidas por la resistencia de materiales clásica.

Si el giro relativo es distinto de cero, se justifica la mala estimación de la línea de cierre inicial y la necesidad de corregir ésta, al efecto de cumplir la condición de contorno (tangente horizontal en el apoyo) si de doblemente empotrada se trata.

Giros en el apoyo izquierdo positivos (agujas del reloj) suponen incorrecta estimación del momento del vano por exceso; y giros negativos, por defecto (Figura 2).

El estado último queda así definido como aquel en el cual se llega, simultáneamente, a deformaciones del hormigón en torno al 0,0035; el momento último puede ser mayor, igual o menor que el obtenido por agotamiento de la armadura. En el primero de los casos, no interesa investigar, pues corresponde a situaciones fuera del límite plástico del hormigón. En otros, el giro plástico en el apoyo para la carga última se debe a alargamientos plásticos del acero fundamentalmente (para este material limitados en la rotura por su pequeña región de estricción). El sentido de este giro plástico indica si la línea de cierre se estimó correctamente o no.

La aplicación de este método lleva a establecer que, en el estado último, todos los forjados (sección T) plastifican en el apoyo, requiriendo una zona de estabilización de momentos (rótula) variable con la cuantía, conservándose la pieza en estados de «no linealidad».

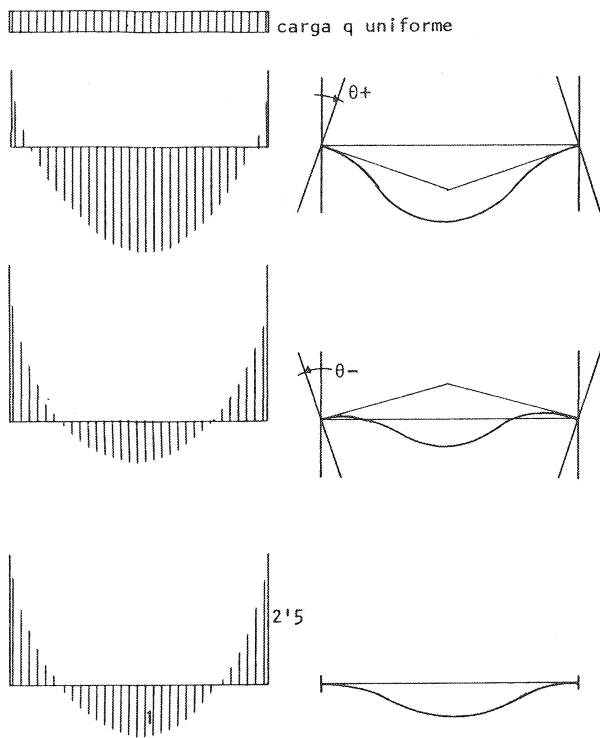


Fig. 2. — Giro residual de apoyo.

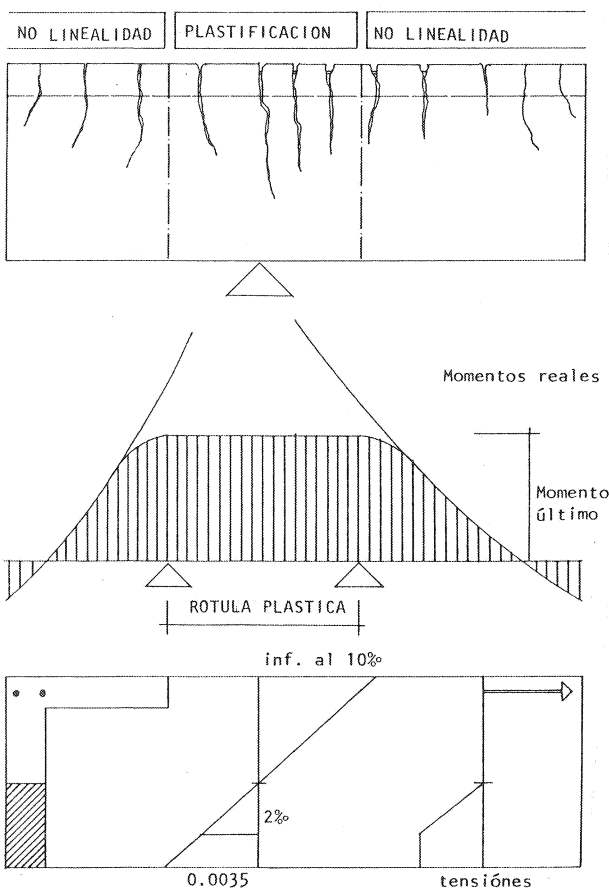


Fig. 3. — Modelo de rótula plástica en el apoyo.

