

EL PANDEO EN LA INSTRUCCION EH-80

Francisco Morán Cabré y
Hugo Corres Peiretti,
Drs. Ingenieros de Caminos 400-7

1. Introducción. Antecedentes

Desde la aparición, hace ya ocho años, de la Instrucción EH-73 y principalmente con motivo de los coloquios que se suscitaron durante los Cursos sobre la misma, organizados por la Comisión Permanente del Hormigón, y cuya conferencia sobre Pandeo estuvo a cargo del primer autor, se ha tenido ocasión de recoger numerosas críticas de los proyectistas españoles al articulado sobre pandeo contenido en dicha Instrucción. Estas críticas han puesto de manifiesto las deficiencias de aquel articulado, tanto en términos absolutos como en comparación con los de las Normas de Hormigón Armado de otros países.

En efecto, y para mencionar sólo algunos puntos, la Instrucción EH-73:

- consideraba únicamente los fenómenos de segundo orden en piezas, pero no en pórticos (pandeo global o efecto $P-\Delta$);
- definía longitudes de pandeo que, para el caso más frecuente de pórticos de edificación, eran claramente inferiores a las reales, lo cual iba en contra de la seguridad en muchos casos (soportes de pórticos traslacionales);
- asimilaba los efectos de segundo orden a la consideración de una excentricidad adicional e_a , definida mediante una fórmula aproximada, pero no limitaba el campo de validez de esta fórmula para grandes esbelteces, para las que sus resultados no eran buenos;
- por otra parte, la fórmula había sido deducida para el caso más desfavorable del soporte con excentricidades iguales en sus extremos, por lo cual en el caso más frecuente de soportes de edificación, con excentricidades de distinto signo, conducía muchas veces a resultados demasiado conservadores;
- por último, la fórmula correspondía al caso de pieza de sección y armadura uniformes (aunque esto no se decía explícitamente), por lo

cual quedaba sin cubrir el caso de piezas de sección o de armado variables.

A la vista de este deficiente tratamiento del pandeo, la Comisión Permanente del Hormigón decidió revisar el articulado correspondiente con motivo de la preparación de la Instrucción EH-80, a cuyo efecto dispuso la creación de un Grupo de Trabajo de Pandeo, del cual formaron parte los señores García Meseguer (del Instituto Eduardo Torroja, ponente en la Comisión Permanente del Hormigón), Agueda (INTECSA), Corres (Instituto Eduardo Torroja, ponente en el Grupo de Trabajo), Chueca (José Antonio Torroja Oficina Técnica), Fernández Sánchez (Instituto Eduardo Torroja), Llombart (Camino y Puertos), Morán (Instituto Eduardo Torroja) y Sáinz Román (Sereland). Dicho Grupo trabajó desde junio de 1977 hasta diciembre de 1978, y sus principales actividades fueron las siguientes:

- estudio del tratamiento del pandeo en las principales Normas de Hormigón Armado, especialmente en las más recientes (CEB Model Code 78, ACI 318-77, CP 110-72 y DIN 1045-72);
- análisis comparativo de los resultados de los distintos métodos aproximados propuestos por estas normas;
- elaboración de una primera propuesta de articulado sobre pandeo para la futura Instrucción EH-80;
- celebración de una Mesa Redonda sobre Pandeo, que tuvo lugar en el Instituto Eduardo Torroja el 29 de noviembre de 1978, con asistencia de quince especialistas, y en la que se expuso dicha propuesta y se recibieron comentarios y sugerencias sobre la misma;
- preparación de una propuesta de articulado sobre pandeo, que fue sometida por el ponente García Meseguer a la Comisión Permanente del Hormigón, y que ha constituido la base del actual articulado sobre el tema en la Instrucción EH-80.

2. Longitud de pandeo en piezas de estructuras intraslacionales y traslacionales

Como es sabido, el cálculo en segundo orden de una pieza comprimida, tanto si es aislada como si forma parte de un pórtico, se aborda considerando

la pieza biarticulada de sección constante equivalente. El primer problema consiste pues en la obtención de la longitud de esta pieza, o longitud de pandeo l_0 de la pieza primitiva. Suele suponerse que para esta longitud puede tomarse la distancia entre los puntos de inflexión, o de momento flector nulo, de la deformada o figura de pandeo de la pieza primitiva. Es por consiguiente necesario estudiar cuál será esa figura, lo cual depende de las vinculaciones en los apoyos de la pieza, si es aislada, o de las características elásticas del pórtico, si forma parte de uno.

Su aplicación a pórticos reales de hormigón armado en el rango no lineal proporciona únicamente resultados aproximados.

- b) Se presentan por separado los casos de pórticos intraslacionales y traslacionales, con resultados muy distintos, como cabía esperar de la fuerte influencia de los desplazamientos horizontales en la figura de pandeo.

