



# cubierta hiperbólica parabólica

T. Y. LIN y FELIX KULKA

831 - 31

## sinopsis

La iglesia de Spokane, del Estado de Washington, se ha cubierto, graciosamente, con una lámina parabólico-hiperbólica, de hormigón pretensado. Este tipo de láminas, dice el autor, de análisis corrientemente admitido sencillo, puede presentar ciertas dificultades en su estabilidad. No son suficientes las teorías que el estudio de una membrana proporciona, ya que, si las dimensiones de estas láminas alcanzan ciertas proporciones, aparecen esfuerzos secundarios que rápidamente surgen al intervenir en la estabilidad de la lámina.

En este caso la lámina, simétrica solamente según un eje, presenta dos voladizos de 15 y 31 m, respectivamente, lo que ha constituido un estudio particular.

El autor, con objeto de allanar dificultades de un cálculo exacto, intentó igualar, en la medida de lo posible, los momentos flectores en toda la lámina, admitiendo, con ello, que las condiciones de indeterminación se verían reducidas. Para proceder así se le dio a la lámina un espesor de 7,5 cm de hormigón ligero en la parte posterior formando ménsula y de 12 cm en la parte anterior de hormigón del tipo ordinario.

Los muros frontales se han solidarizado con la lámina, a la que le sirven de apoyo. Los soportes, ligeros, de la parte posterior, no permiten sobrecargas superiores a las normales previstas.

Para el cálculo de las tensiones de la lámina y de los elementos de borde se aplicó la teoría de membrana y se supuso que la lámina era simétrica respecto de los dos ejes, de cuyo análisis resultó una tensión máxima de 14 kg/cm<sup>2</sup>.

Por creer que los elementos del borde estaban sometidos a esfuerzos axiales de compresión, en un principio todo hacía resumir que sólo se necesitarían armaduras nominales en toda la lámina, sin que fuera necesario el pretensado; sin embargo, se pudo apreciar que los esfuerzos secundarios dominarían el comportamiento general de la lámina.

La retracción del hormigón sería otra de las causas de dichos esfuerzos secundarios. También influían en estos esfuerzos secundarios la retracción diferencial y acortamiento elástico de varias partes de la estructura.

El pretensado tenía por objeto introducir una presión uniforme en toda la lámina. Para lograrlo se aplicó una tensión de 16 toneladas por banda de un metro de anchura de lámina. En la dirección de los dos estribos, la tensión de pretensado ha sido de 10 toneladas por metro, para evitar la fisuración.

La nueva iglesia de Spokane, Estado de Wáshington (EE. UU.), se ha cubierto con una lámina hiperbólica-parabólica de hormigón pretensado, cuyo comportamiento ha demostrado la gran resistencia y estabilidad de este tipo de láminas; sin embargo, también ha puesto de relieve los inconvenientes que presenta. Los cálculos corrientes, que solamente consideran tensiones de membrana en estas formas, han resultado inexactos. Al aumentar las dimensiones de la lámina, las consecuencias de los esfuerzos secundarios adquieren proporciones crecientes.

Este tipo de láminas se complica por su propia forma simétrica según un solo eje, mientras que en los paraboloides hiperbólicos corrientes alcanza la simetría a los dos ejes. En la estructura que nos ocupa, la parte frontal vuela 15 m, mientras que, la posterior vuela 31 m, resultando, como consecuencia, un desequilibrio.

Con objeto de reducir las condiciones desconocidas de las tensiones resultantes de este desequilibrio, se decidió igualar los momentos flectores en la lámina, dentro de lo posible. Esto se consiguió dándole un espesor de 7,5 cm, de hormigón ligero, en la ménsula posterior, y 12 cm, en la frontal, en la que se empleó hormigón ordinario. Los muros frontales se solidarizaron con la lámina, sirviéndole de apoyo. En la parte posterior hay unos ligeros soportes marginales sin misión existente especial.

Cuando la lámina está sometida al peso propio, se halla soportada por dos estribos y anclada a los muros frontales, comportándose como una ménsula triangular que vuela 31 m a partir de la línea que une los dos estribos o puntos de apoyo.