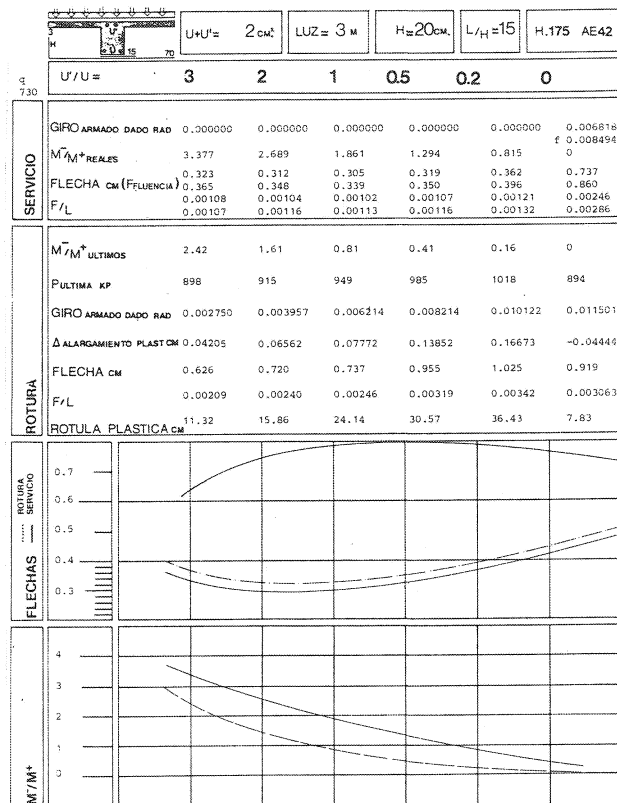


Fig. 4. — Modelo de manual para los estados de servicio y rotura para una sección en T dada.

En estado de servicio, para algunas disposiciones de armado, hay plastificación de apoyo y las zonas de pieza en estado de no linealidad abarcan entre el 15 y 30 % en longitud de la pieza.

Definido el estado último como aquel cuya carga última se obtiene del momento isostático suma de los momentos últimos de apoyo y vano, se establece cuál es la zona necesaria plastificada. Esta zona se define en función del alargamiento plástico (obtenido a partir del giro plástico) en estado último y el giro relativo entre el vano y el apoyo para las armaduras dadas. El establecimiento de esta zona evidencia la necesidad de materializar de forma específica el apoyo en cada caso. (Figura 3).

Con la definición de las rótulas, se pasa a establecer las relaciones límites entre flecha de servicio y flecha de rotura, habiendo sido determinados previamente los momentos últimos de apoyo, vano y carga de rotura para esa disposición de armado. Con todos los datos se ha confeccionado un modelo de manual que abarca el espectro de uso de los sistemas comerciales comúnmente en uso. (Figuras 4-5).

Este proceso se ha verificado sobre modelo real, dada su versatilidad, sobre vigas de hormigón