La primera e importante decisión del proyectista debe consistir en clasificar su pórtico en

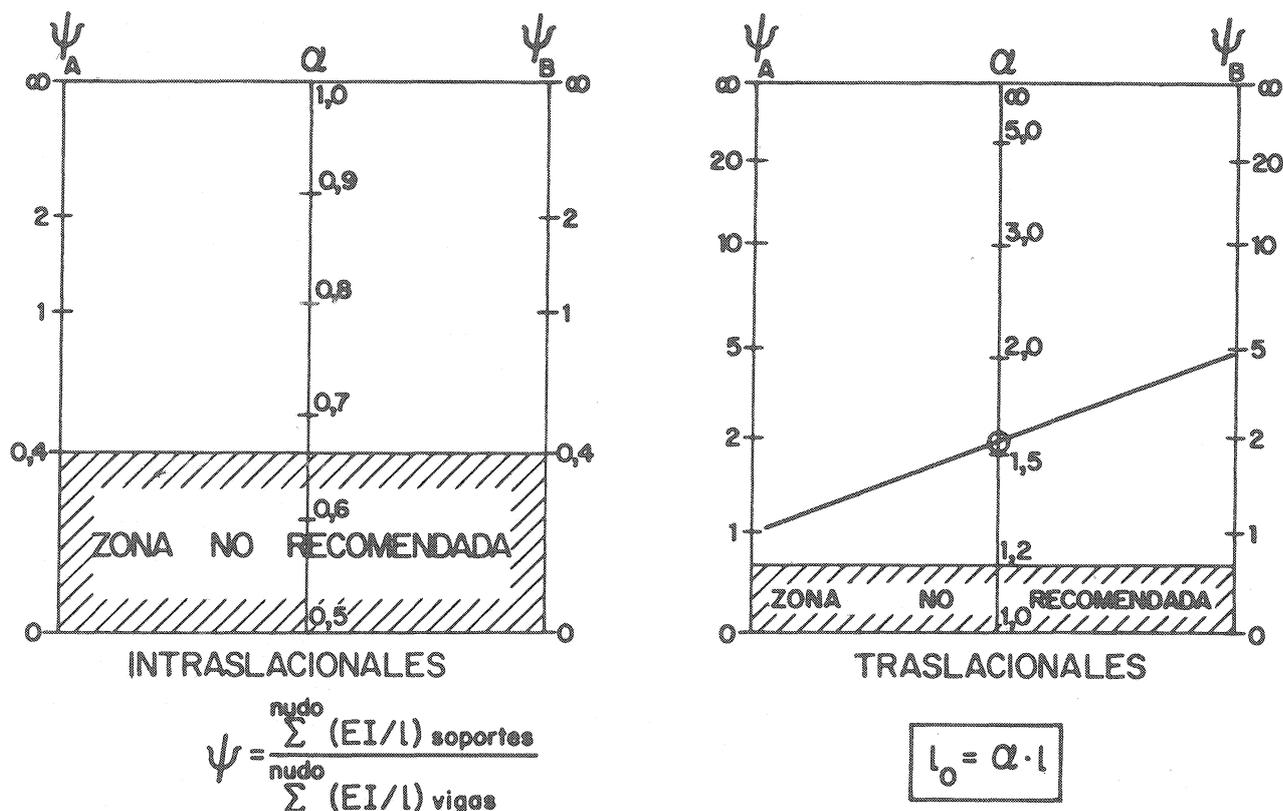


Fig. 1. — Nomogramas para la obtención de la longitud de pandeo de soportes en pórticos.

Para la obtención de las longitudes de pandeo de soportes de pórticos regulares de edificación la EH-80, en el comentario al artículo 43.1.2, presenta los nomogramas de la figura 1, basados en trabajos de Jackson y Moreland (1), (2). La longitud de pandeo se obtiene multiplicando la longitud del soporte por el factor α dado por el nomograma en función de las rigideces relativas de las vigas y soportes que concurren en los nudos extremos del soporte considerado.

Sobre el uso de estos nomogramas pueden hacerse las siguientes observaciones:

- a) Los nomogramas han sido preparados considerando las figuras de pandeo de soportes pertenecientes a pórticos regulares (iguales luces, alturas e inercias) y de gran número de pisos y vanos, en comportamiento elástico y lineal.

una u otra categoría. En realidad es muy difícil establecer unas reglas sencillas que permitan clasificar un pórtico como traslacional o intraslacional. La idea que debe tenerse en mente es que en pórticos traslacionales, debido a los desplazamientos horizontales, la figura de pandeo se modifica por completo respecto al caso de los pórticos intraslacionales, dando origen a una longitud de pandeo mayor que la del soporte.

Para pórticos sometidos sólo a cargas verticales, a pesar de la pequeña rigidez lateral que pudieran presentar, parece lógico utilizar longitudes de pandeo correspondientes al ábaco de pórticos intraslacionales. Para pórticos sometidos a cargas horizontales, la magnitud de las mismas frente a su rigidez lateral dará un índice del grado de deformabilidad del mismo que indicará el ábaco a considerar.