Para calcular las tensiones en las láminas y en las vigas de borde la teoría de membrana se aplicó suponiendo a la lámina hiperbólico-parabólica simétrica respecto a los dos ejes. La tensión máxima calculada resultó ser de 14 kg/cm<sup>2</sup>. Puesto que las vigas de borde se supone que están sometidas a esfuerzos axiales de compresión, parecía que sólo se necesitarían armaduras normales en toda la lámina, sin que fuera necesario el pretensado.

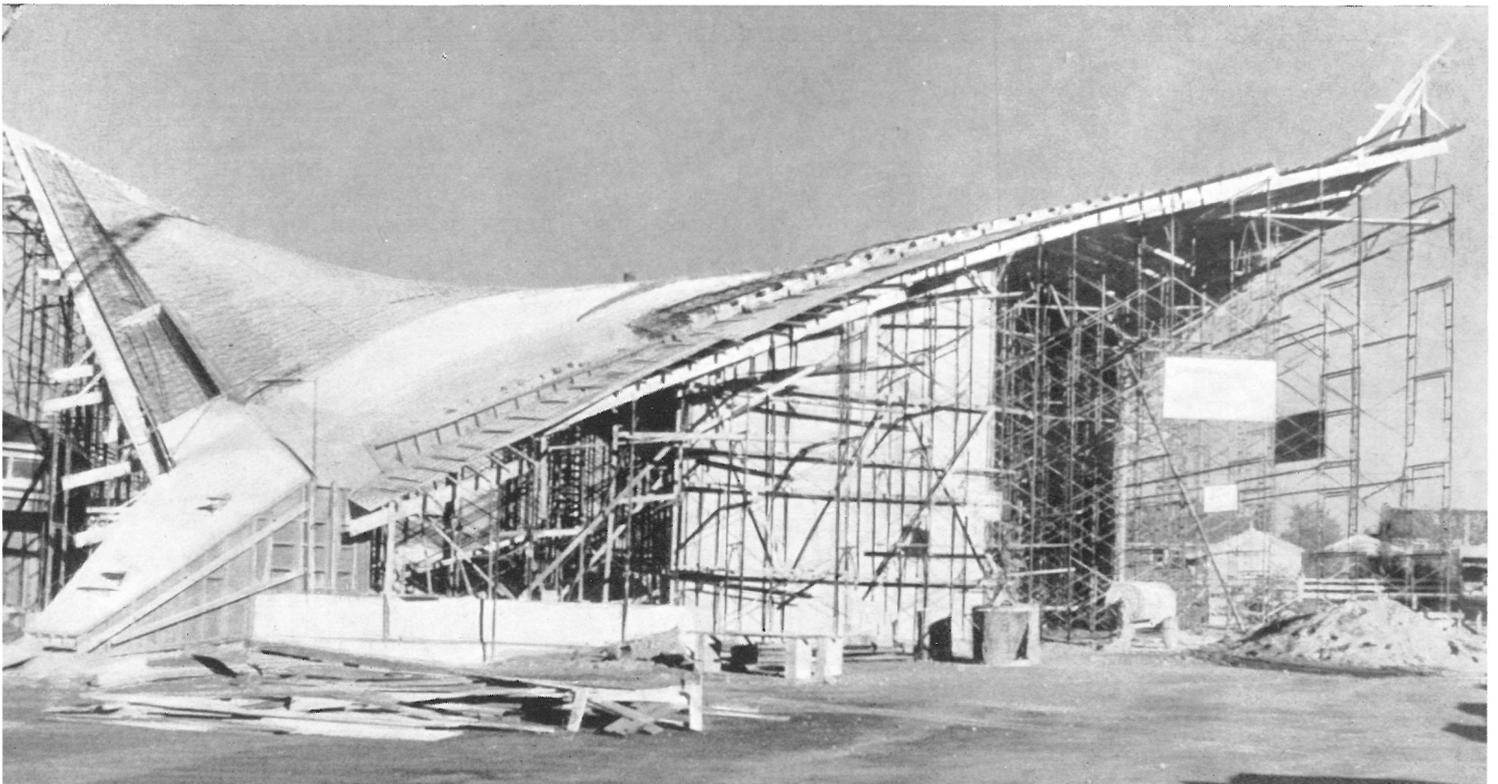
Sin embargo, desde un principio se pudo apreciar que los esfuerzos secundarios dominarían el comportamiento de la lámina, dadas sus dimensiones y disposición general. Estos esfuerzos tendrían por origen la flexión de toda la estructura considerada como una ménsula, lo que daría lugar a deformaciones elasto-plásticas en la lámina y en el borde. Otra fuente de esfuerzos secundarios sería la retracción del hormigón que originaría tensiones de tracción y deformaciones por flexión. Por otra parte, había que tener en cuenta la retracción diferencial y acortamiento elástico de varias partes de la estructura.