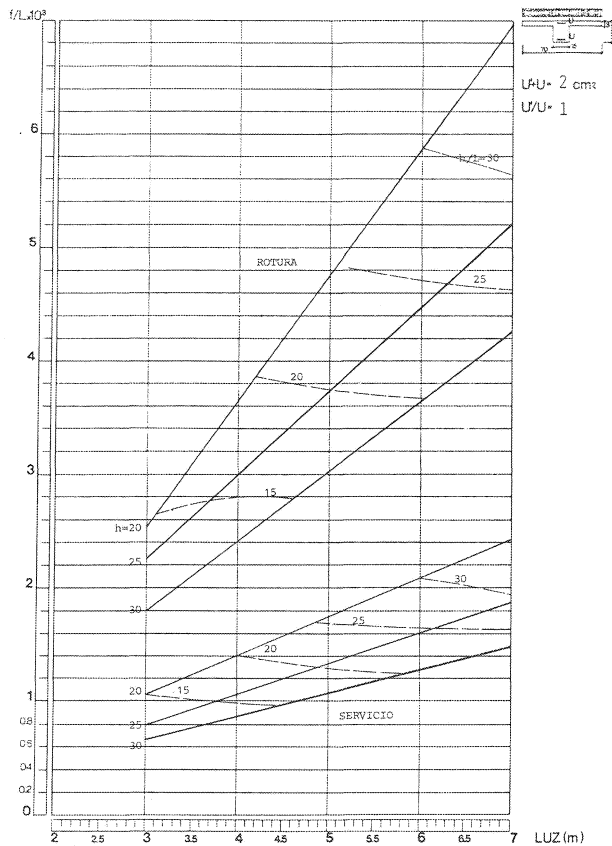


Fig. 5. — Relación flecha luz para estados de servicio y rotura para una sección en T dada.

sometidas a dos cargas puntuales (ensayo por cortesía de Intemac) obteniéndose diferencias despreciables en la flecha máxima de servicio en torno a la décima de milímetro, hecho que acuerda realidad y modelo de análisis, aunque las posibles inconsistencias quedarían obviadas por:

- Discontinuidades entre masa real y material homogéneo que supone el modelo.
- Participación de esfuerzo cortante en el proceso de deformación, no tenido en cuenta en el modelo, aunque casi irrelevante en vigas planas. Un estudio más completo puede lograrse aplicando la teoría de elementos finitos en donde se contemplaría la participación en el proceso descrito de la biela inclinada de compresión a lo largo de la pieza.
- Consideración de las deformaciones reales instantáneas por retracción, no tenidas en cuenta en el modelo.

## Conclusiones más relevantes

1. Siempre que la suma de las capacidades mecánicas de las armaduras (superior e

inferior) generen un momento flector de valor, el isostático mayorado de la carga, la pieza es viable, si no se han alcanzado en ningún punto de la pieza deformaciones de acero superiores al 10 %.

La disposición de armado incide en los distintos estados de «no linealidad» y plastificación local, por lo que la proporción de  $M^-/M^+$  será variable con la disposición de armadura.

2. Las redistribuciones plásticas que experimenta la pieza son distintas con la cuantía y disposición de la armadura. (Véase ejemplo por Plotter para pieza doblemente empotrada. (Figura 6).
3. En cualquier viga recta de hormigón armado en estado de servicio, la situación de empotramiento perfecto se logra a base de estados locales de no linealidad del hormigón, llegándose en las secciones más solicitadas a plastificar la armadura apareciendo en ellas un alargamiento plástico residual. En consecuencia, a disposiciones de armadura  $U'/U = 2/1$  (teórico empotramiento perfecto), corresponden leyes de respuesta de la pieza  $M^-/M^+$  mayores, justificadas por el incremento de trabajo (giro-momento) que en apoyo debe realizarse para corregir esta situación a la correspondiente de empotramiento perfecto.
4. En estado de rotura, la situación de empotramiento perfecto es alcanzada a base de estados variables de plastificación que oscilan entre un 30 y 60 % de la longitud de la pieza, para proporciones  $M^-/M^+ = 6$  a 9 y estando toda la pieza en estado de no linealidad.
5. La mínima flecha en estado de servicio se produce para una relación entre las armaduras  $U'/U = 1$ , disposición que coincide con la que se usa para momentos iguales  $M^- = M^+$  (mitad del isostático).
6. Las rótulas plásticas son zonas de pieza de estabilización de tensiones, de existencia necesaria en el estado último.
7. La existencia de armadura de compresión en el apoyo baja notablemente las tensiones de compresión en él, descendiendo los valores de la flecha para esa situación.
8. En estado de servicio, las longitudes de pieza en estado «no lineal» crecen con la cuantía total  $U + U'$ ; sin embargo en el estado último,