En este sentido, la Instrucción EH-80 presenta, en el comentario al artículo 43.3, un criterio de intraslacionalidad expresado mediante una fórmula sencilla. Debe decirse que este criterio, tomado de la DIN 1045-72 y del CEB Model Code 78, es muy exigente, de forma que resulta imposible cumplirlo salvo que los pórticos vayan arriostrados en las dos direcciones por pantallas o núcleos rigidizadores de dimensiones importantes.

Según el Código norteamericano ACI 318-77 (3) una estructura puede considerarse intraslacional, a nivel de un piso determinado, si la suma de las rigideces de los elementos arriostradores (pantallas, núcleos, etc.) es no menor que seis veces la suma de las rigideces de todos los soportes en ese piso. Esta condición es bastante menos exigente que la anterior.

De cualquier forma parece claro que las limitaciones impuestas por las fórmulas de las distintas normas se refieren al caso de pórticos con cargas horizontales de una cierta entidad, ya que sólo tienen en cuenta las condiciones de rigidez lateral de los mismos.

- c) Aunque en la EH-80 no se limitan los valores de los factores ψ (relaciones de rigidez), tanto en el Código ACI 318-77 como en la Norma DIN 1045-72 se limitan inferiormente dichos valores, recomendándose que no se utilicen los que quedan en las zonas rayadas de la figura 1, incluso si se trata de soportes empotrados en la cimentación.
- d) En lugar de los nomogramas para la obtención de la longitud de pandeo pueden emplearse las siguientes fórmulas, que son equivalentes a los mismos (1):

— para pórticos intraslacionales:

$$\alpha = \frac{0,64 + 1,4 (\psi_A + \psi_B) + 3 \psi_A \psi_B}{1,28 + 2 (\psi_A + \psi_B) + 3 \psi_A \psi_B}$$

— para pórticos traslacionales:

$$\alpha = \sqrt{\frac{7,5 + 4 (\psi_A + \psi_B) + 1,6 \psi_A \psi_B}{7,5 + (\psi_A + \psi_B)}}$$

- e) Leonhardt (4) recomienda, en el caso de pórticos traslacionales, que se disminuya la rigidez de las vigas tomando como inercia la correspondiente a la sección fisurada. Por otra parte conviene tener en cuenta, al dimensionar dichas vigas, que han de resistir los momentos adicionales transmitidos por los soportes por el efecto de segundo orden.

- f) Como resumen resulta que al aplicar la EH-80 la longitud de pandeo de los soportes pertenecientes a **pórticos traslacionales** será, normalmente, no menor que 1,2 veces la longitud de los mismos, mientras que aplicando la EH-73 resultaba sólo 0,7 veces esa longitud. Esto tiene dos consecuencias:

— Con la EH-73 la inmensa mayoría de los soportes de edificación cumplían la condición de esbeltez geométrica menor que la límite:

$$\lambda_g = \frac{l_o}{h} \leq 10,$$

y no era necesaria su comprobación a pandeo (en efecto, un soporte de 25 x 25 y 3,50 m de altura la cumplía, por ejemplo). Con la EH-80, por el contrario, muchos soportes de pórticos traslacionales no la cumplen (un soporte de 35 x 35 y 3 m de altura no lo hace), y deben comprobarse.

— La excentricidad adicional de pandeo e_a es proporcional al cuadrado de l_o . Por ello, el aumento de un 70 por 100 en l_o , que se produce frecuentemente en soportes de pórticos traslacionales, da lugar a un aumento del 200 por 100 de la excentricidad adicional, lo que aumenta bastante la cuantía de armadura necesaria.

En definitiva puede decirse que la EH-80 **penaliza fuertemente los soportes de pórticos traslacionales**, por lo que será en muchos casos recomendable, desde un punto de vista estrictamente económico, la rigidización de los mismos.

- g) Las estructuras de forjados reticulares planos (entrepisos sin vigas) y de vigas planas, si no están fuertemente rigidizadas de modo que puedan considerarse intraslacionales, son especialmente sensibles a los efectos de segundo orden. Al ser muy grande, en estas estructuras, la rigidez de los pilares (sobre todo los de plantas bajas) frente a las vigas, será muy grande la relación de rigideces ψ y el factor de longitud de pandeo α .

3. Valores límites de la esbeltez de piezas. Zonas de pandeo

La EH-80 mantiene, para soportes aislados, la esbeltez mecánica límite $\lambda_m = 35$ (a la que corresponde, para sección rectangular, una esbeltez geométrica $\lambda_g = 10$) dada por la EH-73 como valor por debajo del cual no es necesaria la compro-

bación a pandeo. Este valor es relativamente alto (el CEB Model Code 78 lo fija en $\lambda_m = 25$ y la Norma DIN 1045-72 en $\lambda_m = 20$), pero se ha mantenido para no aumentar demasiado el número de soportes de edificación que deben comprobarse a pandeo.

En la nueva Instrucción aparecen, además, dos nuevas esbelteces límites:

$\lambda_m = 100$: límite de aplicabilidad de la fórmula aproximada;

$\lambda_m = 200$: esbeltez máxima autorizada por la Instrucción.