Todo esto acarrearía flexiones locales y tensiones secundarias, tanto en la lámina como en la viga de borde o en las dos, y hubiera sido casi imposible predecir sus verdaderos valores. Con objeto de tener estas tensiones dentro de los límites de control, y con objeto también de reforzar el hormigón para resistir a las tensiones de tracción, se decidió emplear el pretensado en toda la estructura.

Se empezó pretensando el tirante con un esfuerzo total de 136 toneladas. La sección de este elemento es de 90 x 35 centímetros de hormigón y une los dos estribos. Este esfuerzo era más que suficiente para equilibrar el empuje de las vigas de borde en los estribos, así como el empuje entre ellos. Los estribos, masivos, dieron suficiente estabilidad para soportar la lámina.

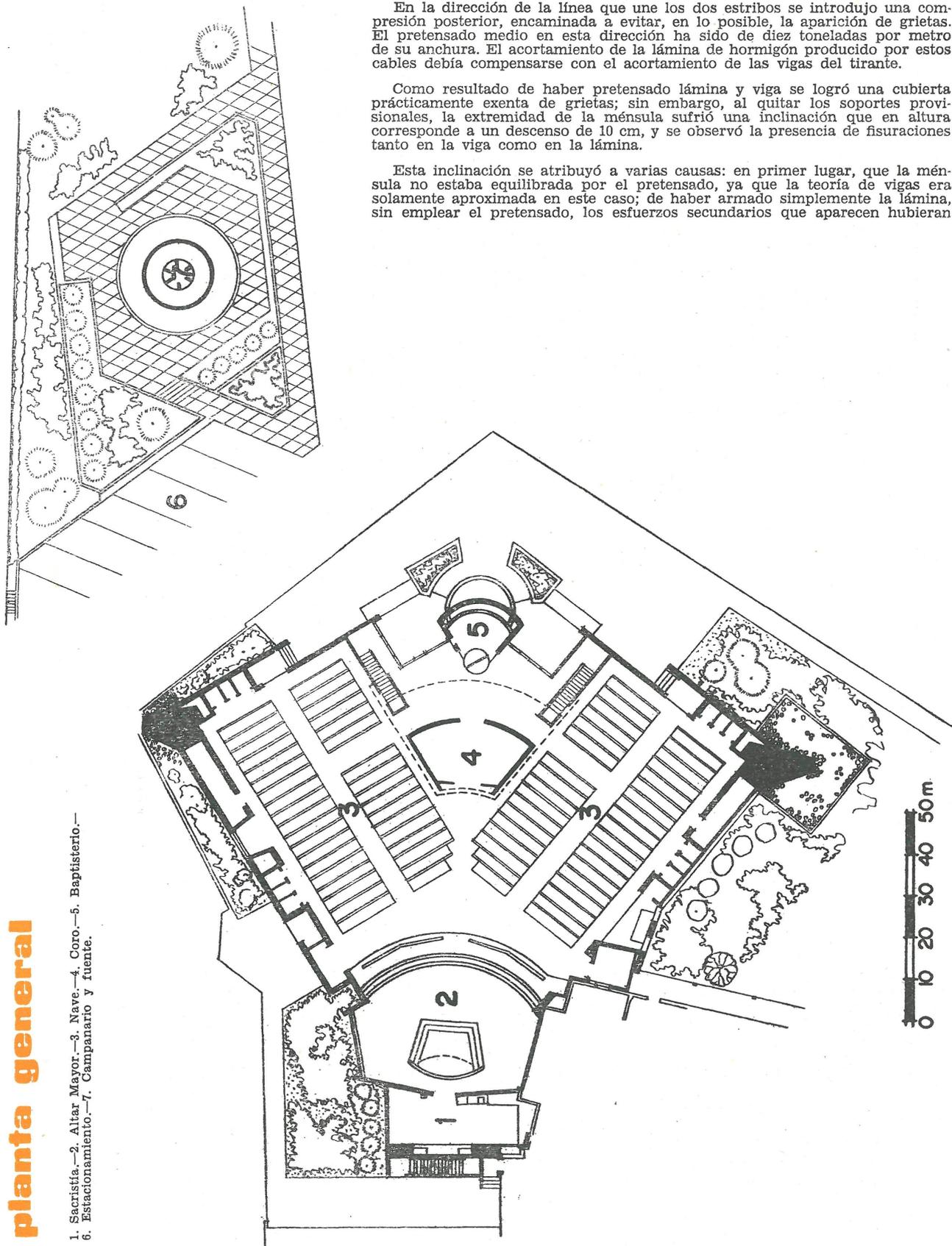
Los cables del pretensado se colocaron paralelamente al eje de simetría con objeto de equilibrar la acción de ménsula; de esta manera se reducía la flexión y las tensiones secundarias.