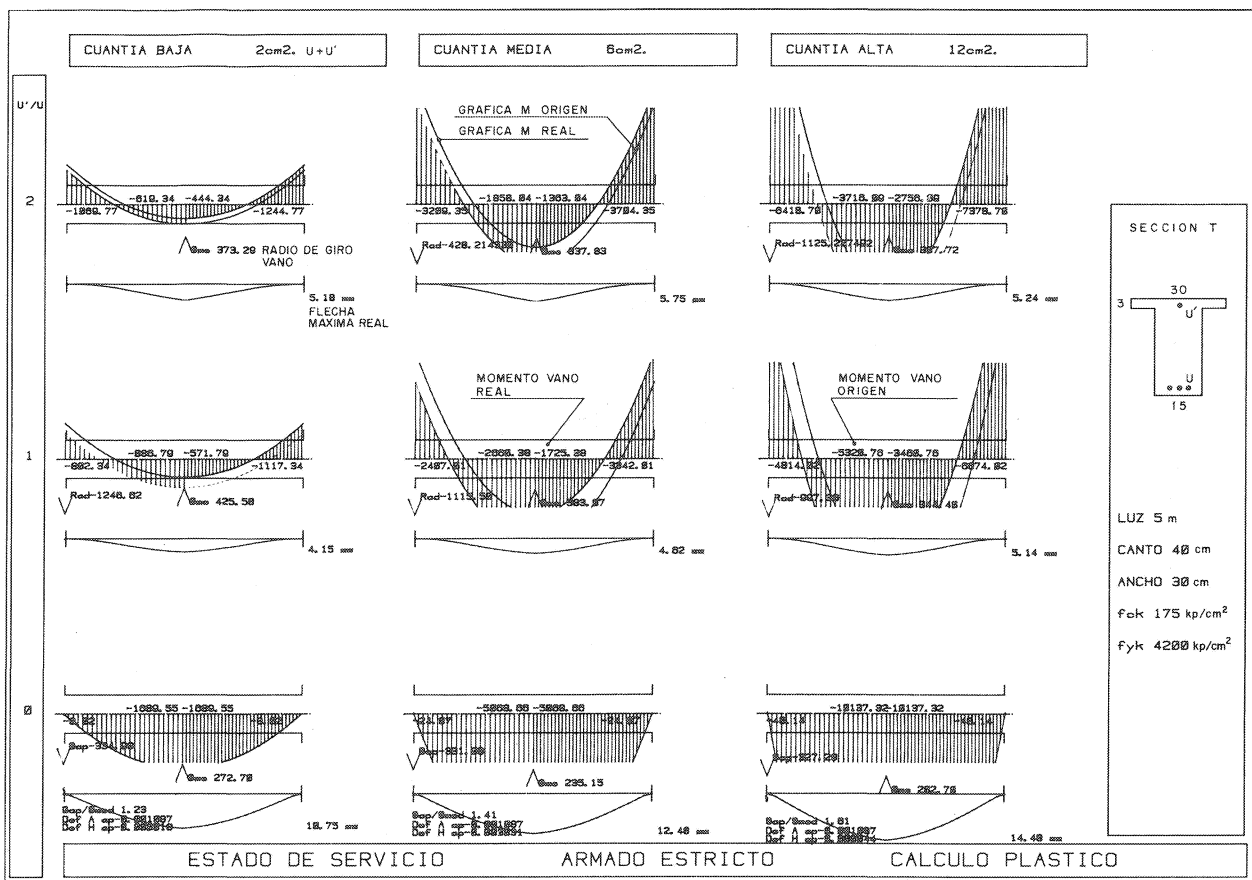


Fig. 6.—Variación de la gráfica de momentos flectores en estado de servicio con la cuantía y disposición de armado para un caso concreto.

para las mismas cuantías las zonas de no linealidad se mantienen constantes.

9. En estado de servicio, la situación de empotramiento perfecto se logra para proporciones de momentos  $M^-/M^+$  superiores al 2/1, y variables con cuantía y disposición.
10. El método de análisis descrito no supone, en medida alguna, justificar invalidez de los métodos de análisis clásicos (que operando

con condiciones ideales de material, eluden factores derivados de su propio estado de carga), ni por otra parte, anular en algún sentido los de comprobación de sección en inconsistencia con los anteriores, sino que, intentando como se ha expuesto, dar coherencia al proceso general de análisis y comprobación de sección de forma integral, en parte, se han demostrado las inconsistencias de los anteriores, en la opinión de que los métodos usados en la actualidad no son más válidos que otros de formulaciones más sencillas.

Ordenador utilizado: HP-9825 y Plotter HP-9712-A

\* \* \*