Como consecuencia, el campo del pandeo de piezas se divide, atendiendo a la esbeltez mecánica, en cuatro zonas claramente delimitadas (fig. 2):

- Zona 0: $\lambda_m \leq 35$
 - no hay pandeo; no es necesario tener en cuenta los efectos de segundo orden.
- Zona 1: $35 < \lambda_m \leq 100$
 - puede aplicarse la fórmula aproximada (ver apartado 5).
- Zona 2: $100 < \lambda_m \leq 200$
 - es preciso hacer un cálculo más riguroso de los efectos de segundo orden, pudiendo recurrirse a ábacos o fórmulas (ver apartado 6).
- Zona 3: $200 < \lambda_m$
 - la pieza está fuera de Norma; es precisa una justificación especial de la misma.

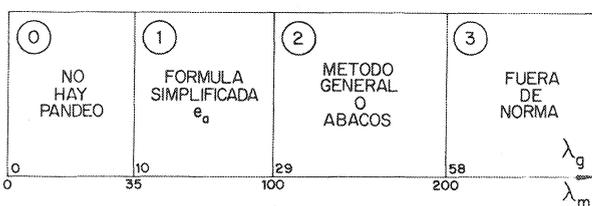


Fig. 2. — Zonas de pandeo según la Instrucción EH-80.

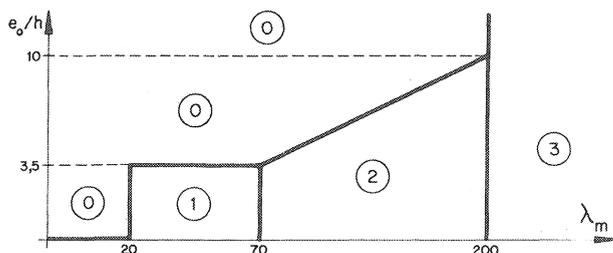


Fig. 3. — Zonas de pandeo según la Norma Alemana DIN 1045-72.

La principal ventaja de esta división del campo del pandeo consiste en permitir, en la gran mayoría de los casos (zonas 0 y 1), una resolución rápida y sencilla del problema. Hay que decir, no obstante, que los límites de las zonas se fijan de forma tanto arbitraria y simplista, atendiendo únicamente a la esbeltez, que, si bien es el parámetro más importante, no es ciertamente el único que juega en el fenómeno.

La Norma Alemana DIN 1045-72 (5) presenta una división algo más elaborada, atendiendo también a los valores de la excentricidad (fig. 3). De esta forma se elude la comprobación a pandeo de piezas que puedan estar sometidas a débiles compresiones (por ejemplo, los dinteles de los pórticos).

El tema de los límites de esbeltez está actualmente en estudio en el seno de la Comisión Permanente III «Pandeo e Inestabilidad» del CEB, existiendo una propuesta italiana que hace intervenir el valor del esfuerzo axial reducido ν , y otra francesa que, de acuerdo con la Norma BAEL-80, elimina la zona 0, exigiendo aun para columnas cortas el empleo de un coeficiente de mayoración de acciones adicional que tiene en cuenta los efectos de segundo orden. Este método tiene la ventaja teórica de suprimir el salto brusco que se produce al pasar de la zona 0 a la zona 1.

4. Valor límite de flexibilidad de pórticos traslacionales. Pandeo global

Los efectos de segundo orden en un pórtico traslacional (ver apartado 2 b) no quedan cubiertos, en general, por el mero hecho de tener en cuenta una cierta mayoración de momentos al dimensionar sus soportes (pandeo local o de pieza), ya que en los pórticos esbeltos y flexibles, sometidos a acciones horizontales importantes, pueden producirse grandes desplazamientos laterales Δ , y la actuación de las cargas verticales P sobre la estructura deformada dará lugar entonces a esfuerzos (axiles, cortantes y momentos) y desplazamientos secundarios no lineales, que pueden ser determinantes en el dimensionamiento. Este efecto, conocido como efecto $P-\Delta$, es un efecto de segundo orden que afecta al pórtico considerado en su conjunto (pandeo global o de estructura), y que no era tenido en cuenta por la Instrucción EH-73.

Por ello, la Instrucción EH-80, en su apartado 43.4, establece que para la comprobación de las estructuras traslacionales deberá aplicarse el método general no lineal, esto es, deberá tenerse en cuenta:

- a) La no linealidad geométrica de la estructura, es decir, que las cargas actúan sobre los nudos desplazados y los esfuerzos deben calcularse teniendo en cuenta la geometría de la estructura deformada.
- b) La no linealidad mecánica del material hormigón armado, es decir, que las rigideces de las piezas son variables, ya que dependen de los esfuerzos en las distintas secciones.