Se aplicó la teoría de membrana para proyectar el pretensado de la lámina, intentando lograr una compresión uniforme, tanto en la lámina como en las vigas de borde, llegándose a la conclusión de que esta teoría es aproximada cuando se trata de una ménsula de estas dimensiones. Se aplicó un esfuerzo de dieciséis toneladas por metro de anchura de lámina en esta dirección. Los cables se concentran en la proximidad de la clave de la lámina, con objeto de aumentar su eficiencia para contrarrestar las flexiones.



## planta general

1. Sacristía.
2. Altar Mayor.
3. Nave.
4. Coro.
5. Baptisterio.
6. Estacionamiento.
7. Campanario y fuente.

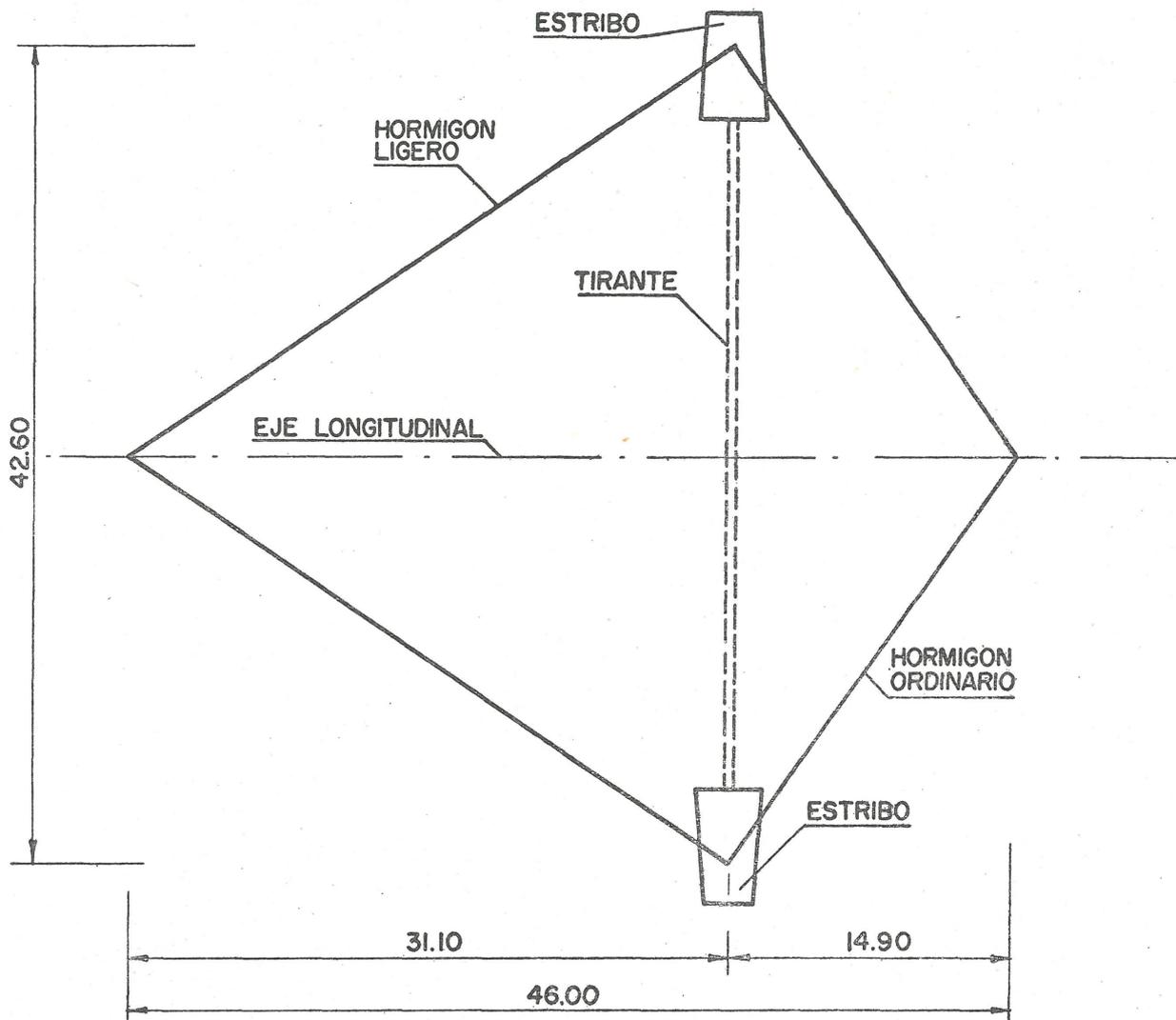


En la dirección de la línea que une los dos estribos se introdujo una compresión posterior, encaminada a evitar, en lo posible, la aparición de grietas. El pretensado medio en esta dirección ha sido de diez toneladas por metro de su anchura. El acortamiento de la lámina de hormigón producido por estos cables debía compensarse con el acortamiento de las vigas del tirante.

Como resultado de haber pretensado lámina y viga se logró una cubierta prácticamente exenta de grietas; sin embargo, al quitar los soportes provisionales, la extremidad de la ménsula sufrió una inclinación que en altura corresponde a un descenso de 10 cm, y se observó la presencia de fisuraciones tanto en la viga como en la lámina.

Esta inclinación se atribuyó a varias causas: en primer lugar, que la ménsula no estaba equilibrada por el pretensado, ya que la teoría de vigas era solamente aproximada en este caso; de haber armado simplemente la lámina, sin emplear el pretensado, los esfuerzos secundarios que aparecen hubieran