Es evidente que la aplicación práctica del cálculo no lineal es complicada, ya que la evaluación de las deformaciones de la estructura y la estimación de las rigideces variables a lo largo de sus piezas es laboriosa y exige el conocimiento previo del armado de la estructura. Resulta así que ya no es posible separar en dos etapas sucesivas e independientes el cálculo de esfuerzos y el dimensionamiento de secciones, sino que es necesario partir de un armado de la estructura, calcular los esfuerzos y comprobar las secciones, y después corregir el dimensionamiento si fuera insuficiente o excesivo, en cuyo caso habrá que volver a calcular los esfuerzos, etc. Por otra parte, el cálculo no lineal de esfuerzos en una estructura predefinida no es un proceso directo, sino también iterativo, ya que esfuerzos, rigideces y desplazamientos son magnitudes interdependientes.

Por todo lo anterior el esfuerzo numérico necesario para el cálculo no lineal riguroso de una estructura puede llegar a ser entre 5 y 50 veces mayor que el que requeriría el cálculo lineal de primer orden. Fácilmente se comprende la necesidad de utilizar ordenadores de gran capacidad y elevada velocidad de cálculo, y programas ad hoc que aprovechen las características especiales de la estructura y del ordenador utilizado.

Para la obtención de las rigideces es preciso partir de un diagrama tensión-deformación lo más realista posible, y válido no sólo para las secciones en agotamiento, que serán sólo unas pocas en toda la estructura, sino para todas las secciones. Por eso la Instrucción EH-80, en el comentario a su apartado 43.2.2, define el diagrama hiperbólico del CEB Model Code 78 (6) (figura 4), preparado de forma que la relación σ/ε para pequeñas deformaciones coincide sensiblemente con el módulo de elasticidad E_{cm} del hormigón, que a su vez es función de la resistencia f_{ck} de éste.

Es importante tener en cuenta que el pandeo es un estado límite último, por lo cual la comprobación de la estructura debe hacerse a partir de las acciones de cálculo (mayoradas) y de los diagramas tensión-deformación de cálculo (minorados). Por ello el valor E_{cm} deberá también estar minorado. Esto se subraya aquí porque, en este punto, la exposición de la EH-80 podría dar lugar a malas interpretaciones.

Con el fin de obviar la exigencia de comprobar todos los pórticos traslacionales de acuerdo con el método general no lineal, que sería de difícil adopción en la práctica cotidiana, ha parecido necesario incluir unos valores mínimos de altura y de flexibilidad para los pórticos de edificación habituales, que tuvieran también en cuenta la importancia de las cargas horizontales, y por debajo de los cuales pueda seguir admitiéndose el cálculo usual de primer orden. Esto se hace en el comentario al apartado 43.4, en el que se establece que para pórticos de edificación de menos de 15 plantas, en los que el desplazamiento máximo en cabeza bajo cargas horizontales características, calculado mediante la teoría de primer orden y con las rigideces correspondientes a las secciones

$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \frac{\eta k - \eta^2}{1 + (k-2) \eta}$$

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$$\varepsilon_{c1} = 0,0022$$

$$k = 1,1 E_{cm} \varepsilon_{c1} / f_{cd}$$

$$E_{cm} = \text{función de } f_{ck} \text{ (TABLA)}$$

$$\varepsilon_{cu} = \text{función de } f_{ck} \text{ (TABLA)}$$

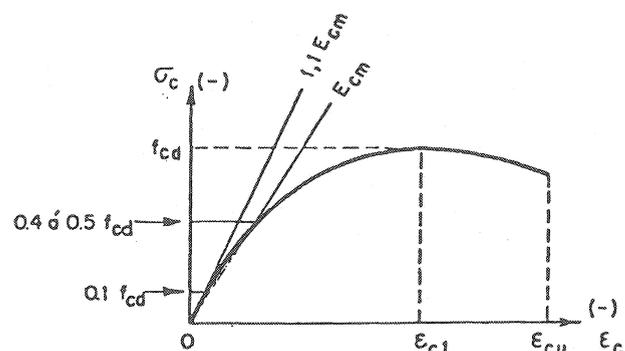


Fig. 4.—Diagrama tensión-deformación hiperbólico para el hormigón.

f_{ck}	125	150	200	250	300	350	400	450	500	kp/cm ²
ε_{cu}	-3,8	-3,7	-3,6	-3,5	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3,0	‰
$E_{cm} \cdot \gamma_c$	260.000	270.000	290.000	305.000	320.000	335.000	350.000	360.000	370.000	kp/cm ²

no fisuradas, no supere 1/750 de la altura total, puede prescindirse del estudio del pórtico en segundo orden, bastando dimensionar cada soporte con los esfuerzos de primer orden mayorados y teniendo en cuenta el pandeo local o de pieza.

Este valor límite de la flexibilidad para pórticos traslacionales, original de la Instrucción EH-80, se ha adoptado después de hacer algunos ensayos numéricos en ordenador, que indicaron que para pórticos de edificación regulares cuya altura y flexibilidad no superen los límites especificados no son de esperar, por el efecto $P-\Delta$ y la no linealidad del material, incrementos en los esfuerzos mayores del 10 al 15 por 100.

En cualquier caso resulta evidente que la Instrucción EH-80 penaliza los pórticos traslacionales esbeltos y flexibles que deban soportar cargas horizontales importantes, obligando a un cálculo riguroso y no habitual de los mismos.

En el futuro es de esperar que se generalicen la disponibilidad y la utilización de programas de ordenador para el cálculo no lineal de pórticos de edificios, al tiempo que se enuncien nuevos criterios y métodos simplificados que permitan el tratamiento aproximado de este problema con los programas de cálculo lineal habituales. En ambas direcciones trabaja actualmente, en el Instituto Eduardo Torroja, el Equipo de Investigación «Análisis no lineal de Estructuras», al que pertenecen los autores.

5. Pandeo en la zona 1. Fórmulas simplificadas

La Instrucción EH-80 ha conservado, para el cálculo de los momentos de segundo orden en piezas comprimidas de esbeltez reducida ($\lambda_m \leq 100$, zona 1) la misma fórmula aproximada ya incluida en la EH-73, y ello porque un estudio numérico de los errores de dicha fórmula en el campo de esbelteces citado, realizado por el segundo autor, demostró que dichos errores quedaban del lado de la seguridad y eran normalmente pequeños, comportándose de hecho la fórmula, en estos dos aspectos, igual o mejor que las fórmulas similares contenidas en otras Normas (ACI 318-77 y DIN 1045-72).

Ello no obstante, se introducen ahora las siguientes precisiones:

- a) El campo de aplicación de la fórmula se limita expresamente a soportes de sección constante (hormigón y armaduras) y de esbeltez mecánica no superior a 100.

- b) En el caso, muy frecuente, de soportes con excentricidades de primer orden distintas en sus extremos ($e_{o2} \neq e_{o1}$) y pertenecientes a pórticos intraslacionales, es evidente que la máxima excentricidad de segundo orden e_a , situada en un punto a altura intermedia, no coincidirá con la máxima excentricidad de primer orden, situada en un extremo, e_{o2} (fig. 5). Por ello sumar dichas excentricidades sería demasiado conservador. Para tenerlo en cuenta se establecen, para este caso, dos comprobaciones:

- a altura intermedia, con una excentricidad de primer orden e_o reducida (fig. 5a):

$$e_o = 0,6 \cdot e_{o2} + 0,4 \cdot e_{o1} \leq 0,4 \cdot e_{o2}$$

e_a = función de esta e_o reducida (fórmula aproximada);

- en el extremo, sin excentricidad adicional (fig. 5b):

$$e_o = e_{o2}$$

$$e_a = 0.$$

6. Pandeo en la zona 2. Métodos de la Columna Modelo, de la Deformada Senoidal y de las Curvaturas de Referencia

Para el estudio en segundo orden de soportes de gran esbeltez ($\lambda_m > 100$) o de sección variable no resulta posible la aplicación de la fórmula aproximada del apartado 43.5.2 de la Instrucción EH-80. Deberá, por tanto, recurrirse al método general (cálculo no lineal de segundo orden, apartado 43.2.1 de la EH-80 y apartado 4 de este trabajo).

Teniendo en cuenta no obstante la complejidad, laboriosidad y escasa disponibilidad de dicho método general, y aunque la Instrucción EH-80 no los autorice explícitamente, lo normal será acudir a otros métodos aproximados que hayan demostrado resultados suficientemente buenos en esta zona de pandeo. Entre ellos pueden mencionarse los siguientes:

- **Método de la Columna Modelo**, expuesto en el Código Modelo del CEB (6) y desarrollado en mayor detalle en el Manual de Pandeo del CEB (7), en el que se incluyen tablas para su aplicación. Estas tablas, de las que se incluye aquí un ejemplo (tabla 1), definen familias de diagramas de interacción para soportes esbeltos, preparados de forma que se incorporan los efectos de segundo orden.