## planta de cubierta



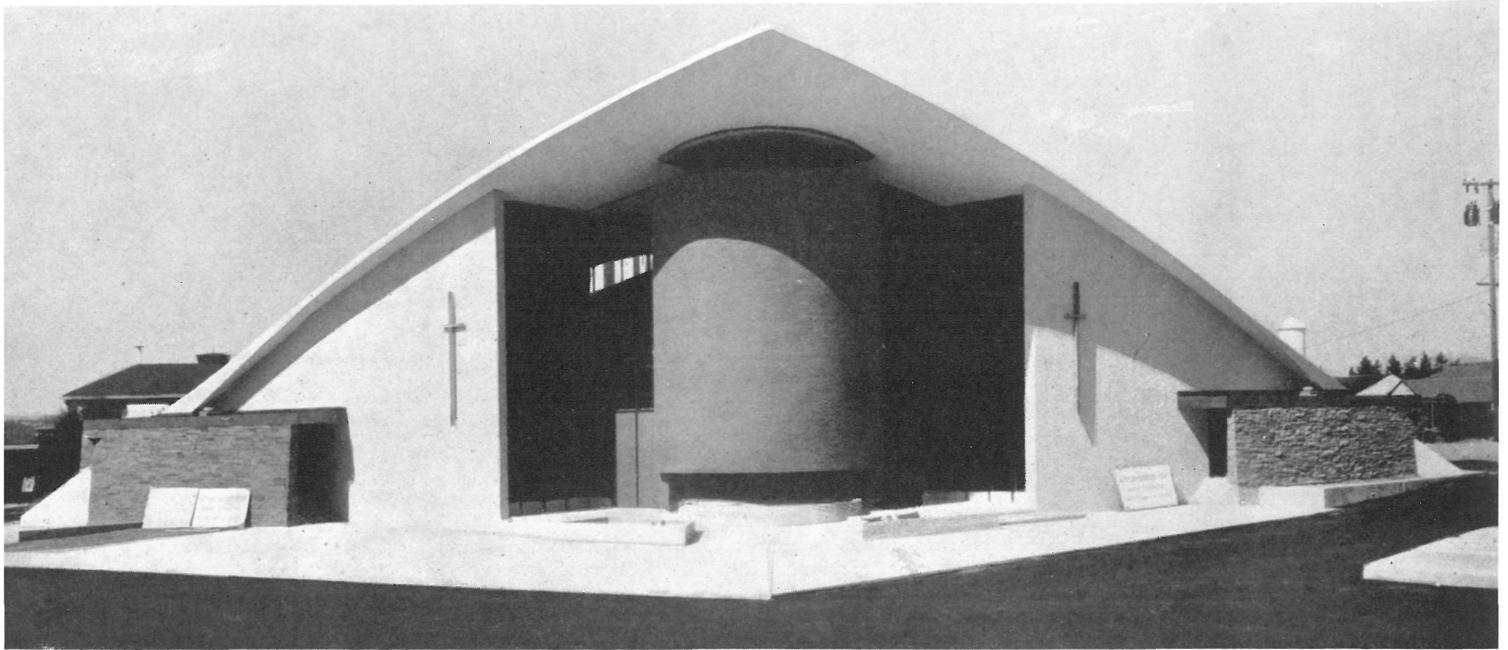
obligado a una armadura prohibitiva; en segundo lugar, el acortamiento de la lámina contribuyó, en cierta manera, a esta deformación y, tercero y último, se observó que existía una ligera separación de la lámina respecto de los muros de anclaje, puesto que sólo estaba unida con barras o pasadores. Si se hubiera aplicado el pretensado para sujetar la lámina al muro podría haberse eliminado la deformación debida al basculamiento de la lámina.

Sólo se observaron dos grietas, en la lámina, en la proximidad de la extremidad de la ménsula. Cada una de estas grietas tenía 1,50 m de longitud, aproximadamente, y dirigida según la dirección del eje de simetría. La causa de estas grietas no pudo ser determinada exactamente, pero es muy probable que resulte de la retracción local de la lámina de hormigón.

En cada una de las vigas de borde se observaron tres grietas diagonales de 1,5 a 3 m a partir de los estribos. Estas fisuras no penetraron más de 7 a 10 cm en el interior de la viga, y eran, según se vio claramente, el resultado de flexiones secundarias en las vigas de borde.

Después de haberse verificado la deformación debida al peso propio, se colocaron montantes metálicos a lo largo de las dos vigas frontales de borde. Así, bajo la acción de las sobrecargas, la lámina queda soportada a lo largo de los cuatro bordes, y las deformaciones secundarias debidas a las sobrecargas se desprecian por su insignificancia.