VALORES DEL MOMENTO REDUCIDO DE PRIMER ORDEN μ

$\nu =$

e/h	ω	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9				
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.118	.122	.115	.098	.071	.037														
	0.1	.083	.122	.157	.184	.198	.196	.181	.163	.139	.110	.076	.039												
	0.2	.163	.201	.236	.264	.278	.274	.253	.231	.207	.180	.149	.114	.078	.040										
	0.3	.243	.280	.315	.344	.358	.352	.328	.303	.277	.250	.220	.189	.153	.117	.079	.040								
	0.4	.322	.359	.396	.424	.438	.431	.404	.377	.349	.321	.292	.261	.228	.193	.156	.118	.080	.040						
0.5	.400	.438	.475	.504	.518	.511	.482	.452	.423	.394	.364	.333	.301	.267	.232	.195	.158	.119	.080	.040					
10	0.0	.000	.037	.066	.086	.097	.098	.090	.072	.044	.016														
	0.1	.083	.115	.142	.163	.174	.167	.151	.131	.108	.079	.048	.021												
	0.2	.163	.193	.219	.242	.254	.244	.221	.197	.172	.145	.114	.082	.053	.025										
	0.3	.243	.271	.298	.322	.334	.323	.295	.267	.239	.211	.182	.150	.117	.086	.056	.027								
	0.4	.322	.350	.377	.402	.414	.402	.371	.340	.310	.280	.249	.218	.186	.152	.120	.089	.058	.028						
0.5	.400	.429	.457	.482	.494	.481	.448	.415	.383	.351	.319	.287	.255	.222	.188	.155	.123	.091	.060	.030					
20	0.0	.000	.031	.050	.061	.064	.058	.044	.022	.003															
	0.1	.083	.102	.115	.120	.113	.101	.088	.072	.049	.023	.004													
	0.2	.163	.178	.191	.198	.191	.165	.143	.123	.102	.078	.049	.026	.007											
	0.3	.243	.255	.266	.273	.270	.236	.207	.182	.156	.133	.106	.076	.050	.028	.010									
	0.4	.322	.332	.345	.353	.349	.313	.275	.244	.217	.188	.163	.135	.104	.077	.052	.030	.014	.002						
0.5	.400	.410	.422	.433	.429	.391	.348	.312	.280	.250	.221	.193	.165	.133	.105	.079	.054	.034	.015	.004					
30	0.0	.000	.025	.036	.037	.030	.016																		
	0.1	.083	.082	.074	.060	.053	.041	.024	.003																
	0.2	.163	.158	.146	.127	.094	.071	.054	.035	.012															
	0.3	.243	.233	.219	.202	.189	.128	.094	.070	.048	.024	.001													
	0.4	.322	.308	.300	.276	.248	.197	.154	.119	.089	.063	.037	.010												
0.5	.400	.387	.371	.358	.326	.269	.222	.177	.143	.109	.080	.053	.025	.002											
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.000																			
	0.1	.083	.058	.036	.029	.016																			
	0.2	.163	.129	.088	.048	.033	.016																		
	0.3	.243	.203	.161	.106	.055	.035	.015																	
	0.4	.322	.275	.236	.179	.111	.080	.036	.013																
0.5	.400	.357	.310	.253	.188	.114	.063	.036	.012																

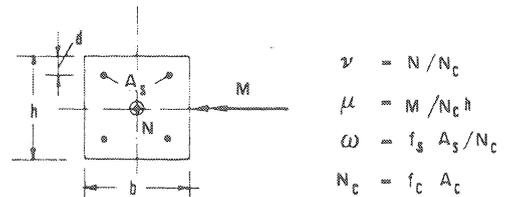


Tabla 1.—Momentos de primer orden relativos $\mu_1 = M_1/N_1h$ para soportes esbeltos de sección rectangular con armaduras en las cuatro esquinas. Calculada por el Método de la Columna Modelo para $f_{yd}/E_s = 0,0020$ y $d'/h = 0,10$.

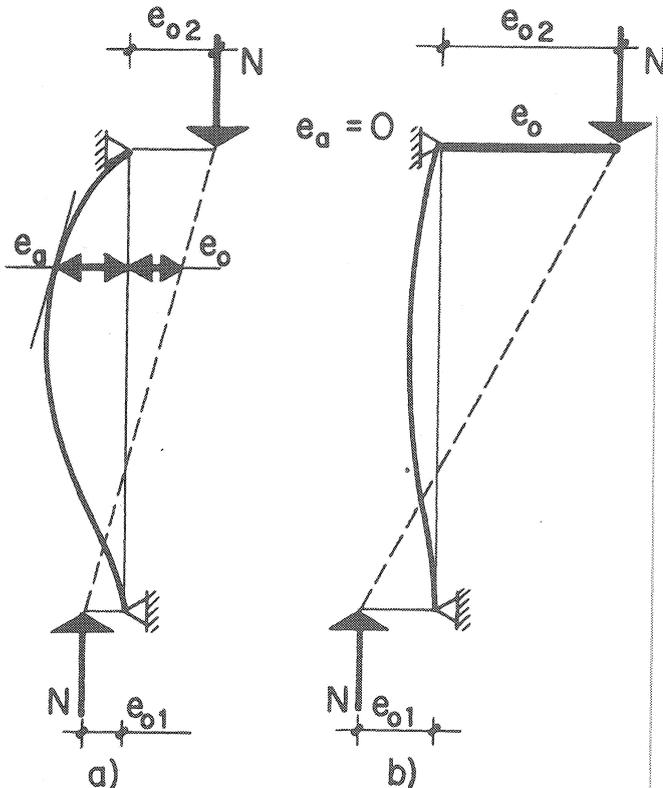


Fig. 5.—Excentricidades inicial e_o y adicional e_a en el caso de soportes con excentricidades distintas en sus extremos.

— Método de la Deformada Senoidal, expuesto en una reciente publicación de J.J. Arenas (8). Este método es una variante perfeccionada del anterior para incluir excentricidades distintas en los extremos y tener en cuenta la acción de las cargas permanentes (fluencia). En la publicación citada se presenta una colección muy valiosa de diagramas de interacción para la aplicación práctica del método, de los que puede verse uno en la fig. 6.

Método de las Curvaturas de Referencia, original de Hugo Corres (9) (10). Este método conduce al dimensionamiento directo del soporte, esto es, proporciona directamente la cuantía total ω de armadura necesaria, mediante un proceso gráfico (fig. 7) o aplicando fórmulas aproximadas, cuya precisión es del mismo orden que los dos métodos anteriores, y bastante más elevada que la de la Instrucción EH-80 para esbelteces reducidas. El método ha sido presentado a la Comisión de Pandeo del CEB, que acordó incluirlo en sus próximas publicaciones.

7. Problemas no cubiertos por la Instrucción EH-80

Para terminar esta exposición se comentan brevemente dos problemas que no aparecen suficientemente tratados en la EH-80: el del pandeo bajo cargas sostenidas (fluencia) y el del pandeo en flexión esviada.

En cuanto a la **fluencia**, su efecto en los problemas de segundo orden es muy importante, ya que produce un aumento de las deformaciones. En el comentario al apartado 43.2.1 la Instrucción EH-80, al exponer las bases del método general, especifica que **deben tenerse en cuenta los efectos de las deformaciones diferidas**, lo cual puede hacerse estudiando paso a paso la evolución en el tiempo del comportamiento de la estructura, o bien aplicando la simplificación habitual que consiste en partir de un diagrama tensión-deformación para el hormigón que tenga en cuenta las deformaciones a largo plazo.

Si se trata de una pieza aislada en la zona 1 ($35 < \lambda_m \leq 100$), es conveniente saber que la fórmula aproximada dada en el apartado 43.5.2 de la EH-80 ha sido preparada teniendo en cuenta los efectos de la fluencia, es decir, que si las cargas dominantes son de corta duración queda apreciablemente del lado de la seguridad, mientras que para cargas predominantemente permanentes los errores son muy pequeños (11).

Si se trata de una pieza aislada en la zona 2 ($100 < \lambda_m$), ya se ha dicho que los diagramas de interacción de J.J. Arenas (8) tienen en cuenta la fluencia, para lo cual se presentan diagramas separados para distintos valores de β , relación de la carga permanente a la carga total. Si se utiliza el Método de la Columna Modelo (7) o el de las Curvaturas de Referencia (9) (10) será preciso incorporar los efectos de la fluencia aumentando debidamente la excentricidad inicial e_0 ; esto puede hacerse aplicando las fórmulas dadas en el comentario al apartado 14.4.2 del Código Modelo 78 del CEB (6).

En cuanto al pandeo en **flexión esviada** el tema no se toca en la EH-80. El Código Modelo 78 del CEB incluye, en su apartado 14.5, algunas disposiciones al respecto, pero el Grupo de Trabajo so-

bre Pandeo no juzgó oportuno incluirlas en su propuesta de articulado para la Instrucción EH-80 al tener noticias de que recientes investigaciones alemanas parecen demostrar que estas disposiciones no son correctas. Es necesario estudiar a fondo este difícil problema, que es una de las líneas emprendidas por el Equipo de Investigación sobre «Análisis no lineal de Estructuras» que trabaja actualmente en el Instituto Eduardo Torroja:

8. Referencias bibliográficas

1. Johnston, B. C. (Editor): «The Column research council guide to design criteria for metal compression members», 2.ª Edición. J. Wiley, New York, 1966.
2. McGregor, J. G.; Breen, E.; Pfrang, E.: «Design of slender concrete columns». ACI Journal 67, enero, 1970.
3. ACI Committee 318: «Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77)». American Concrete Institute, Detroit, 1978.
4. Leonhardt, F.; Mönig, E.: «Vorlesungen über Massivbau. Erster Teil: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau». Springer, Berlin, 1973.
5. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: «Beton— und Stahlbetonbau. Bemessung und Ausführung (DIN 1045-72). Beton-Kalender, 1976. Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin, 1976.
6. Comité Européen du Béton: «Système International de Réglementation Technique Unifiée des Structures. Code Modèle CEB-FIP pour les Structures en Béton». Boletín n.º 124/125-F, Paris, 1978.
7. Comité Européen du Béton: «CEB Design Manual on Buckling». Boletín n.º 123, Paris, 1977.
8. Arenas de Pablo, J. J.: «Cálculo de soportes de hormigón armado en teoría de segundo orden». Editores Técnicos Asociados, Barcelona, 1980.
9. Corres, H.: «Dimensionamiento de soportes esbeltos de sección constante de hormigón armado en estado límite último de agotamiento o inestabilidad. Método de las Curvaturas de Referencia». Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos. Madrid, 1980.
10. Corres, H.; Morán, F.: «Dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón armado. Método de las Curvaturas de Referencia. Gráficos de dimensionamiento. Fórmula de dimensionamiento.» Hormigón y Acero núms. 141 y sgtes. Madrid, 1981 (en prensa).
11. Villegas, L.: «Estudio comparativo de la inestabilidad de soportes rectangulares de hormigón armado según la Instrucción EH-73, el Código ACI y los ábacos de J.J. Arenas». Hormigón y Acero n.º 137, Madrid, 1980.