Actualmente, la lámina ha entrado en servicio como cubierta de la iglesia. Su forma estructural ha resultado excelente y constituye, por sí misma, un logro notable desde el punto de vista arquitectónico y estructural.



Aunque las dificultades encontradas no han sido serias, su presencia señala un aspecto importante en el proyecto de láminas, ya que en las de grandes proporciones, el análisis de la teoría de membrana no es suficiente para asegurar una estructura estable, y debe continuarse investigando los esfuerzos secundarios. Puesto que la determinación de esta última es muy difícil, si no imposible, el pretensado de la lámina se debe emplear para conseguir la seguridad necesaria frente a la incertidumbre de las condiciones reales existentes de los esfuerzos.

El proyecto arquitectónico de esta estructura corresponde a la casa Murray and Johnson, de Spokane, y la parte de ingeniería estructural la controló Mr. Carl Johnson, de la misma sociedad. Los ingenieros consultores fueron T. Y. Lin & Associates internacional, que se ocuparon del proyecto y análisis del pretensado.



## Le voile de l'église de Spokane

T. Y. Lin et Félix Kulka.

L'église de Spokane, dans l'Etat de Washington, a été couverte d'un gracieux voile parabolico-hyperbolique, de béton précontraint. Selon l'auteur, ce type de voile d'analyses admises couramment comme simple, peut présenter certaines difficultés de stabilité. Les théories que donne l'étude d'un voile ne sont pas suffisantes, car si les dimensions de ce voile arrivent à certaines proportions les efforts secondaires apparaissent, surgissent rapidement en agissant sur sa stabilité.

Dans le cas qui nous intéresse, symétrique selon un axe seulement, nous voyons des visières de 15 et 31 m respectivement, ce qui a été l'objet d'une étude spéciale.

L'auteur, dans le but d'aplanir les difficultés d'un calcul exact, a tenté d'égaliser, dans la mesure du possible, les moments fléchissants pour tout le voile, admettant que les conditions d'indétermination seraient réduites. On donna donc au voile une épaisseur de 7,5 cm de béton léger pour la partie postérieure formant un encorbellement et de 12 cm pour la partie antérieure de béton de type ordinaire.

Les murs frontaux se solidarisent avec le voile, auquel ils servent d'appui. Les supports, légers, de la partie postérieure ne permettent pas de surcharges supérieures aux normales prévues.

Pour le calcul des contraintes du voile et des éléments de bordure on appliqua la théorie de voile mince et l'on supposa que ces voiles étaient symétriques par rapport aux deux axes, dont l'analyse donna une contrainte maximum de 14 kg/cm<sup>2</sup>. Pour croire que les éléments de bordure étaient soumis à des efforts axiaux de compression, tout faisait supposer que des armatures nominales pour tout le voile seraient suffisantes sans nécessiter la précontrainte. Cependant, on put apprécier que les efforts secondaires domineraient le comportement général du voile.

Le retrait du béton serait une autre cause desdits efforts secondaires. Le retrait différentiel et le raccourcissement élastique de diverses parties de la structure avaient également une influence sur ces efforts secondaires.

La précontrainte avait pour objet d'introduire une contrainte uniforme dans tout le voile. Pour arriver à ce résultat, on appliqua une contrainte de 16 tonnes par bande d'un mètre de large de voile. Dans la direction des deux étriers, la contrainte a été de 10 tonnes par mètre pour éviter la fissuration.

## The roof of Spokane Church

T. Y. Lin and Félix Kulka.

Spokane Church in the State of Washington has been attractively roofed with a parabolic-hyperbolic pre-stressed concrete shell. According to the author, this type of shell structure, normally accepted to be of simple analysis, can present certain difficulties as regards stability. Theories deriving from the study of a membrane are not enough because, if the shell is large enough certain secondary stresses appear which quickly affect stability.

In this case the shell, which is symmetrical along one axis only, has two overhangs of 15 and 31 meters respectively, which required a special study.

In an attempt to smooth out the difficulties of an exact calculation the author tried as far as possible to even up the bending moments of the whole shell, thus allowing the indetermination conditions to be lessened. To do this he gave the shell a 7.5 centimeter thick overhang of light concrete at the back and a 12 centimeter thickness of ordinary concrete at the front.

The front walls are strengthened by the shell, which they support. The light supports at the back will not take any load over the normal design load.

To calculate the stress of the shell and around the rim, the membrane theory was applied, and it was assumed that the shell was symmetrical about two axes; this analysis gave a maximum stress of 14 kg/cm<sup>2</sup>.

Considering that the boundary area was subject to axial compressive stresses, in principle, it was thought that only normal reinforcement would be needed over the whole shell, without needing it to be pre-stressed; but it was realised that the secondary stresses would be decisive in the general behaviour of the shell.

The shrinkage of the concrete would be another cause of these secondary stresses, and likewise the differential shrinkage and elastic shortening of several parts of the structure.

The object of the pre-stressing was to apply uniform pressure on the whole shell. To achieve this a stress of 16 tons was applied on each 1-meter wide band of the shell. In the direction of the two stirrups the pre-stress was 10 tons per meter, to avoid the possibility of cracks.

## Das Dach der Kirche von Spokane

T. Y. Lin und Felix Kulka.

Die Kirche von Spokane, im Staate Washington, wurde anmutig mit einer parabolisch-hyperbolischen Platte aus Spannbeton bedeckt. Diese Art von Platten, sagt der Verfasser, mit einer für gewöhnlich einfach angenommenen Analyse, können gewisse Schwierigkeiten in ihrer Stabilität aufweisen. Die Theorien sind ungenügend, die das Studium eines Häutchens verschafft, da Nebenkräfte auftreten, wenn die Ausmasse dieser Platten gewisse Verhältnisse erreichen, die beim Eingreifen in die Stabilität der Platte schnell auftreten.

In diesem Fall stellt die Platte, die nur nach einer Achse hin symmetrisch ist, zwei Auskragungen von 15 und 31 m jeweils dar, was ein besonderes Studium ausgemacht hat.

Der Verfasser versuchte, um Schwierigkeiten einer genauen Berechnung auszugleichen, im möglichen Masse die Biegemomente an der ganzen Platte auszugleichen, indem er damit annimmt, dass man die Bedingungen der Unbestimmtheit reduziert sehen würde. Um so fortzuschreiten, gab man der Platte eine Dicke von 7,5 cm aus Leichtbeton, an dem hinteren Teil, und bildete einen Kragstein von 12 cm am vorderen Teil, und zwar aus gewöhnlichem Beton.

Die Stirnwände hat man mit der Platte verfestigt, die ihr als Stütze dienen. Die leichten Stützen des hinteren Teiles erlauben keine grösseren als die normal vorgesehenen Auflasten.

Für die Berechnungen der Spannungen der Platte und der Randelemente wurde die Membran-Theorie angewandt, und man nahm an, dass die Platte symmetrisch bezüglich der beiden Achsen war; aus der Analyse ergab sich eine Höchstspannung von 14 kg/cm<sup>2</sup>.

Da man glaubt, dass die Randelemente den axialen Druckkräften unterworfen waren, liess man im Prinzip alles zusammenfassen, dass man an der ganzen Platte nur Nennbewehrungen bräuchte, ohne dass die Vorspannung notwendig wäre. Dennoch konnte man abschätzen, dass die Nebenkräfte über das allgemeine Verhalten der Platte herrschten.

Die Schrumpfung des Betons würde eine andere der Ursachen der genannten Nebenkräfte sein. Auch beeinflussten diese Nebenkräfte die Differenzialschrumpfung und die elastische Verkürzung verschiedener Strukturteile.

Die Vorspannung hatte die Aufgabe, einen einheitlichen Druck an der ganzen Platte zu bewirken. Um ihn zu erreichen, wandte man einen Druck von 16 t je Streifen von einem Meter Plattenbreite an. In der Richtung der beiden Widerlager betrug der Druck der Vorspannung 10 t je Meter, um eine Rissebildung zu vermeiden.